

一票の限界格差にもとづいた 選挙制度の分析

文教大学 情報学部
堀田 敬介

2010年6月19日(土) 第38回評価のOR

はじめに

- 一票の格差に関する司法判断

- 衆議院議員(2009年選挙・小選挙区制: **2.31倍**)

- 高裁の司法判断(2009/9月全国8高裁での一斉訴訟), 除仙台

- **合憲** = 東京(4月), 札幌(4月)

- **違憲状態** = 東京(3月), 福岡那覇支部(3月), 高松(4月)

- **違憲** = 大阪(12月), 広島(1月), 福岡(3月), 名古屋(3月)

- 選挙無効請求は棄却されている

- 最高裁へ上告中

- 参議院議員(2007年選挙・選挙区制: **4.86倍**)

- 最高裁の司法判断(2009/9)

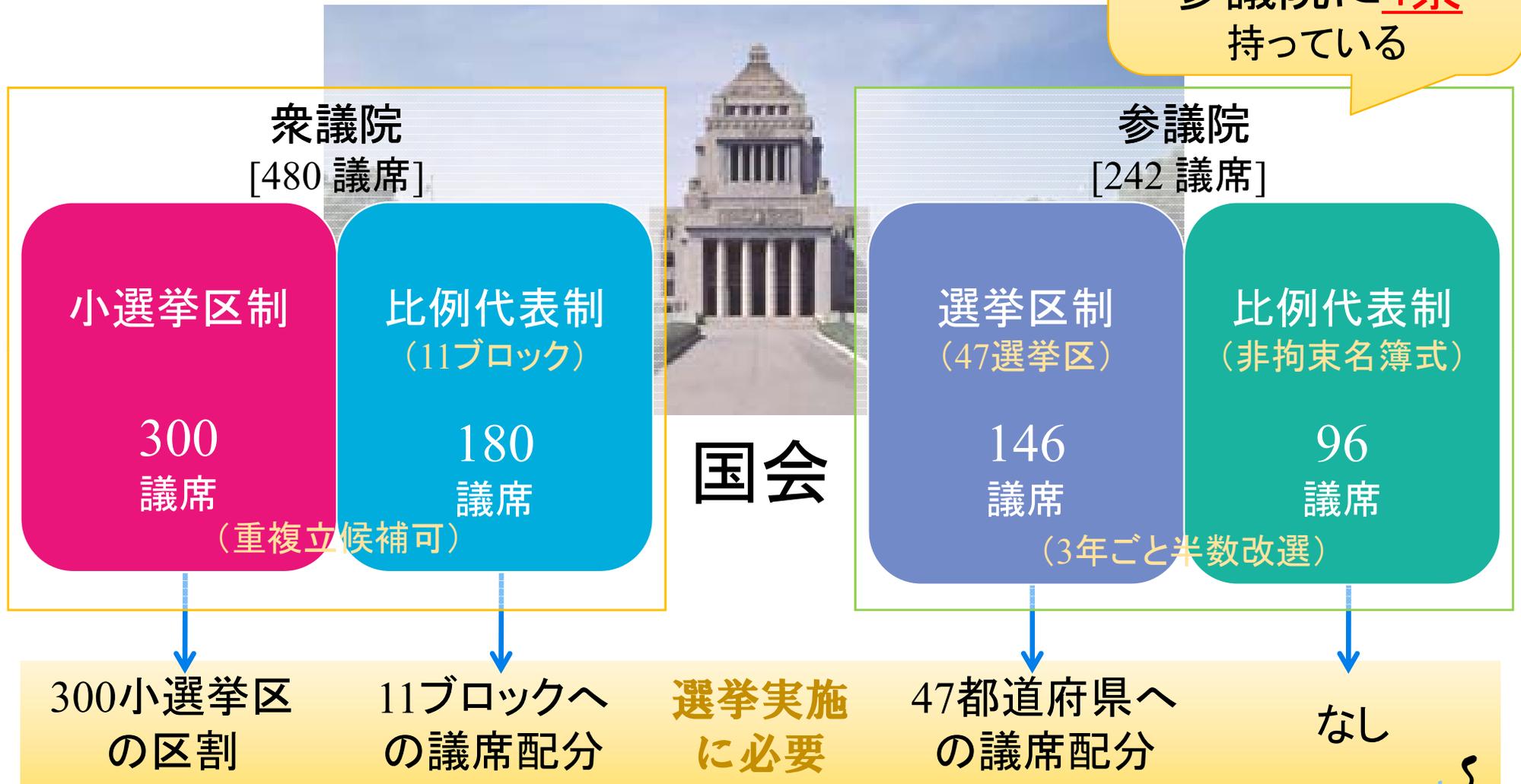
- **合憲**, ただし, 「大きな不平等がある状態で格差縮小には現行の選挙制度の見直しが必要」と異例の言及

Outline

- はじめに
- 日本の国会議員の選出選挙
 - 衆議院と参議院の選挙制度
- 小選挙区の区割
 - 最適化による定量分析と一票の格差
- 衆議院と参議院の各選挙制度による格差
 - 一票の価値, 一議席の価値
- まとめ

日本の国政選挙制度

有権者は
衆議院に2票
参議院に4票
持っている

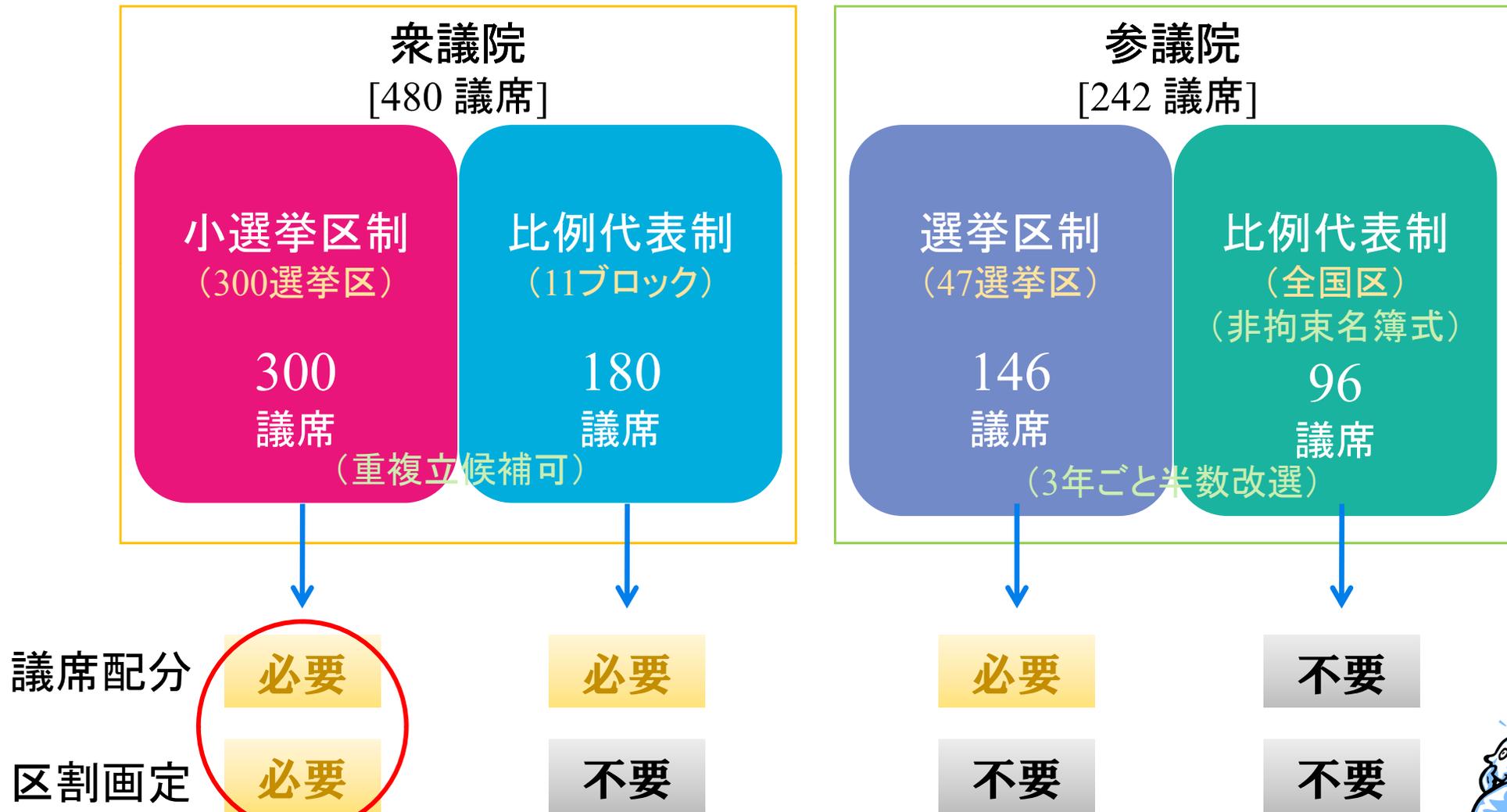


非常に複雑な制度で、
実は「一票の価値」がどうなっているかよく分からない
→ 選挙無効訴訟などは、部分的にしか争点にならない(できない)



日本の国政選挙制度

- 定量分析のために



セットで考える必要有り
→ 区割画定問題へ最適化アプローチ



小選挙区制と一票の重みの格差

良い 300小選挙区画定が必要

キーワード

一票の重みの格差

$$= \frac{\text{最大人口選挙区の人口}}{\text{最小人口選挙区の人口}}$$



2倍を越す格差?

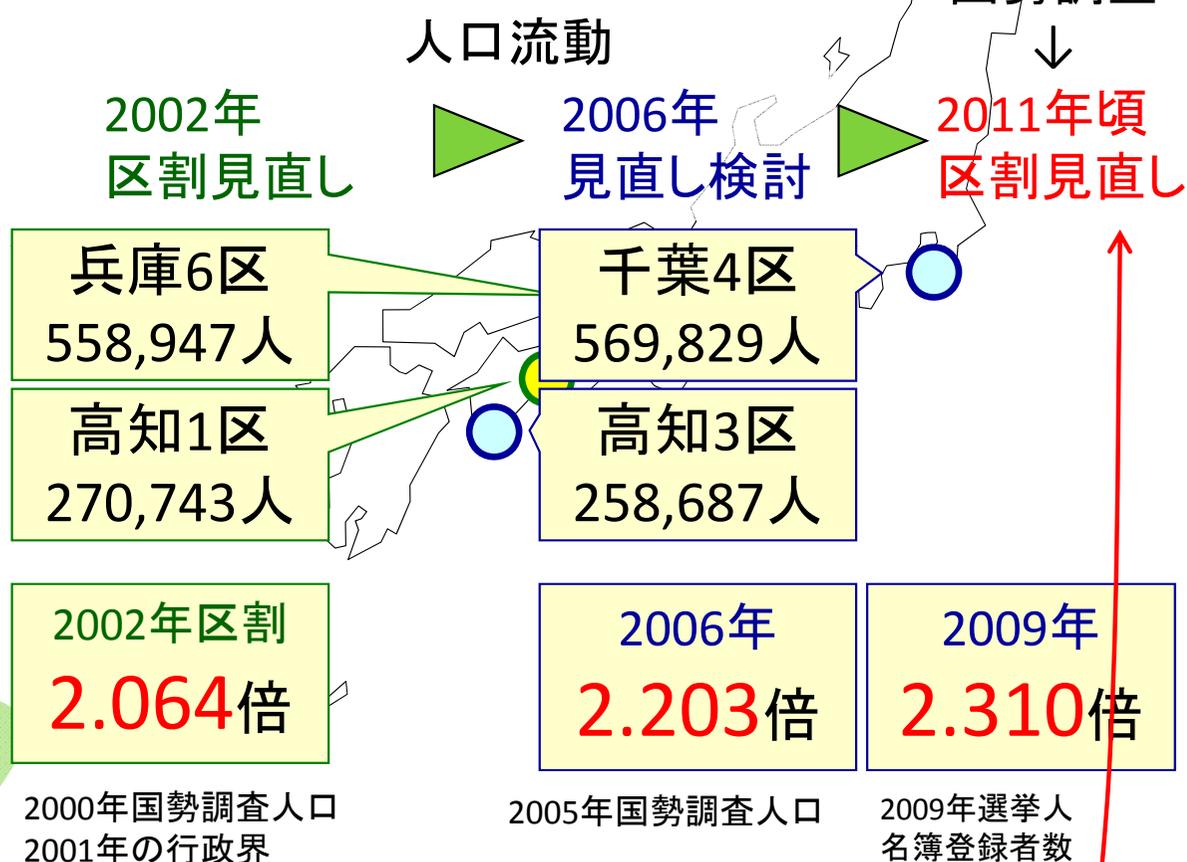
格差1倍が理想

⇒ 事実上不可能 ▶ 2倍未満は?

合理的な範囲を超えて
不必要な格差はあるのか?

様々な議論

議論への支援が必要



従来の研究

定数配分

客観的
視点

定量化手法

区割画定

区割画定の仕組み

各都道府県への

定数配分

1 + 人口比例

(衆議院議員選挙区画定審議会
設置法 第三条第2項)

253 人口比例配分

▲ 最大剰余法

47 1議席事前配分

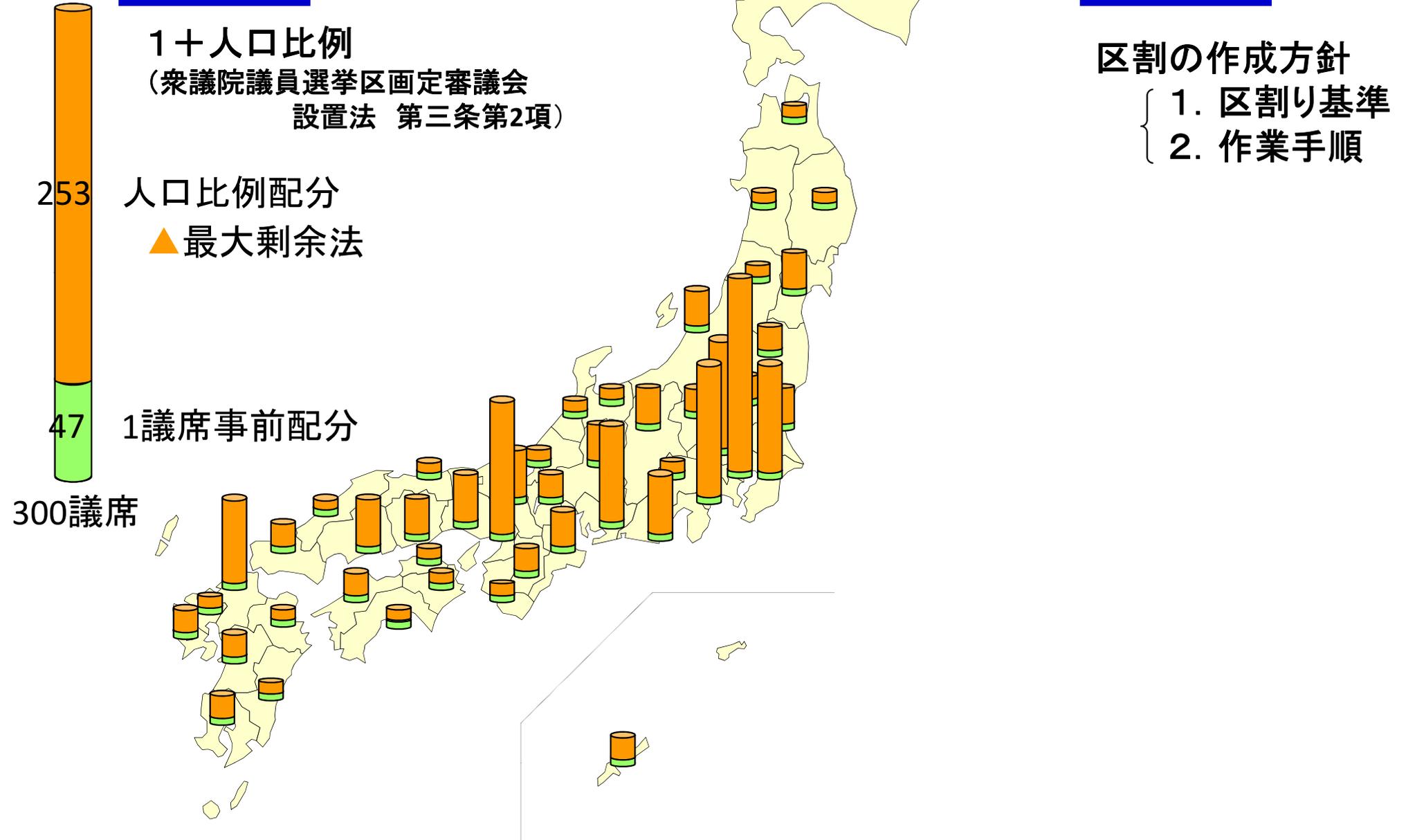
300議席

各都道府県内での

区割画定

区割の作成方針

- 1. 区割り基準
- 2. 作業手順



区割りの改定案の作成方針

区割画定

最適化問題

「一票の重みの格差」
の縮小限界
(=限界格差)

目的関数

制約条件

1. 区割り基準

『衆議院議員選挙区画定審議会』2001(H13)年9月

(1) 各選挙区の人口の均衡を図り、各選挙区の人口のうち、その最も多いものを最も少ないもので除して得た数が2以上とならないようにすることを基本とする。

(イ) 各選挙区の人口は、全国の議員1人当たり人口の2/3から4/3までとし、全国の議員1人当たり人口の4/3を上回る選挙区は設けないものとし、全国の議員1人当たり人口の2/3を下回る選挙区はできるだけ設けないものとする。

(ロ) 各選挙区の人口は、都道府県の議員1人当たり人口の2/3から4/3までとする。

(ハ) 都道府県の議員1人当たり人口が全国の議員1人当たり人口の2/3を下回る都道府県にあっては、各選挙区の人口をできるだけ均等にするものとする。

(2) 市(指定都市にあっては行政区)区町村の区域は、分割しないことを原則とする。ただし、次の場合には、市区の区域は分割するものとする。

(イ) 市区の人口が全国の議員1人当たり人口の4/3を超える場合

(ロ) 市区の人口が当該都道府県の議員1人当たり人口の4/3を超える場合

(ハ) 当該都道府県の人口が全国の議員1人当たり人口の4/3を超える選挙区としたときに全国の議員1人当たり人口の4/3を超える選挙区となる場合(当該市の人口が当該都道府県の議員1人当たり人口を下回る場合を除く。)

(ニ) 選挙区が飛び地となることを避けるために必要な場合

(3) 郡(北海道にあっては支庁)の区域は、分割しないことを原則とする。ただし、次の場合には、郡の区域は分割することができるものとする。

(イ) (1)に沿った選挙区画定による場合

(ロ) 選挙区が飛び地となることを避けるために必要な場合

(ハ) 郡の区域が既に他の郡市により分断されている場合又は郡の区域に離島を含む場合

(4) 選挙区は、飛び地にしないものとする。

(5) 地勢、交通、歴史的沿革、人口動向その他の自然的社会的条件を総合的に考慮するものとする。

格差2倍未満 基本方針

市区分割例外規定

郡分割例外規定

(1) 格差2倍未満

格差最小

(2) 市区分割禁止

市区郡
分割禁止

(3) 郡分割禁止

飛び地なし

(4) 飛び地禁止

(5) 地勢・歴史等の考慮

区割画定の仕組み

区割画定問題と限界格差

方針

- 格差~~2倍未満~~ → 最小
- 市区郡を分割しない
- 飛び地の禁止

最適区割

議席配分後

1.846倍

現行区割

2.203倍

2006年最適

2.153倍 一票の重みの限界格差

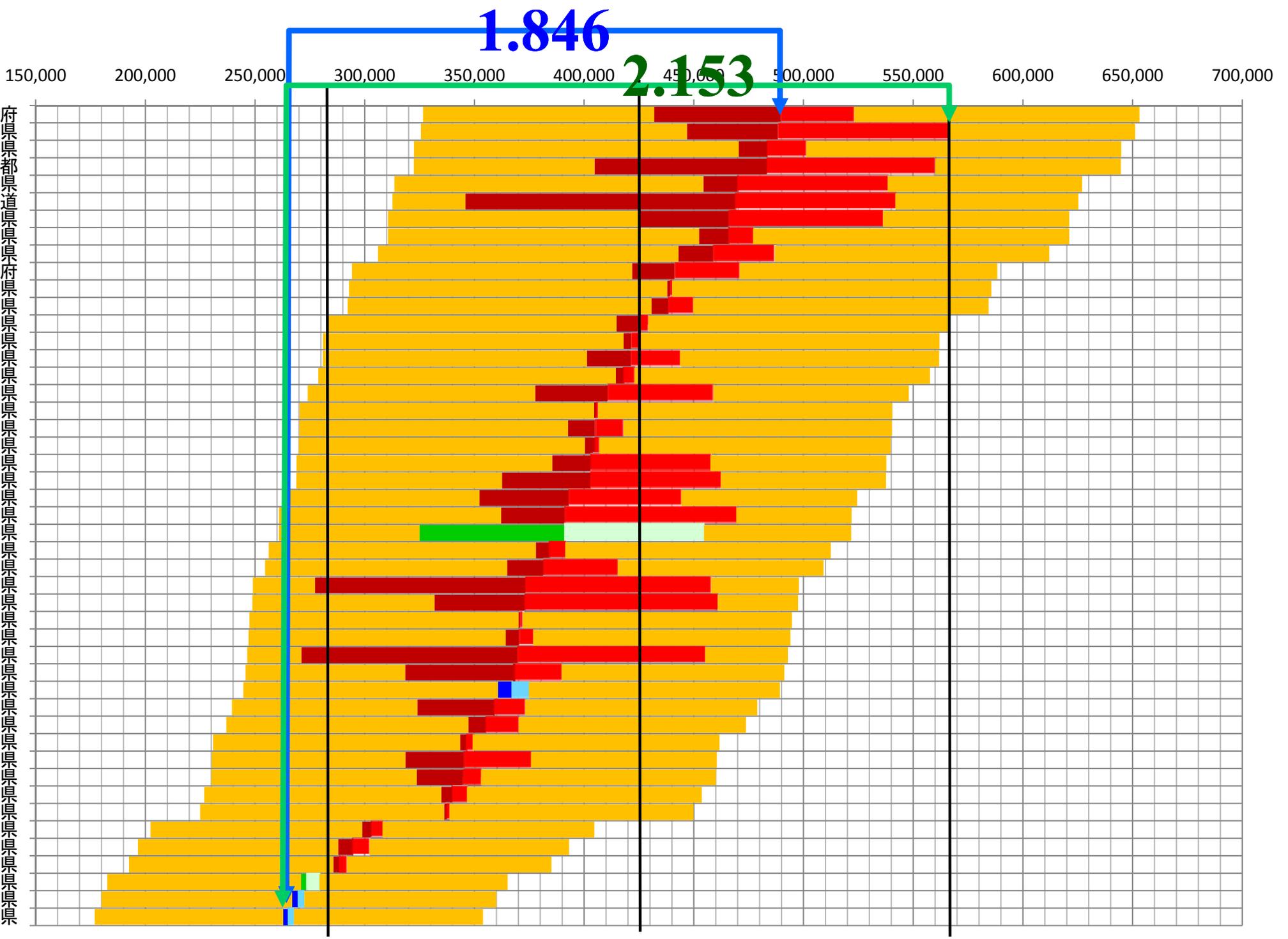
2005年10月国勢調査人口
2006年3月末の行政界

2倍



現行制度のままでは
格差2倍未満不可能

神
 大阪府
 京都府
 愛媛県
 徳島県
 香川県
 高松市
 北条市
 千代田市
 福井県
 長野県
 鹿
 茨城県
 岐阜県
 静岡県
 福井県
 山形県
 新潟県
 群馬県
 栃木県
 大分県
 岡山県
 石川県
 宮崎県
 三重県
 山口県
 根拠
 山形県
 富山県
 長野県
 熊本県
 愛媛県
 青森県
 奈良県
 和歌山県
 滋賀県
 沖縄県
 香川県
 鳥取県
 山梨県
 佐賀県
 徳島県
 高松市

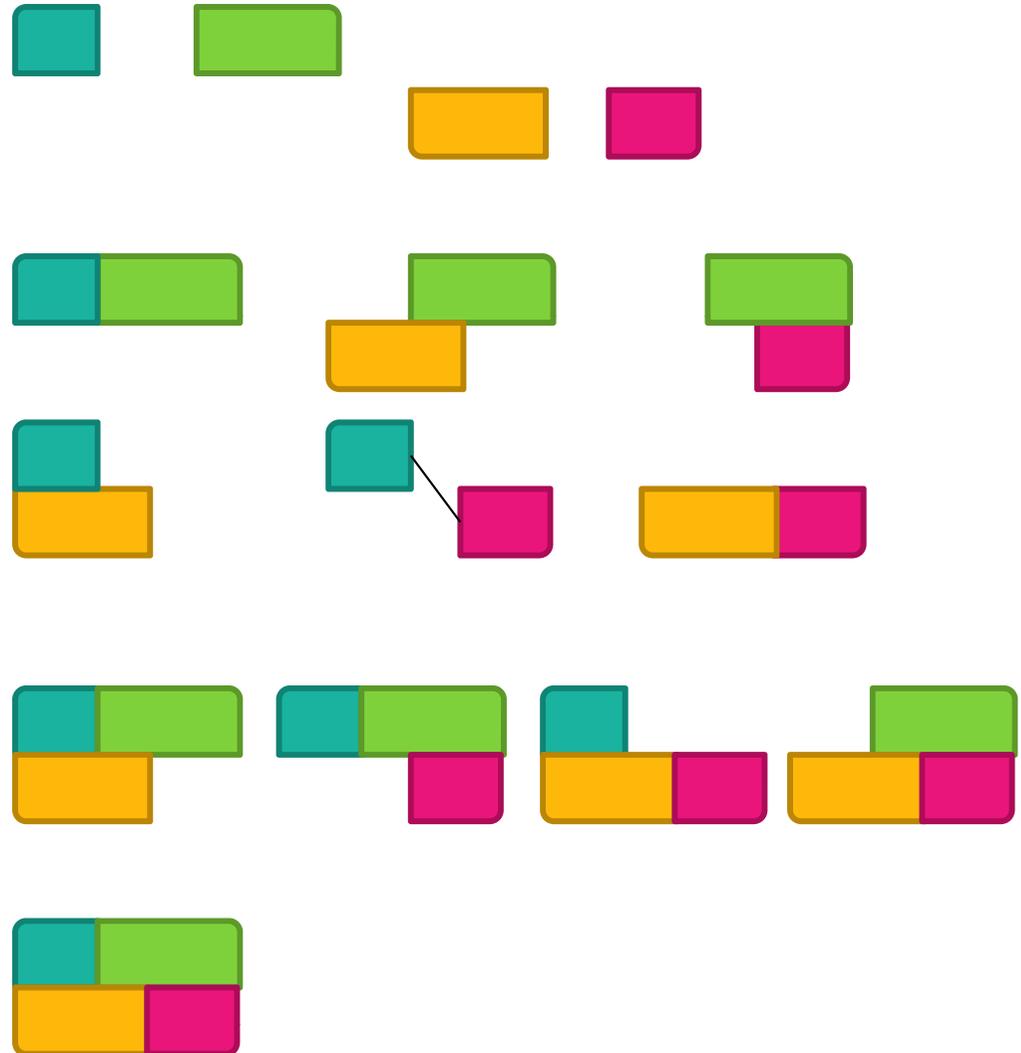


補足：最適区割導出の工夫

- 選挙区集合と選挙区の列挙



- ✓ 選挙区数 $m=2$
- ✓ 総人口 $P=100$
- ✓ 1選挙区平均 50
- ✓ 上限 $u_b=66$
- ✓ 下限 $l_b=34$



補足：最適区割導出の工夫

- 妥当選挙区

- 全集合

$2^n - 1$ 個 (n : 市区郡数)

飛び地あり

- 全選挙区

飛び地なし

- 第1妥当判定

- k は第1妥当選挙区

飛び地排除

$$\bar{l} \leq p_k \leq \bar{u}$$

初期値

$$\bar{l} := \left\lfloor \frac{2}{3}v \right\rfloor, \bar{u} := \left\lceil \frac{4}{3}v \right\rceil$$

$v = P/m$
県人口 ↑ ↑ 選挙区数

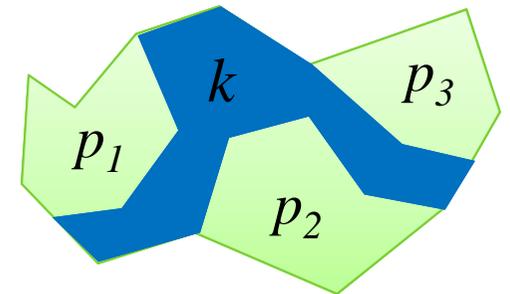
注: 実行可能解が一つあれば範囲 $[\bar{l}, \bar{u}]$ 縮小可

- 第2妥当判定

- k は第2妥当選挙区

$$\forall j, \exists i \in \{1, \dots, m-1\},$$

$$\bar{l} \leq \frac{p_j}{i} \leq \bar{u}$$



注: 下限が初期値なら上限に意味はなく,
 p_j が下限以上なら必ず i 存在

- 第3妥当判定

- k は第3妥当選挙区

$$\sum_j i_{p_j}^{\min} + 1 \leq m \leq \sum_j i_{p_j}^{\max} + 1$$

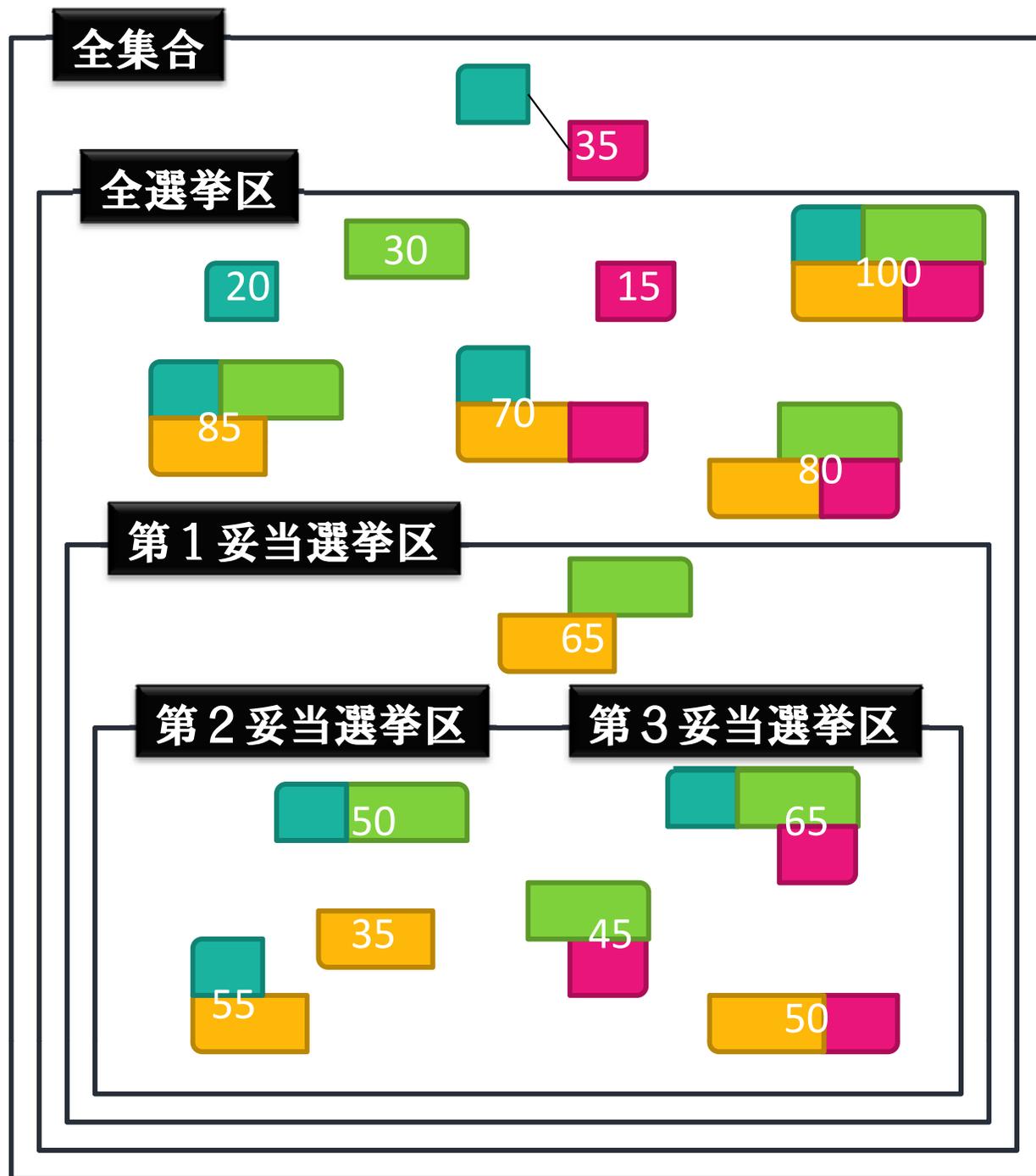
補足：最適区割導出の工夫

● 選挙区集合



- ✓ 総人口 $P=100$
- ✓ 選挙区数 $m=2$
- ✓ 1選挙区平均 50
- ✓ 上限 $u_b=66$
- ✓ 下限 $l_b=34$

- 全集合 15(= 2^4-1)
- 全選挙区 14
- 第1妥当選挙区 7
- 第2妥当選挙区 6
- 第3妥当選挙区 6



補足：最適区割導出の工夫

上段：1選挙区事前割当(根本・堀田)
下段：本研究

● 過大人口市区

0全国	127,756,815		300	選挙区集合			最適解		
対象都道府県	2005人口 国勢調査	市区 郡数	選挙 区数	全集合 2^{n-1} 飛び地許す	第1 妥当	第2 妥当	最大	最小	最小比
14神奈川	8,790,900	51	18	2,251,799,813,685,250 4,503,599,627,370,490	2,651 4,946	1,021 1,580	566,460 566,460	446,893 446,893	1.26755 1.26755
15新潟	2,431,396	31	6	2,147,483,647 4,294,967,295	37,228 230,515	4,759 18,136	418,011 418,011	392,662 392,662	1.06456 1.06456
22静岡	3,792,457	38	9	274,877,906,943 549,755,813,887	4,082 13,110	1,445 1,925	443,679 438,110	401,285 401,285	1.10565 1.09177
27大阪	8,817,010	63	18	9,223,372,036,854,780,000 18,446,744,073,709,600,000	11,186 27,336	9,499 21,052	582,723 582,723	446,643 446,643	1.30467 1.30467
33岡山	1,957,056	27	5	134,217,727 268,435,455	474,702 3,560,000	15,293 62,801	469,372 469,372	362,158 366,960	1.29604 1.27908
38愛媛県	1,467,824	18	4	262,143 524,287	3,024 5,209	86 117	374,777 374,777	360,741 363,796	1.03891 1.03018
43熊本県	1,842,140	27	5	134,217,727 268,435,455	12,820 146,756	701 2,246	389,720 382,013	318,446 318,446	1.22382 1.19962
46鹿児島	1,753,144	34	4	17,179,869,183 34,359,738,367	4,262,860 51,320,176	165 174	449,692 443,989	430,720 430,720	1.04405 1.03081

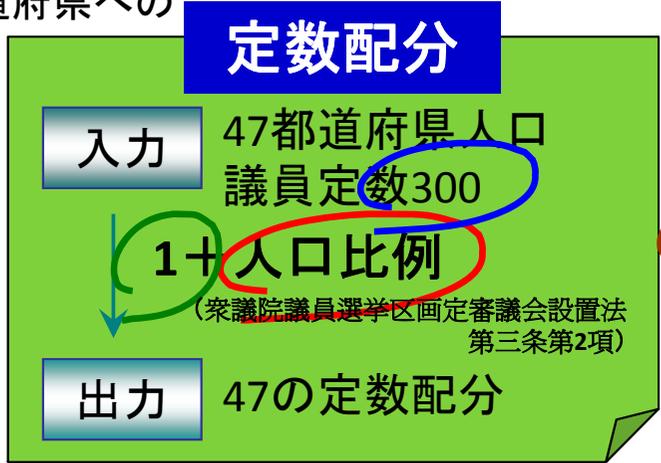
● 実行可能解なしの都道府県

16富山	1,111,602	12	3	4,095 8,191	355 539	22 22	376,827 376,827	364,241 367,387	1.03455 1.02569
37香川	1,012,261	15	3	32,767 32,767	150 3,447	25 50	338,602 338,011	336,239 336,239	1.00703 1.00527

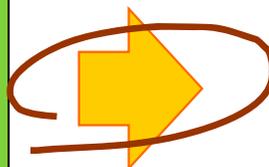
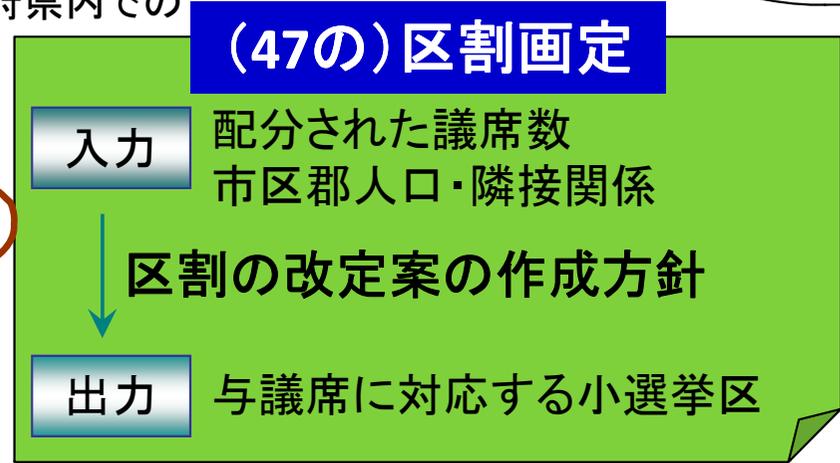
最適区割による限界格差を用いた分析

2000人口
2001行政界

各都道府県への



各都道府県内での



1+最大剰余法	1.977
1+切り捨て法	1.750
1+切り上げ法	3.076
1+四捨五入法	2.290
1+幾何平均法	2.290
1+調和平均法	2.290
最大剰余法	2.032
切り捨て法	2.524
切り上げ法	1.750
四捨五入法	2.032
幾何平均法	1.777
調和平均法	1.777

1.977
1.750
3.076
2.290
2.290
2.290

議員定数
280~320

一票の重みの格差の縮小限界

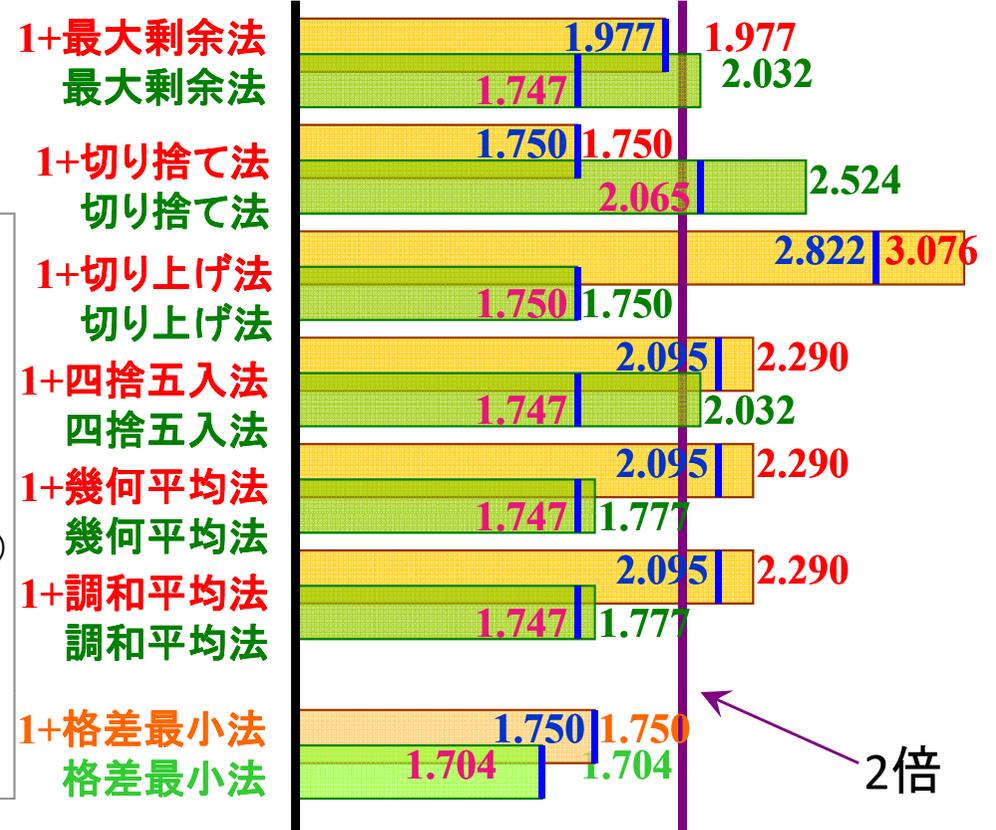
1+格差最小配分法

1.750 1.704

格差最小配分法

例) 東京都

- 1+24=25, 1+25=26 (by 1+24.039)
- 1+26=27 (by 1+切り捨て法)
- 1+22=23 (by 1+切り上げ法)
- 1+24=25 (by 1+四捨五入法)
- 1+24=25 (by 1+幾何平均法)
- 1+23=24 (by 1+調和平均法)

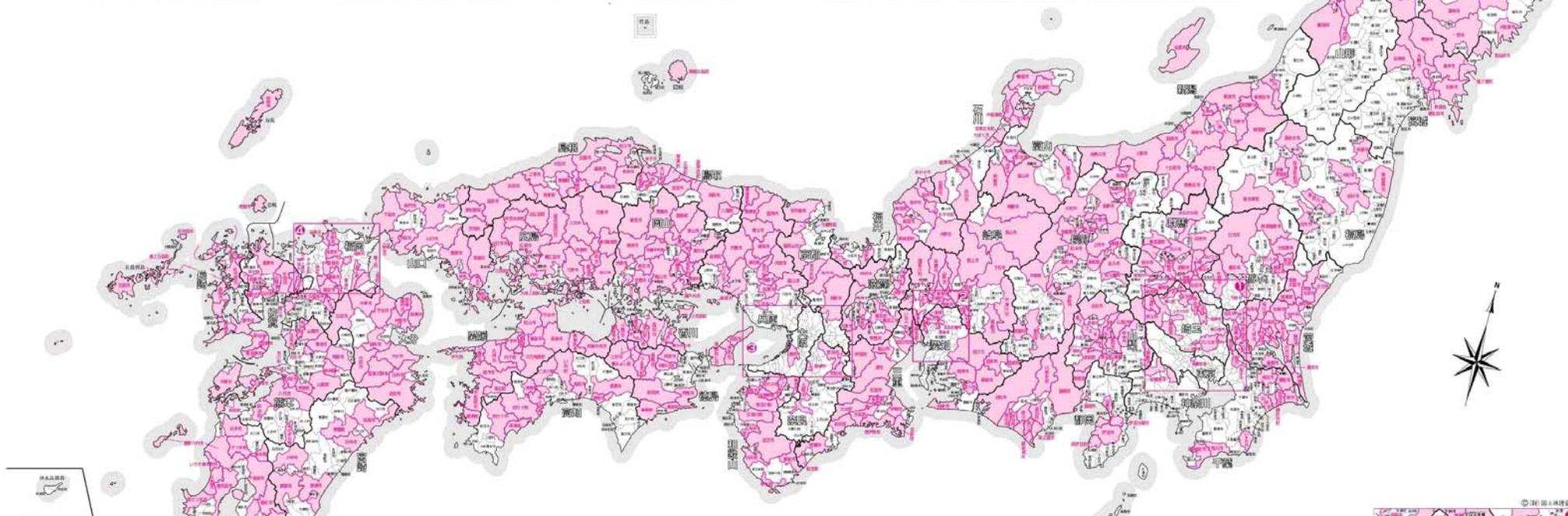
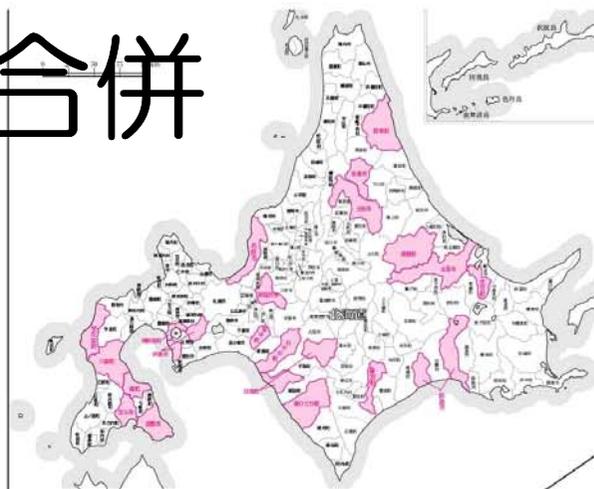


2倍

全国自治体マップ

平成17(2005)年4月1日現在の国土地理協会による合併地図担当作成。平成17(2005)年4月1日現在の自治体数(市町村数)と合併後の自治体数(市区郡要素数)を示した地図です。平成17(2005)年4月1日現在の自治体数(市町村数)と合併後の自治体数(市区郡要素数)を示した地図です。平成17(2005)年4月1日現在の自治体数(市町村数)と合併後の自治体数(市区郡要素数)を示した地図です。

平成の大合併



市町村数

市区郡要素数

3227

2001 1473

-44% 1822

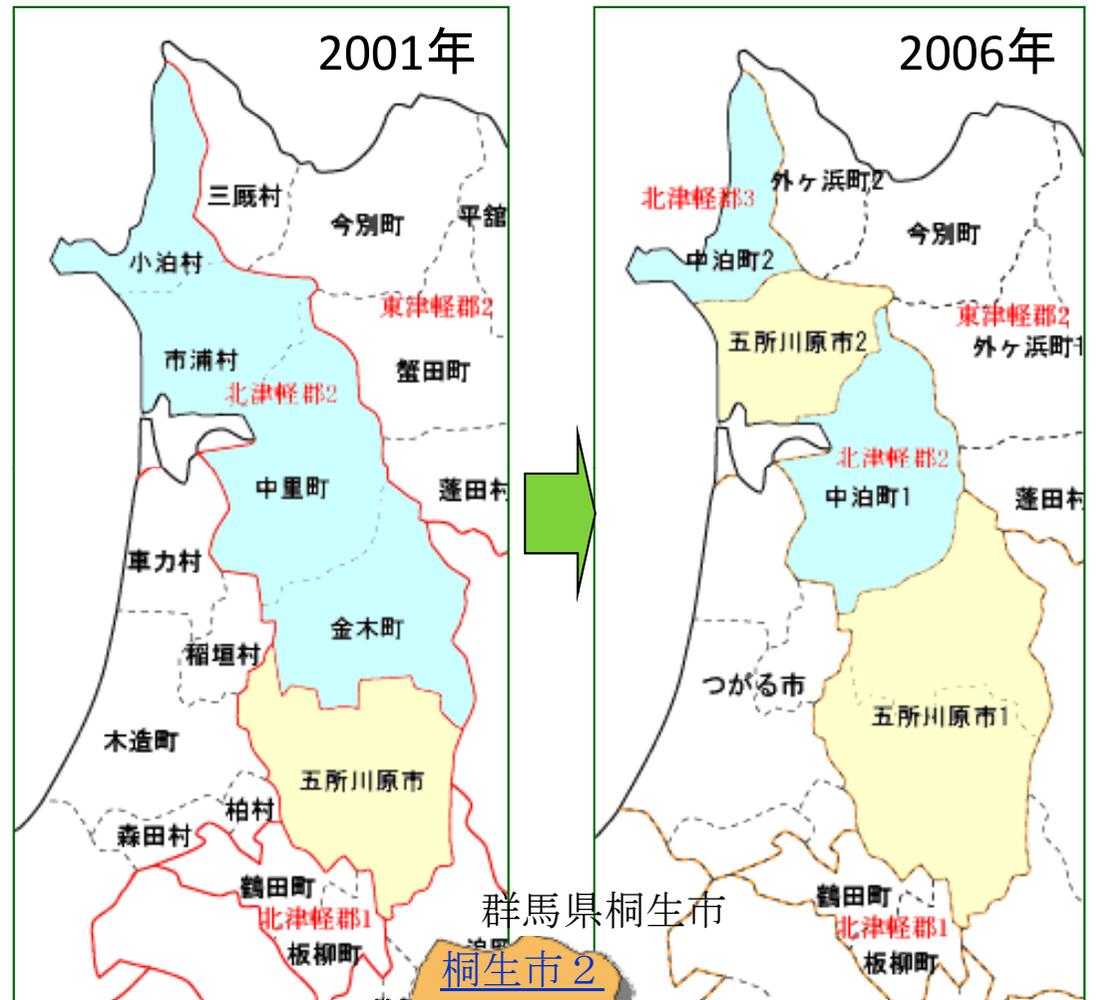
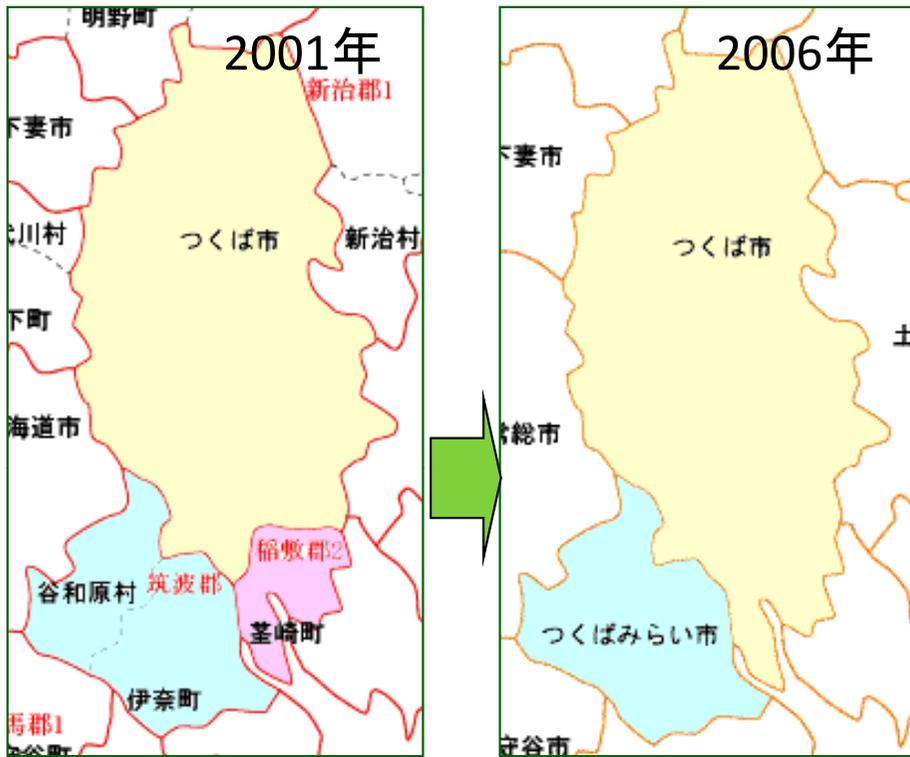
2006 1378 -6%



平成の大合併

合併の直感的イメージ

合併の実際



区割線の自由度減少

格差拡大!

市町村数

3227

2001

1473

-44%

1822

2006

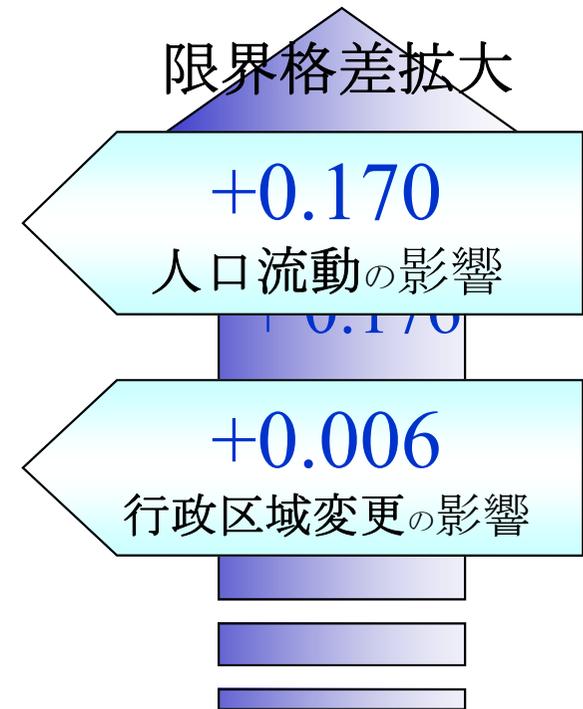
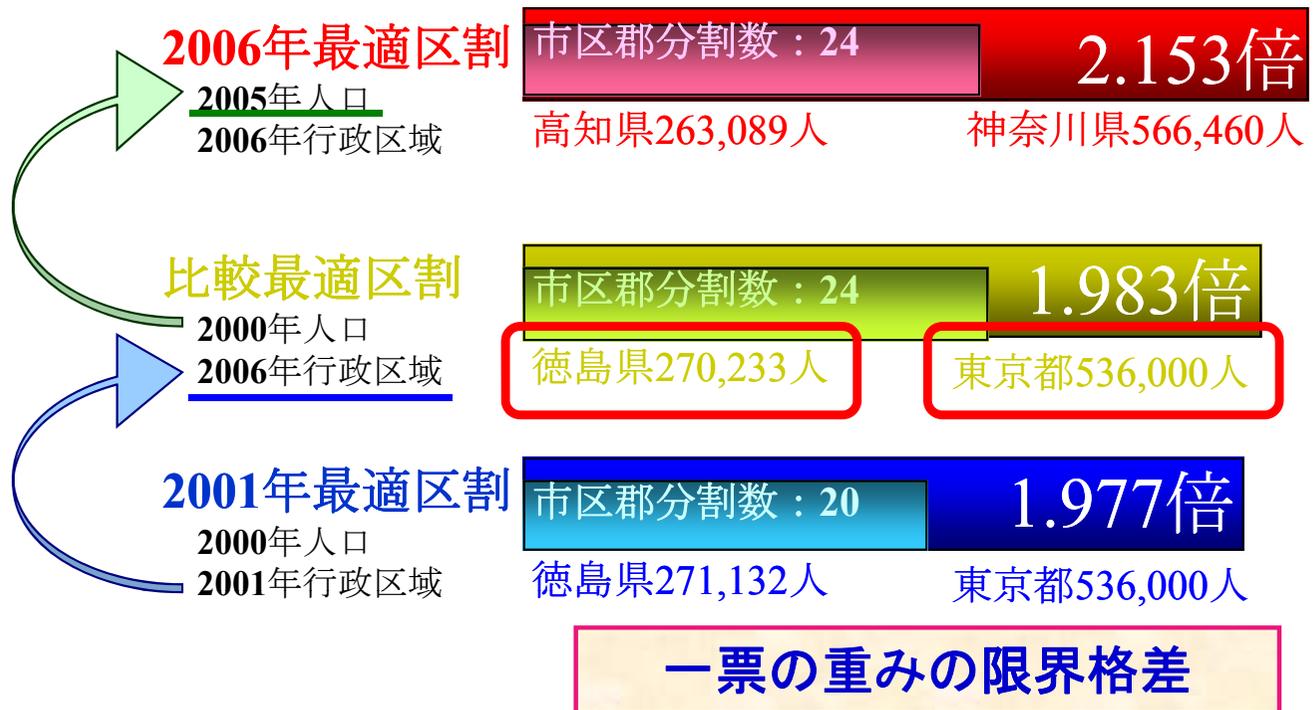
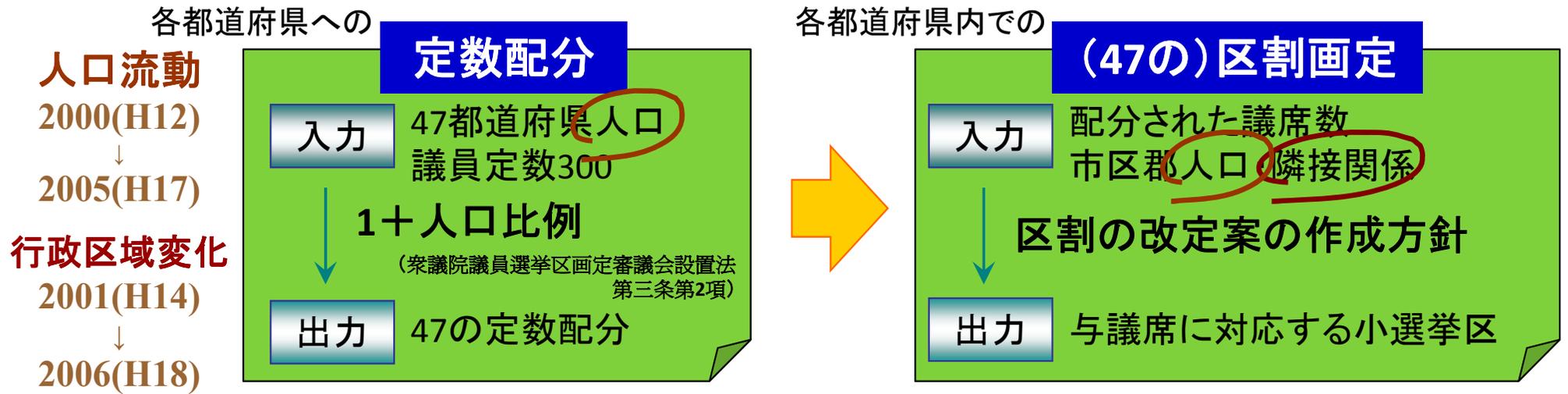
1378

-6%

市区郡要素数



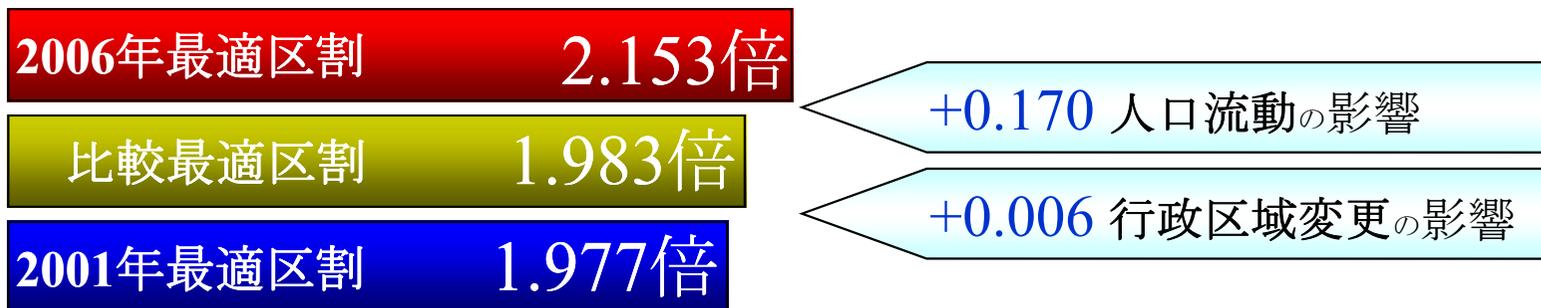
人口流動と行政区域変化の影響



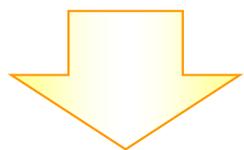
ただし、この結果は表面的！

ここまでのまとめ

- 行政区域変化が「一票の重みの格差」に与える影響を定量分析
- 人口流動と行政区域変化の影響度を定量分析



- 「区割り案の作成方針」の問題点を明示



- 2011年 区割の見直し
- 道州制・合県



県境緩和と一票の重みの格差

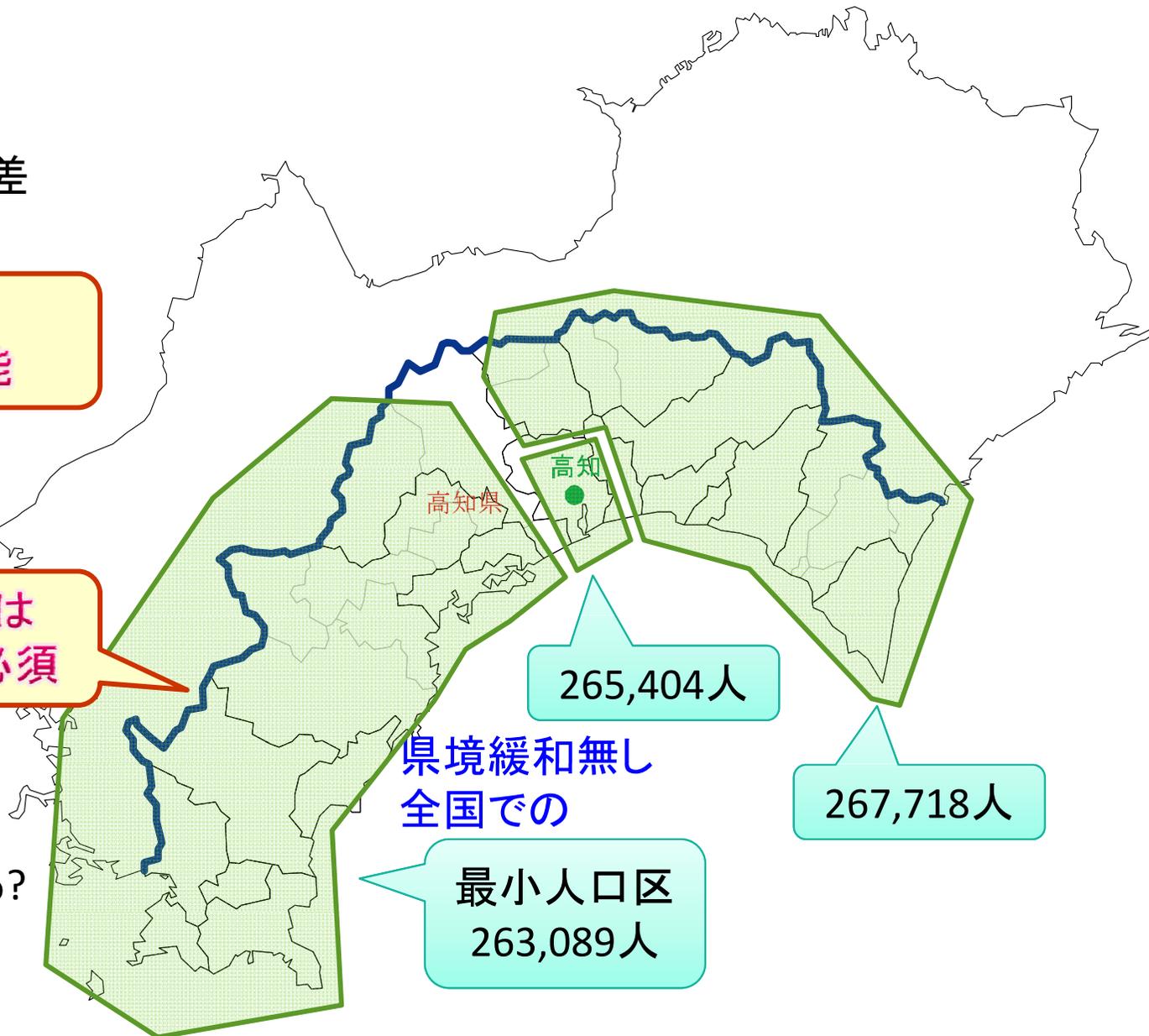
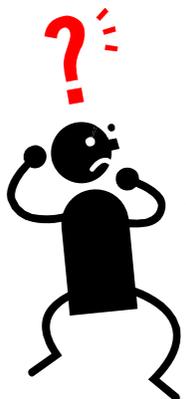
高知県

高知県内の格差
1.018倍

県内で
解決不可能

格差改善には
県境緩和が必須

どの程度
効果がある?



265,404人

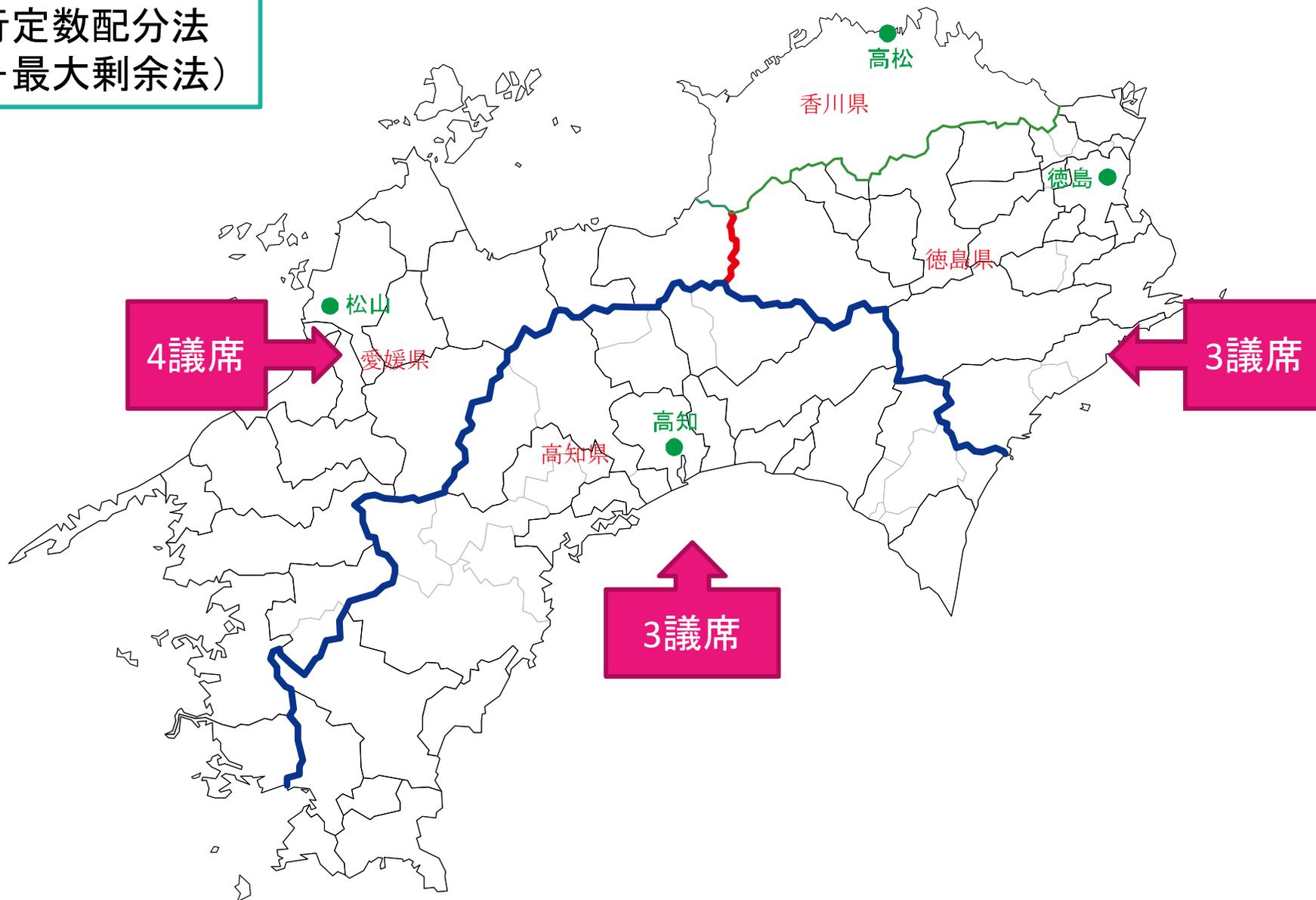
267,718人

県境緩和無し
全国での

最小人口区
263,089人

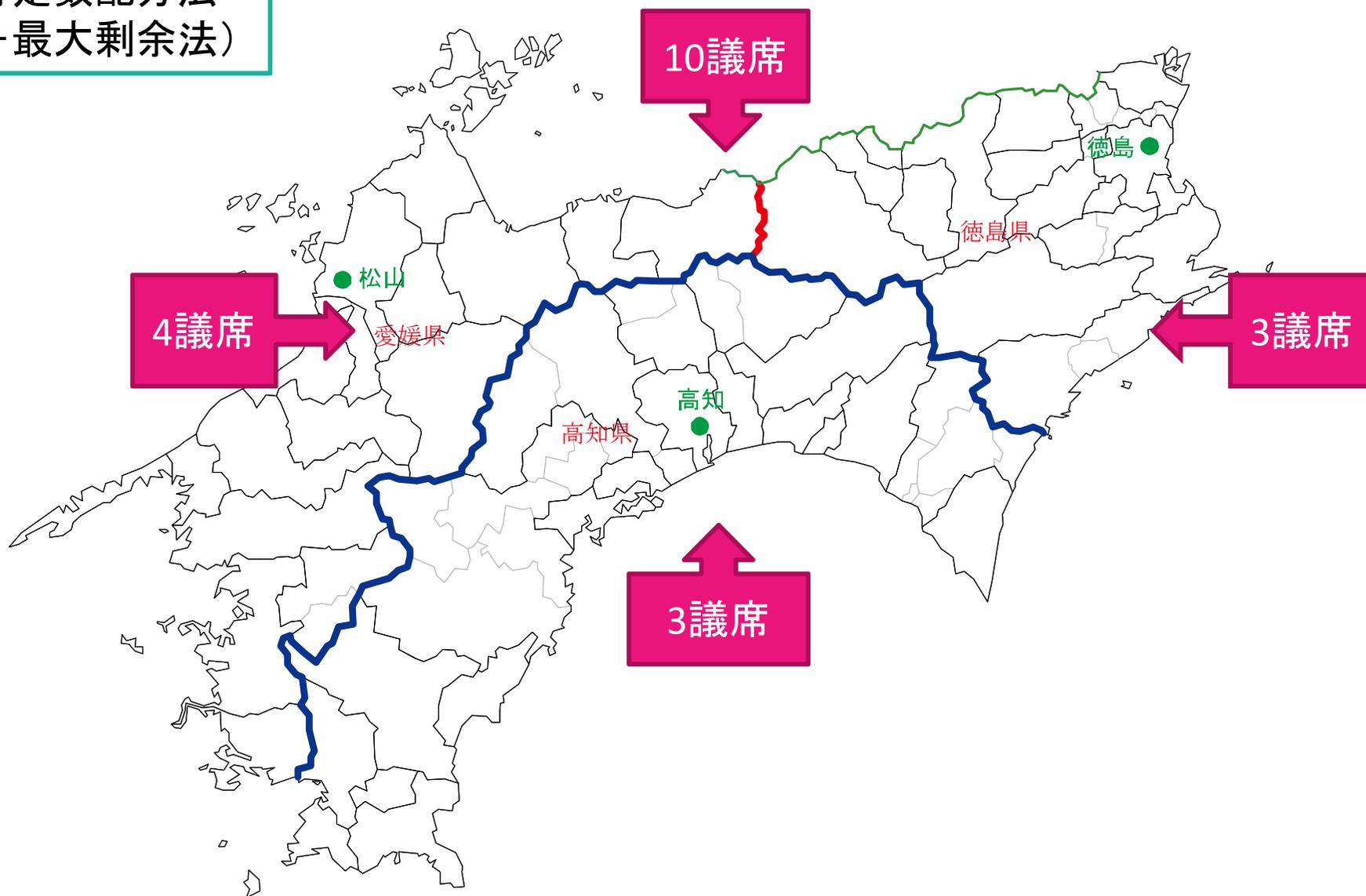
小選挙区制における県境の緩和

現行定数配分法
(1+最大剰余法)



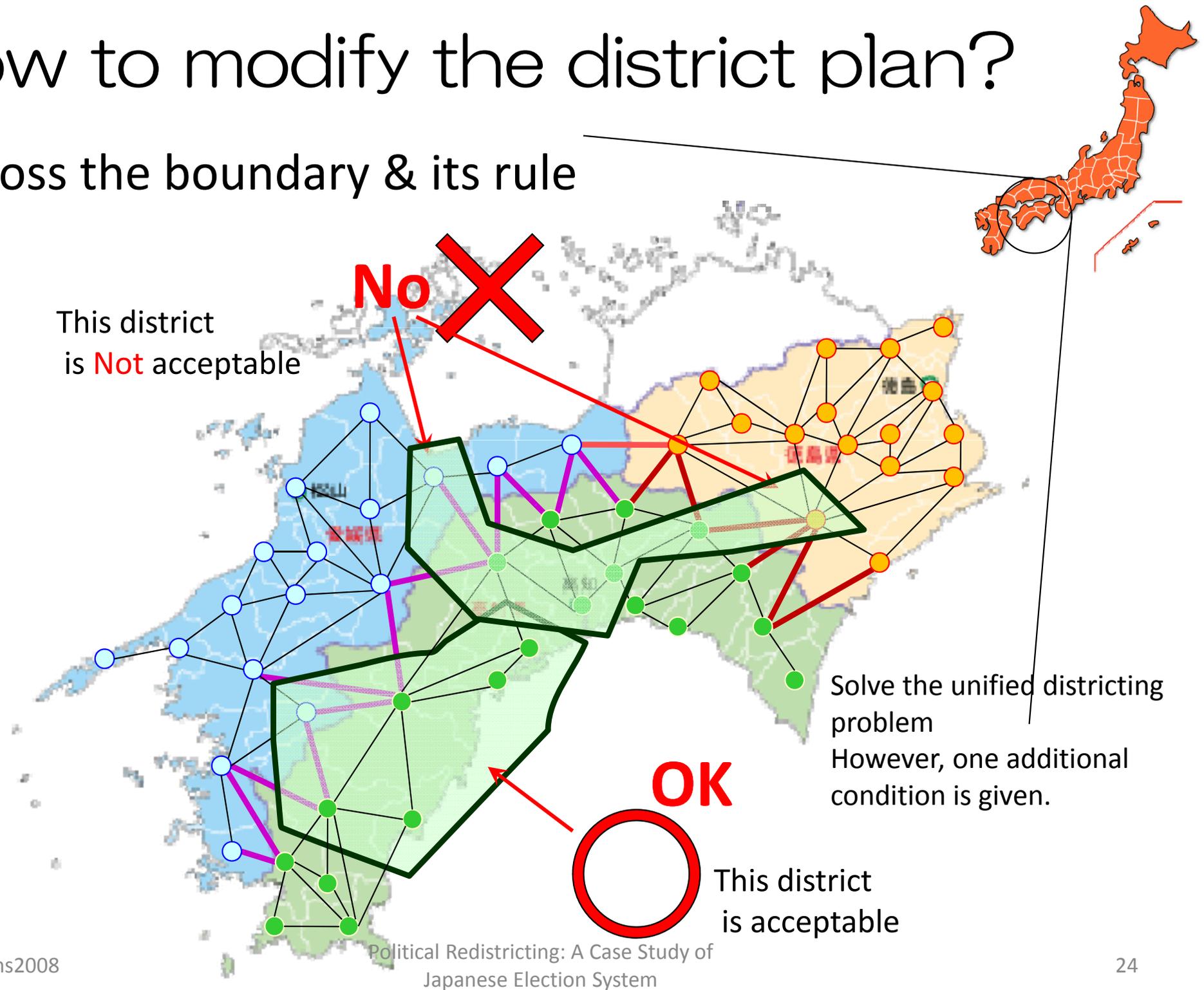
小選挙区制における県境の緩和

現行定数配分法
(1+最大剰余法)



How to modify the district plan?

- Cross the boundary & its rule



Cross the Prefecture's border

- Some results
 - Each prefecture's results(optimal sol.)

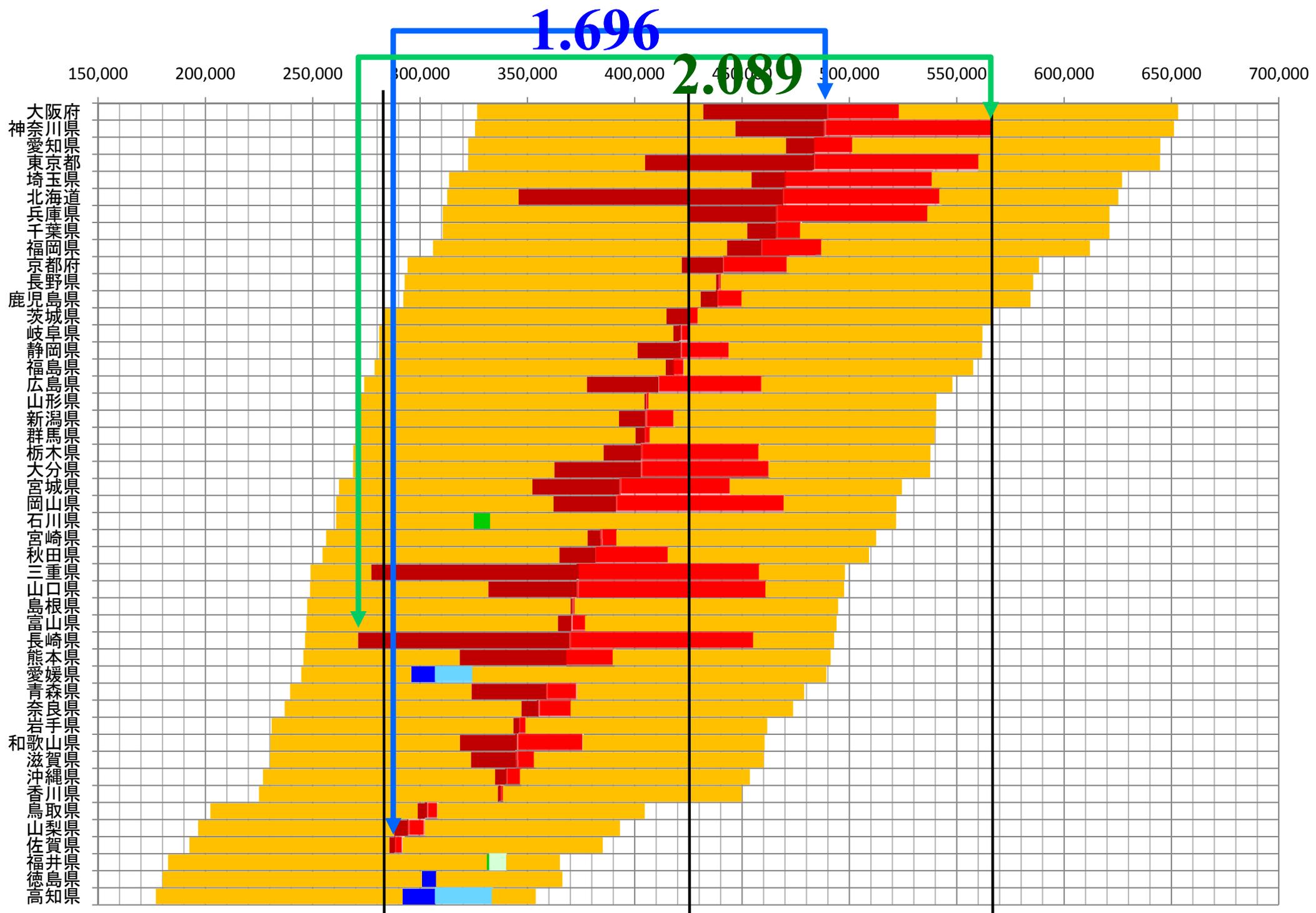
# of District	3		4		3	
prefecture	Tokushima		Ehime		Kouchi	
Max & Min	272,482	266,847	374,777	360,741	267,718	263,089
Ratio	1.021		1.039		1.018	

Remark: Some Cities are divided.

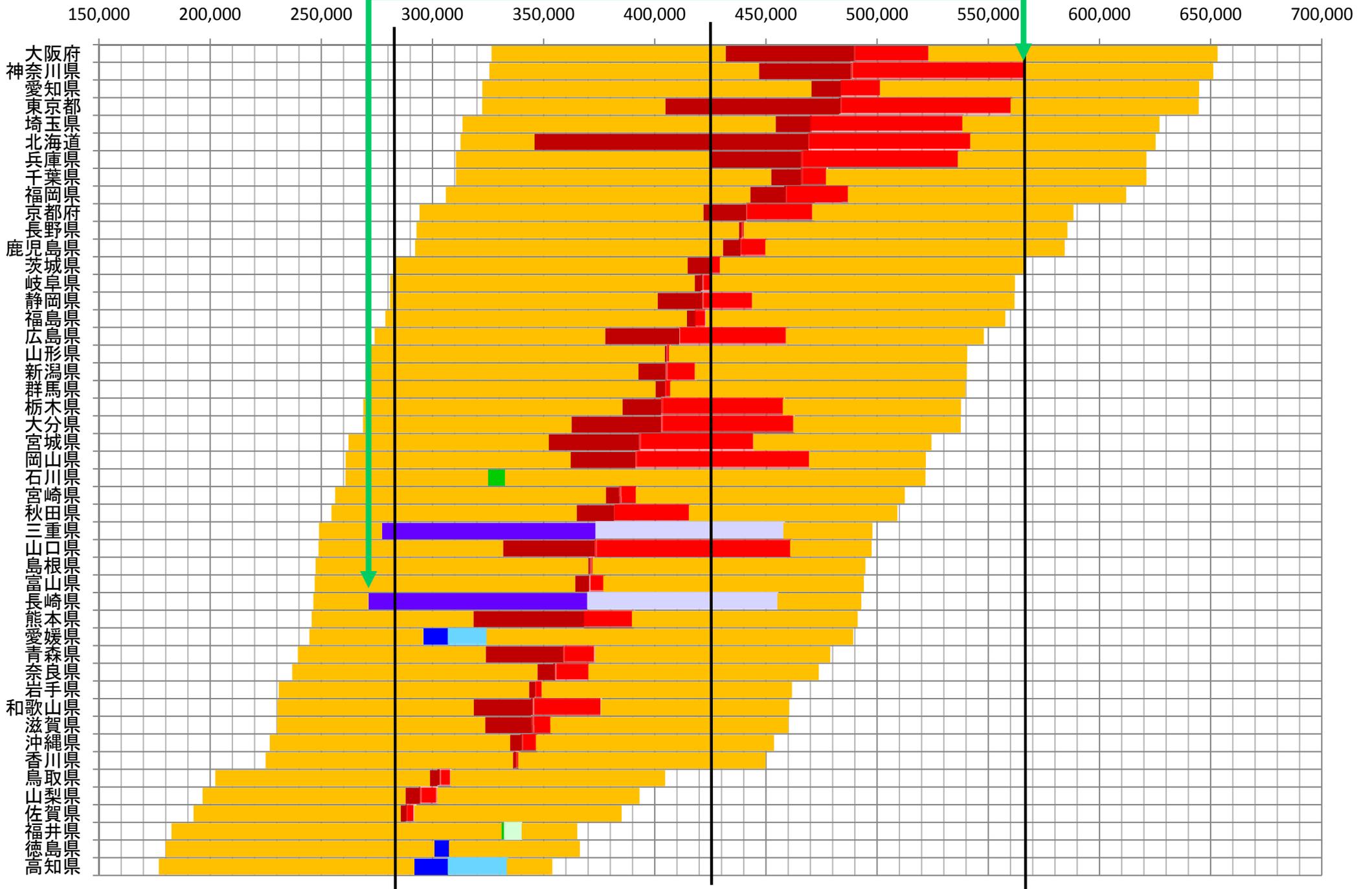
- Results with crossing the 3 Prefectures' border(optimal sol.)

# of District	3		4		3	
prefecture	Tokushima		Ehime		Kouchi	
Max & Min	301,080	300,837	324,286	295,811	333,407	292,000
Ratio	1.001		1.096		1.142	

Remark: Every Cities are **Not** divided.



2.089

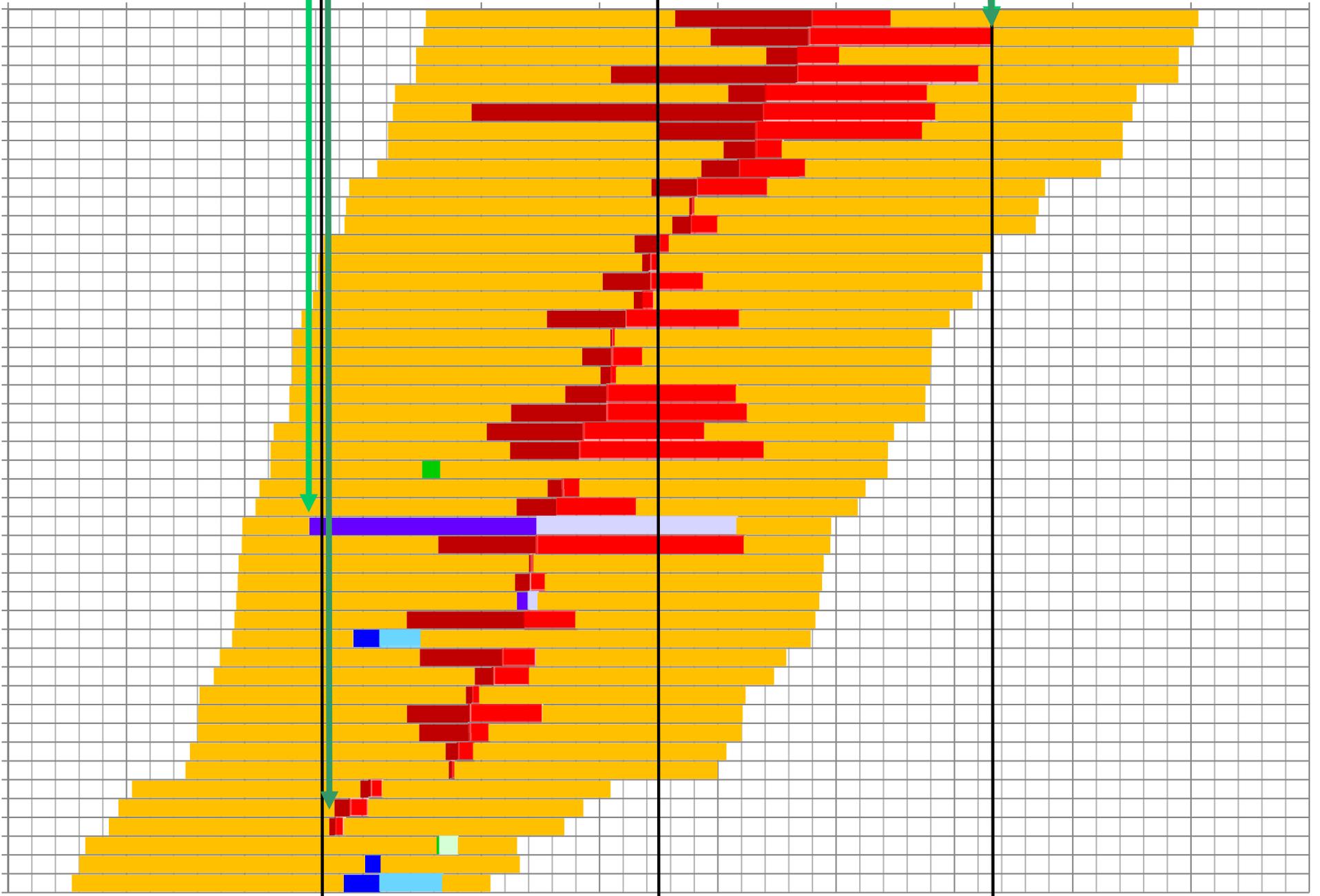


2.043

1.982

150,000 200,000 250,000 300,000 350,000 400,000 450,000 500,000 550,000 600,000 650,000 700,000

神 府 阪 大 奈 東 埼 北 兵 千 福 京 長 児 茨 岐 静 福 广 山 新 群 栃 大 宫 岡 石 宫 秋 三 山 島 富 長 熊 愛 青 奈 出 岩 歌 滋 冲 香 鳥 山 佐 福 德 高



県境緩和の格差是正効果

$$\frac{566,460}{277,333} = 2.043$$

限界格差
0.046 改善

高知県 + 徳島県
県境緩和適用後の最適区割

$$\frac{566,460}{271,123} = 2.089$$

限界格差
0.034 改善

1回の県境緩和
→ 0.03~0.04の是正効果

徳島県
県境緩和後の

最小人口区
271,123人

$$\frac{566,460}{266,847} = 2.123$$

限界格差
0.030 改善

高知県
県境緩和後の

最小人口区
266,847人

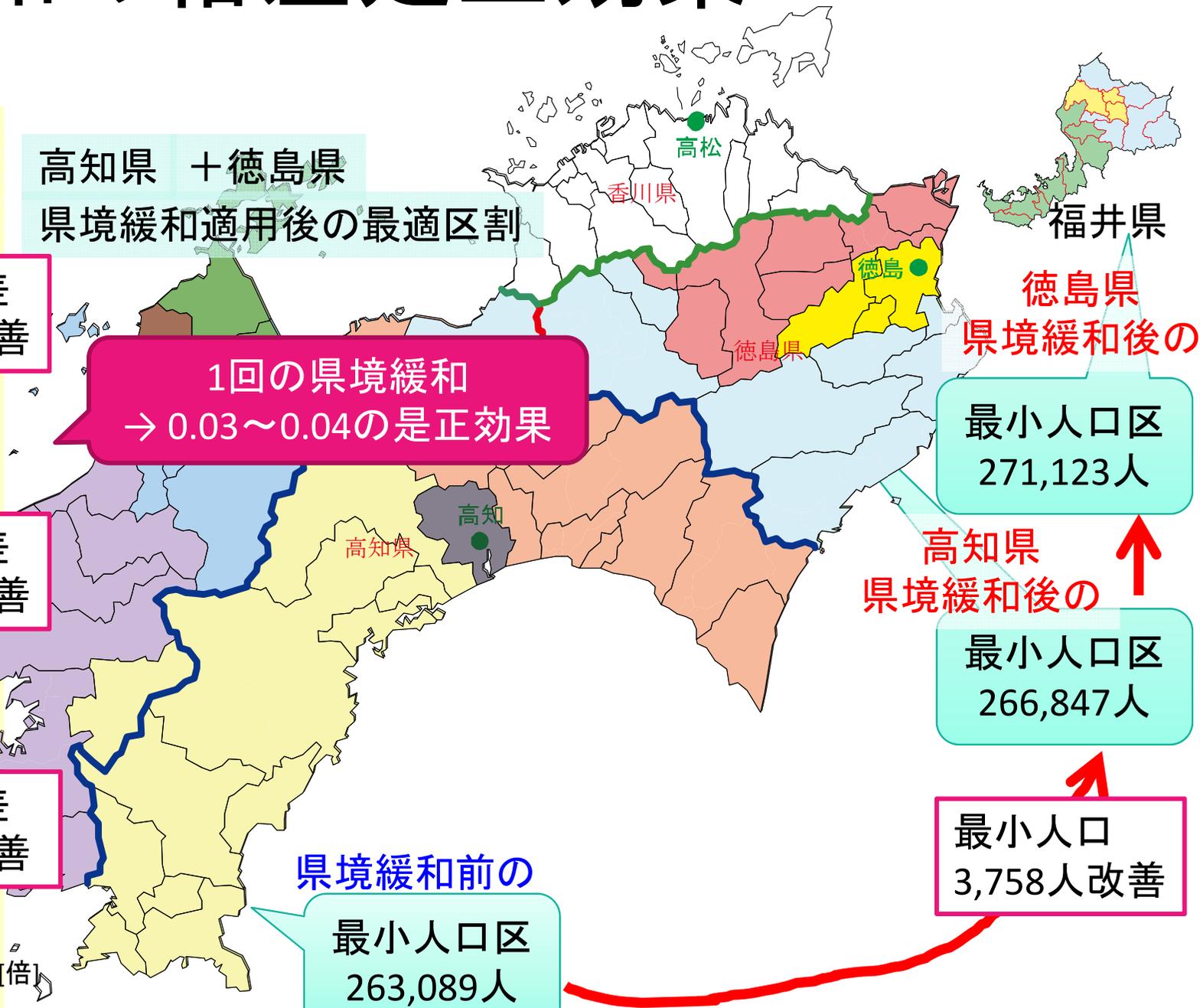
$$\frac{566,460}{263,089} = 2.153$$

県境緩和前の

最小人口区
263,089人

最小人口
3,758人改善

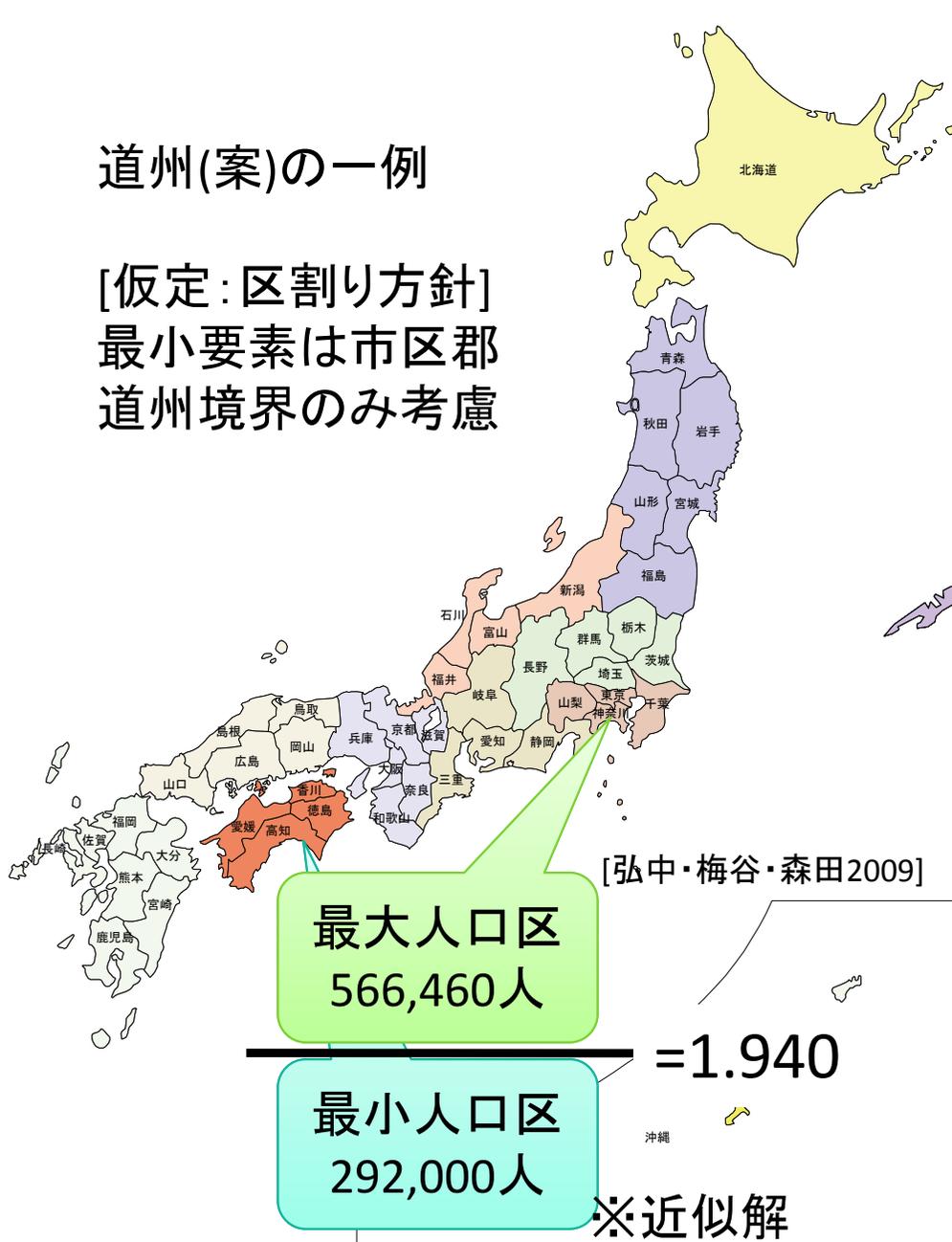
[倍]



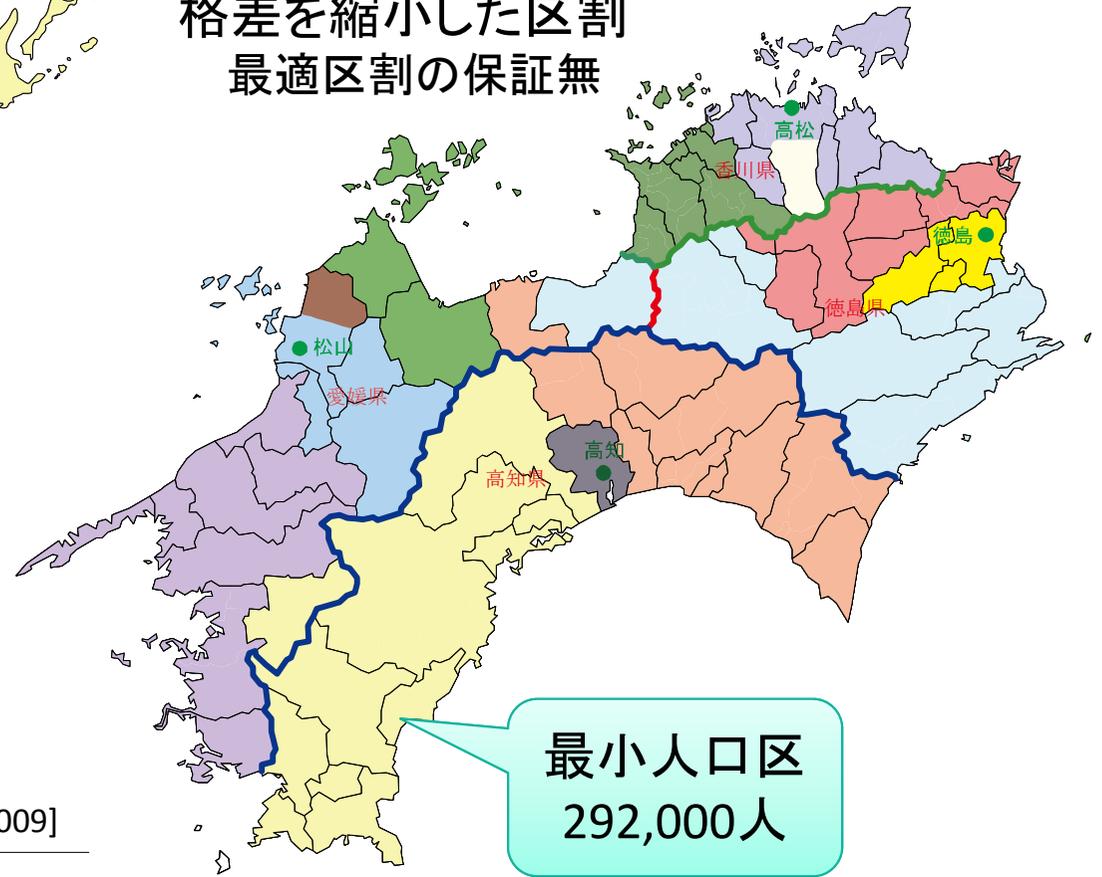
道州制と一票の重みの格差

道州(案)の一例

[仮定:区割り方針]
最小要素は市区郡
道州境界のみ考慮



格差を縮小した区割
最適区割の保証無



道州内での選挙区形成に緩和した場合の
限界格差の下限は1.940倍

定量分析のまとめ

議席配分

人口比例配分

▲ 最大剰余法

要因3 ← 少

多くの主張

要因1 ← ×

1議席事前配分

300議席
(小選挙区)

要因5 ← 少

県境の緩和? ← 微

道州制の利用? ← 少

要因4 ← 少

区割線の緩和? ← 少

各都道府県内での

区割画定 ← 要因2 ← 微

- 方針
- 格差2倍未満
 - 市区郡を分割しない
 - 飛び地の禁止

現区割

一票の重みの格差 2倍

2006年時点

2.203倍

2009年時点

2.310倍

最適区割

限界格差

2006年時点

2.153倍

3県での県境緩和

2.043倍

道州内での県境緩和

1.940倍

- 区割り方針での「2倍未満を基本」は非現実的
→ 地域と格差縮小のトレードオフを数値で明示
- 格差2倍前半は許容範囲としてはどうか
- 2011年の区割り見直しへのサポート

選挙制度設計の
議論を支援する
定量化手法

選挙制度の不備について



- 日本国憲法

- 第14条 (すべて国民は、法の下に平等であって...)
- 第43条2項 (両議院の議員の定数は、法律でこれを定める)
- 第46条 (参議院議員の任期は、六年とし、三年ごとに議員の半数を改選...)
- 第47条 (選挙区、投票の方法その他両議院の議員の選挙に関する事項は、法律で...)

- 公職選挙法

- 第13条 <衆議院議員の選挙区>
- 第14条 <参議院選挙区選出議員の選挙区>
- 別表第1<衆議院小選挙区>， 第2 <衆議院比例区>， 第3 <参議院選挙区>

- 公職選挙法施行令

- 衆議院議員選挙区画定審議会設置法

- 衆議院議員選挙区画定審議会設置法施行令

区割りの改定案の作成方針

(1)「格差2倍未満」の基本方針

- (イ) 各選挙区の人口は、**全国の議員1人当たり人口の $\frac{2}{3}$ から $\frac{4}{3}$ まで**とし、全国の議員1人当たり人口の $\frac{4}{3}$ を上回る選挙区は設けないものとし、全国の議員1人当たり人口の $\frac{2}{3}$ を下回る選挙区はできるだけ設けないものとする。
- (ロ) 各選挙区の人口は、**当該都道府県の議員1人当たり人口の $\frac{2}{3}$ から $\frac{4}{3}$ まで**とする。
- (ハ) 都道府県の議員1人当たり人口が全国の議員1人当たり人口の $\frac{2}{3}$ を下回る都道府県にあっては、各選挙区の人口をできるだけ均等にするものとする。

(2)「市区分割禁止」の例外規定

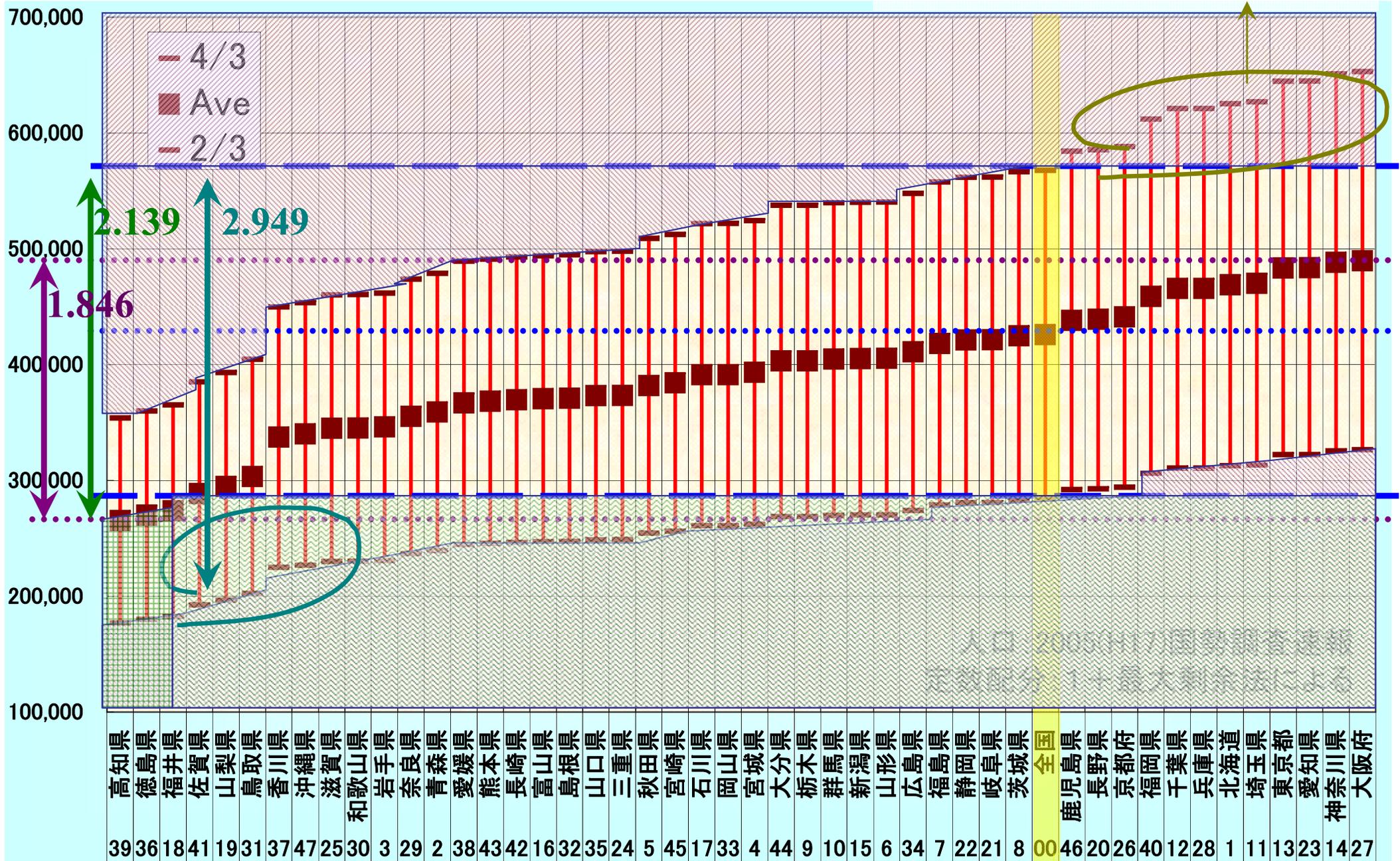
- (イ) 市区の人口が**全国の議員1人当たり人口の $\frac{4}{3}$ を超える**場合
 - (ロ) 市区の人口が**当該都道府県の議員1人当たり人口の $\frac{4}{3}$ を超える**場合
 - (ハ) 当該都道府県の人口最大の市の区域をもって単独の選挙区としたときに全国の議員1人当たり人口の $\frac{2}{3}$ を下回る選挙区が生じる場合(当該市の人口が当該都道府県の議員1人当たり人口を下回る場合を除く。)
- (二) 選挙区が飛地となることを**避けるために必要な場合**

(3)「郡分割禁止」の例外規定

- (イ) (1)に沿った選挙区を**設けるために必要な場合**
- (ロ) 選挙区が飛地となることを**避けるために必要な場合**
- (ハ) 郡の区域が現に他の郡市により分断されている場合又は郡の区域に離島を含む場合

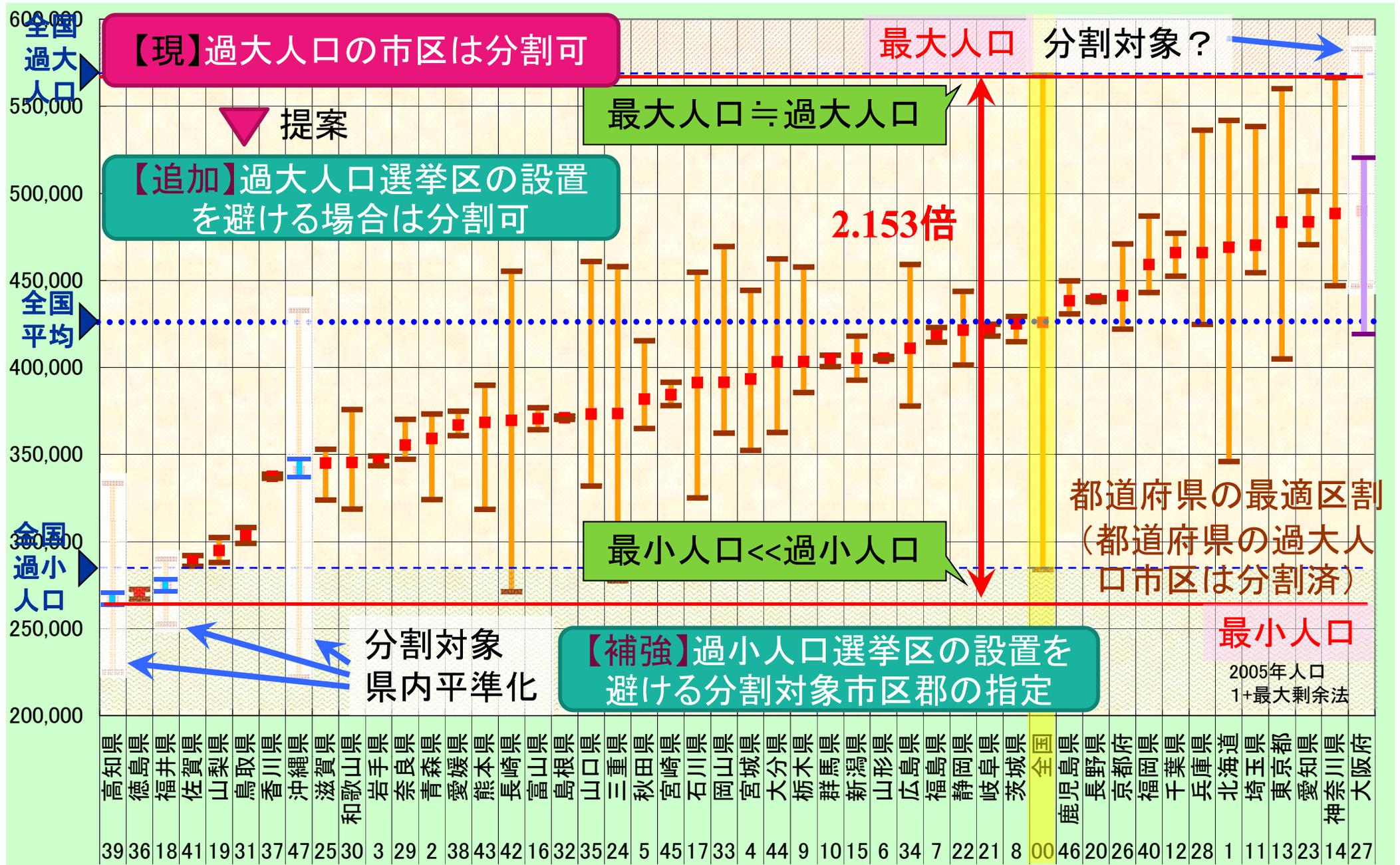
格差縮小方針・例外分割規則の不備とは？

一つの市区で超える→事前分割



全国最適区割と 過大人口以外の市区郡分割

- 方針**
- 格差2倍未満
 - 市区郡分割禁止
 - 飛び地の禁止
- 例外有**
- 過大人口 > 平均 × 4/3 (過大人口市区は分割)



最適区割導出

全国最適区割 (調整都道府県のみ)

都道府県内最適区割

1	北海道	541,903	345,918	1.567
2	青森県	373,146	324,002	1.152
3	岩手県	349,138	343,484	1.016
4	宮城県	444,255	352,299	1.261
5	秋田県	415,326	364,918	1.138
6	山形県	406,357	404,565	1.004
7	福島県	422,935	414,482	1.020
8	茨城県	429,231	414,796	1.035
9	栃木県	457,557	385,518	1.187
10	群馬県	406,918	400,400	1.016
11	埼玉県	538,336	454,385	1.185
12	千葉県	infeasible	infeasible	—
13	東京都	560,048	404,798	1.384
14	神奈川県	566,460	446,893	1.268
15	新潟県	418,011	392,662	1.065
16	富山県	infeasible	infeasible	—
17	石川県	454,607	325,031	1.399
18	福井県	289,913	252,332	1.149
19	山梨県	302,166	287,928	1.049
20	長野県	440,056	437,871	1.005
21	岐阜県	424,782	417,973	1.016
22	静岡県	443,679	401,285	1.106
23	愛知県	501,235	470,499	1.065
24	三重県	457,852	277,333	1.651
25	滋賀県	353,013	323,713	1.091
26	京都府	470,870	421,904	1.116
27	大阪府	582,723	446,643	1.305
28	兵庫県	536,234	424,669	1.263
29	奈良県	370,106	347,226	1.066
30	和歌山県	375,718	318,576	1.179
31	鳥取県	308,035	298,912	1.031
32	島根県	371,965	370,170	1.005
33	岡山県	469,372	362,158	1.296
34	広島県	459,015	377,756	1.215
35	山口県	460,870	331,824	1.389
36	徳島県	272,482	266,847	1.021
37	香川県	infeasible	infeasible	—
38	愛媛県	374,777	360,741	1.039
39	高知県	333,407	224,962	1.482
40	福岡県	486,910	443,015	1.099
41	佐賀県	infeasible	infeasible	—
42	長崎県	455,131	271,164	1.678
43	熊本県	389,720	318,446	1.224
44	大分県	462,322	362,589	1.275
45	宮崎県	391,411	378,030	1.035
46	鹿児島県	449,692	430,720	1.044
47	沖縄県	432,834	221,988	1.950

→	12	千葉県	476,966	452,405	1.054
→	16	富山県	376,827	364,241	1.035
→	18	福井県	279,344	271,122	1.030
→	27	大阪府	523,068	431,926	1.211
→	37	香川県	338,602	336,239	1.007
→	39	高知県	267,718	263,089	1.018
→	41	佐賀県	291,857	285,744	1.021
→	47	沖縄県	346,566	334,915	1.035

→ 全国下限 $3\frac{2}{3}$ 以下 →

→ 全国上限 $\frac{4}{3}$ 以上 →

→ 全国下限 $2\frac{2}{3}$ 以下 →

→ 全国下限 $1\frac{2}{3}$ 以下 →

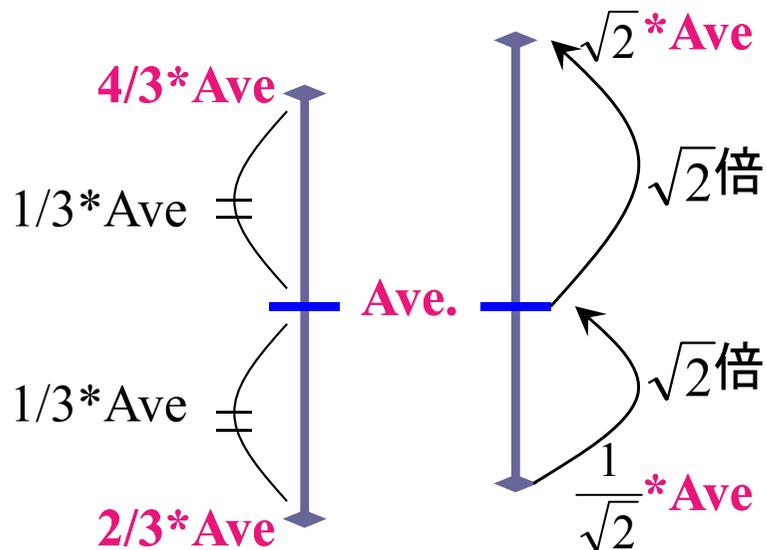
格差縮小方針・例外分割規則の不備とは？

- 「一票の重みの格差」は比率で比較する
- 「格差比較が**比基準**」で「作成方針が**差基準**」は妥当？

「格差2倍未満」を念頭にした(?)基準

平均からの
「差」が同じ

平均からの
「比」が同じ



現行の作成方針
による上下限基準

比率を比較するなら
採用すべき？基準

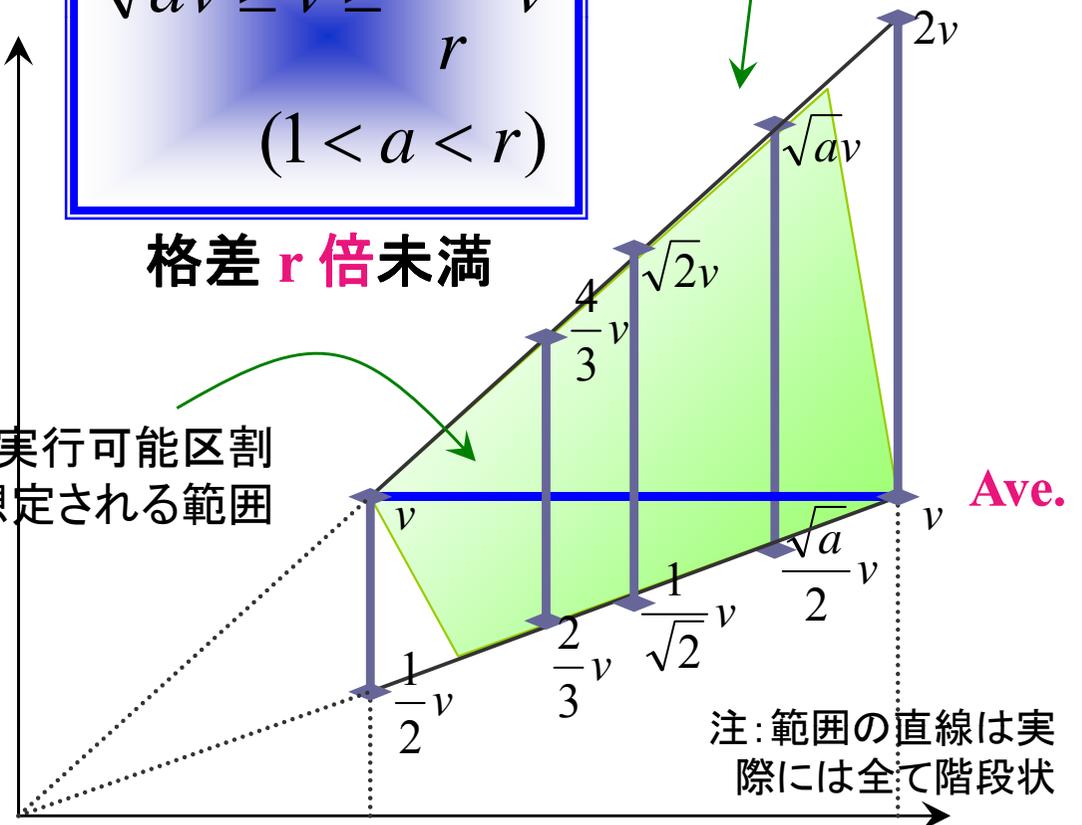
$$\sqrt{av} \geq v \geq \frac{\sqrt{a}}{r} v$$

$$(1 < a < r)$$

格差 r 倍未満

注：実行可能区割
が想定される範囲

注：図は格差2倍
未満の場合



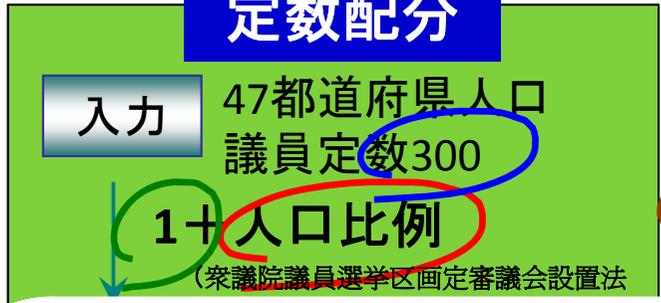
注：範囲の直線は実
際には全て階段状

選挙区作成制度見直しのために

2000人口
2001行政界

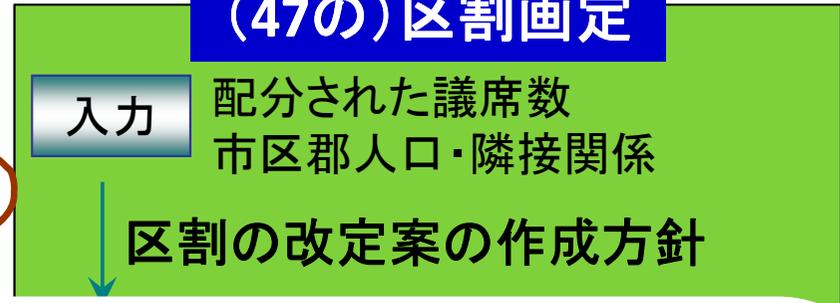
各都道府県への

定数配分



各都道府県内での

(47の)区割画定



この順番を変えたくないのなら...

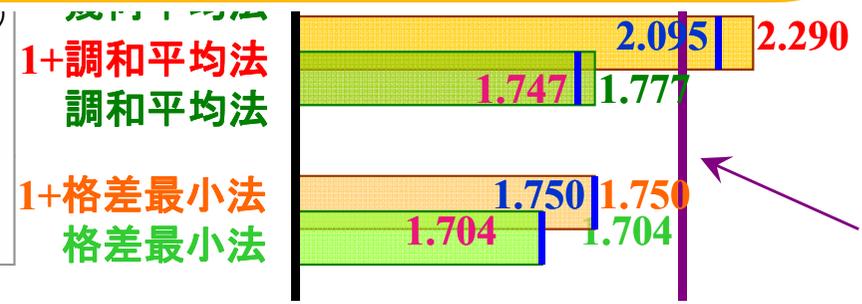
★定数配分をなるべく頑張ることがまずは肝要

- そしてそのための制度設計が必要
- まず議席配分後が全国上下限内に
- 上下限範囲見直し・分割基準見直し・「1+」見直し

- 1+最
- 1+切
- 1+切
- 1+四
- 1+幾
- 1+調
- 最
- 切
- 切り上げ法
- 四捨五入法
- 幾何平均法
- 調和平均法

1.750
2.032
1.777
1.777

1+24=25, 1+25=26 (by 1+24.059)
1+26=27 (by 1+切り捨て法)
1+22=23 (by 1+切り上げ法)
1+24=25 (by 1+四捨五入法)
1+24=25 (by 1+幾何平均法)
1+23=24 (by 1+調和平均法)



3.076

2倍

定数配分法

$$\left\{ \begin{array}{l} m: \text{総議席数} \\ p_i: \text{都道府県人口} \\ \text{quota} := \frac{mp_i}{\sum p_i} \end{array} \right.$$

- 剰余法 Remainder methods
 - 最大剰余法 LRM, Hamilton, Vinton

$quota$ の切捨値を配分,
残りを少数以下の大きい順に配分

$$\left\{ \begin{array}{l} d: \text{除数} \\ r: \text{基準値} \end{array} \right.$$

- 除数法 Divisor methods

$p_i/d \geq r$ なら $\lceil p_i/d \rceil$ を配分, o.w. $\lfloor p_i/d \rfloor$

- 切り捨て法, 最大除数法, Jefferson, d'Hont
- 調和平均法, Dean
- 幾何平均法, Hill, Huntington
- 算術平均法, Webster, Sainte-Lague
- 切り上げ法, 最小除数法, Adams

$$r := \lceil p_i/d \rceil$$

$$r := HM(\lceil p_i/d \rceil, \lfloor p_i/d \rfloor)$$

$$r := GM(\lceil p_i/d \rceil, \lfloor p_i/d \rfloor)$$

$$r := AM(\lceil p_i/d \rceil, \lfloor p_i/d \rfloor)$$

$$r := \lfloor p_i/d \rfloor$$

d が最大になるから
 d が最小になるから

定数配分法の比較

○...満たす

×...必ずしも満たさない

満たしたい性質 (例)		剰余方式		除数方式			
		Vinton Hamilton 最大剰余 LR	d'Hont Jefferson 切捨 GD	Dean 調和 HM	Huntington Hill 幾何 GM	Sainte-Lague Webster 算術 AM	Adams 切上 SD
1	取り分制約	○	×	×	×	×	×
2	総定数単調性	×	○	○	○	○	○
3	人口単調性	×	○	○	○	○	○
4	標準性	○	×	×	×	○	×
5	整合性	×	×	×	×	○	×

※1.取り分(quota)制約 (staying within the quota ... quota := $\frac{mp_i}{\sum p_i}$ の切捨 or 切上)

※2.総定数単調性を満たさない → アラバマ・パラドクスが起こる可能性

※3.人口単調性を満たさない → 人口増減率の高低と議席の増減が逆転する可能性

※4.標準性 = 任意の2県定数配分で、どちらも理想値に最も近い定数を受け取る

※5.整合性を満たさない → 全体での議席配分を部分で再配分すると異なる可能性

(ex.47都道府県)

(ex.千葉県と鳥取県)

定数配分による格差：衆議院 小選挙区

名	人口	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	1+LRM	1+切捨	1+調和	1+幾何	1+算術	1+切上
13 東京都	12,570,904	30	28	29	29	29	31	26	24	26	26	26	28
27 大阪府	8,817,010	21	19	20	21	21	22	18	17	18	18	18	19
14 神奈川県	8,790,900	21	19	20	21	21	22	18	17	18	18	18	19
23 愛知県	7,254,432	17	16	17	17	17	18	15	14	15	15	15	16
11 埼玉県	7,053,689	17	16	16	16	17	17	15	14	15	15	15	16
12 千葉県	6,056,159	14	14	14	14	14	15	13	12	13	13	13	14
1 北海道	5,627,424	13	13	13	13	13	14	12	12	12	12	12	13
28 兵庫県	5,590,381	13	13	13	13	13	14	12	12	12	12	12	13
40 福岡県	5,049,126	12	11	12	12	12	12	11	11	11	11	11	11
22 静岡県	3,792,457	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	9	9
8 茨城県	2,975,023	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
34 広島県	2,876,762	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
26 京都府	2,647,523	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
15 新潟県	2,431,396	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
4 宮城県	2,359,991	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
20 長野県	2,196,012	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
21 岐阜県	2,107,293	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7 福島県	2,091,223	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
10 群馬県	2,024,044	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
9 栃木県	2,016,452	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
33 岡山県	1,957,056	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5
24 三重県	1,867,166	4	5	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5
43 熊本県	1,842,140	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	4
46 鹿児島県	1,753,144	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
35 山口県	1,492,575	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4
42 長崎県	1,478,630	3	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4
38 愛媛県	1,467,824	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
2 青森県	1,436,628	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
29 奈良県	1,421,367	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
3 岩手県	1,385,037	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3
25 滋賀県	1,380,343	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3
47 沖縄県	1,360,830	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3
6 山形県	1,216,116	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3
44 大分県	1,209,587	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3
17 石川県	1,173,994	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3
45 宮崎県	1,152,993	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3
5 秋田県	1,145,471	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3
16 富山県	1,111,602	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3
30 和歌山県	1,036,061	2	3	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3
37 香川県	1,012,261	2	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
19 山梨県	884,531	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2
41 佐賀県	866,402	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2
18 福井県	821,589	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2
36 徳島県	809,974	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2
39 高知県	796,211	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2
32 島根県	742,135	2	2	2	2	2	1	2	3	3	3	2	2
31 鳥取県	606,947	1	2	2	2	1	1	2	3	2	2	2	2

小県有利 ←-----→ 大県有利

	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上
max	606,947	464,053	506,131	518,031	606,947	742,135
min	370,534	303,474	303,474	303,474	370,534	398,106
ratio	1.638	1.529	1.668	1.707	1.638	1.864

「1+」=小県有利

1+LRM	1+切捨	1+調和	1+幾何	1+算術	1+切上
489,834	523,788	489,834	489,834	489,834	464,053
265,404	202,316	247,378	247,378	265,404	303,474
1.846	2.589	1.980	1.980	1.846	1.529

現行

全国	127,756,815
1選挙区平均	425,856
議席数	300

567,808 (4/3*ave)
 ↑↓
 283,905 (2/3*ave)

定数配分による格差：衆議院 小選挙区

名	人口	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	1+LRM	1+切捨	1+調和	1+幾何	1+算術	1+切上	Opt	1+版
13 東京都	12,570,904	30	28	29	29	29	31	26	24	26	26	26	28	29	26
27 大阪府	8,817,010	21	19	20	21	21	22	18	17	18	18	18	19	20	19
14 神奈川県	8,790,900	21	19	20	21	21	22	18	17	18	18	18	19	20	19
23 愛知県	7,254,432	17	16	17	17	17	18	15	14	15	15	15	16	17	16
11 埼玉県	7,053,689	17	16	16	16	17	17	15	14	15	15	15	16	16	15
12 千葉県	6,056,159	14	14	14	14	14	15	13	12	13	13	13	14	14	13
1 北海道	5,627,424	13	13	13	13	13	14	12	12	12	12	12	13	13	12
28 兵庫県	5,590,381	13	13	13	13	13	14	12	12	12	12	12	13	13	12
40 福岡県	5,049,126	12	11	12	12	12	12	11	11	11	11	11	11	11	11
22 静岡県	3,792,457	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	9	9	8	9
8 茨城県	2,975,023	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
34 広島県	2,876,762	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	6
26 京都府	2,647,523	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7
15 新潟県	2,431,396	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
4 宮城県	2,359,991	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6
20 長野県	2,196,012	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
21 岐阜県	2,107,293	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
7 福島県	2,091,223	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
10 群馬県	2,024,044	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
9 栃木県	2,016,452	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
33 岡山県	1,957,056	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5
24 三重県	1,867,166	4	5	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	5
43 熊本県	1,842,140	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	4	4	4
46 鹿児島県	1,753,144	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4
35 山口県	1,492,575	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4
42 長崎県	1,478,630	3	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
38 愛媛県	1,467,824	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
2 青森県	1,436,628	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
29 奈良県	1,421,367	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	3	3
3 岩手県	1,385,037	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3	3	4
25 滋賀県	1,380,343	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3	3	4
47 沖縄県	1,360,830	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	3	3	3
6 山形県	1,216,116	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	4
44 大分県	1,209,587	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3
17 石川県	1,173,994	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3	3	3
45 宮崎県	1,152,993	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3	3	3
5 秋田県	1,145,471	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3	3	3
16 富山県	1,111,602	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3
30 和歌山県	1,036,061	2	3	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
37 香川県	1,012,261	2	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
19 山梨県	884,531	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2
41 佐賀県	866,402	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2
18 福井県	821,589	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2
36 徳島県	809,974	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2
39 高知県	796,211	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2
32 島根県	742,135	2	2	2	2	2	1	2	3	3	3	2	2	2	2
31 鳥取県	606,947	1	2	2	2	1	1	2	3	2	2	2	2	2	2

取り分 (*quota*) を満たし、議席合計300という制約の下で一選挙区あたり平均人口の格差を最小にした場合

「1+」版の取り分を満たしたバージョン

定数配分による格差：衆議院 小選挙区

- quotaを満たし格差最小解

		小県有利 ←-----→ 大県有利					
	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	Opt
max	606,947	464,053	506,131	518,031	606,947	742,135	474,057
min	370,534	303,474	303,474	303,474	370,534	398,106	303,474
ratio	1.638	1.529	1.668	1.707	1.638	1.864	1.562

「1+」=小県有利

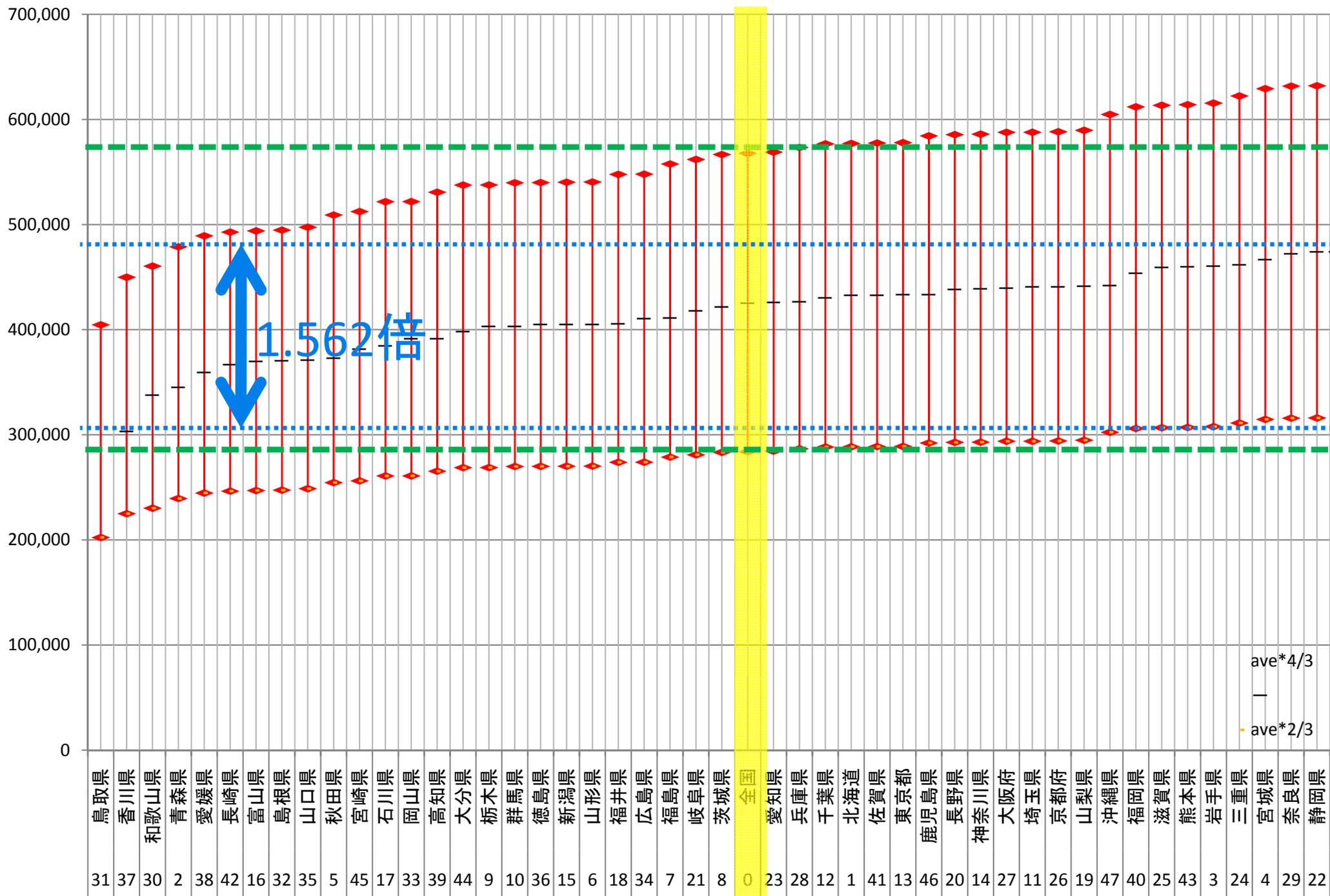
	1+LRM	1+切捨	1+調和	1+幾何	1+算術	1+切上	Opt[1+]
	489,834	523,788	489,834	489,834	489,834	464,053	483,496
	265,404	202,316	247,378	247,378	265,404	303,474	303,474
	1.846	2.589	1.980	1.980	1.846	1.529	1.593

現行

全国	127,756,815	
1選挙区平均	425,856	
議席数	300	

$567,808 (4/3 \cdot \text{ave})$
 \updownarrow
 $283,905 (2/3 \cdot \text{ave})$

最適化による定数配分の効果

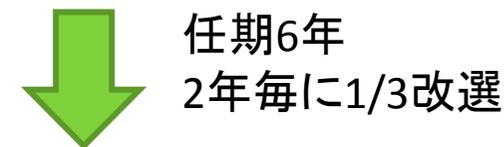
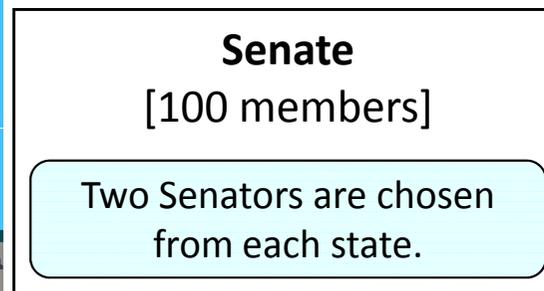
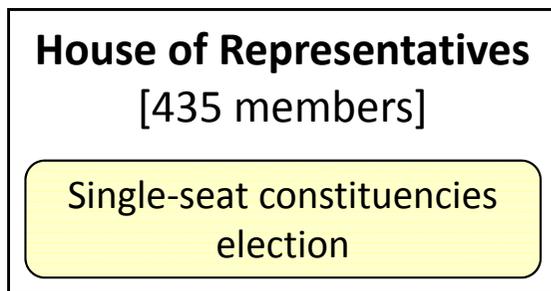


アメリカの場合

日本に比べて非常にシンプル
「一票の格差」は下院のみに存在

• アメリカの議会選挙

Capitol Hill in USA



議席配分

435議席を50州に
幾何平均法(Hill法)で配分
(ただし, 0議席となる州は出さない)

50州へ2議席ずつ配分
(人口比例にしていない)

区割画定

州毎に, ほぼ1倍になるよう区割

i.e., 議席配分の格差がそのまま全国一票の格差になる

アメリカの場合

• アメリカの議会選挙

– 議席配分: 幾何平均法 (Hill)

– 一票の格差

- 2000年国勢調査による

ratio	1.827
max	902,195
min	493,782

- 2009年人口予測値による

ratio	1.851
max	974,989
min	526,605

Cf. 2010年国勢調査で再配分

No	州名	Gen2000	議席	1議員	Est2009	議席	1議員
6	California	33,871,648	53	639,088	36,961,664	53	697,390
48	Texas	20,851,820	32	651,619	24,782,302	35	708,066
36	New York	18,976,457	29	654,361	19,541,453	28	697,909
12	Florida	15,982,378	25	639,295	18,537,969	26	712,999
17	Illinois	12,419,293	19	653,647	12,910,409	18	717,245
42	Pennsylvania	12,281,054	19	646,371	12,604,767	18	700,265
39	Ohio	11,353,140	18	630,730	11,542,645	16	721,415
26	Michigan	9,938,444	15	662,563	9,969,727	14	712,123
34	New Jersey	8,414,350	13	647,258	8,707,739	12	725,645
13	Georgia	8,186,453	13	629,727	9,829,211	14	702,087
37	North Carolina	8,049,313	13	619,178	9,380,884	13	721,606
51	Virginia	7,078,515	11	643,501	7,882,590	11	716,599
25	Massachusetts	6,349,097	10	634,910	6,593,587	9	732,621
18	Indiana	6,080,485	9	675,609	6,423,113	9	713,679
53	Washington	5,894,121	9	654,902	6,664,195	10	666,420
47	Tennessee	5,689,283	9	632,143	6,296,254	9	699,584
29	Missouri	5,595,211	9	621,690	5,987,580	9	665,287
55	Wisconsin	5,363,675	8	670,459	5,654,774	8	706,847
24	Maryland	5,296,486	8	662,061	5,699,478	8	712,435
4	Arizona	5,130,632	8	641,329	6,595,778	9	732,864
27	Minnesota	4,919,479	8	614,935	5,266,214	8	658,277
22	Louisiana	4,468,976	7	638,425	4,492,076	6	748,679
1	Alabama	4,447,100	7	635,300	4,708,708	7	672,673
8	Colorado	4,301,261	7	614,466	5,024,748	7	717,821
21	Kentucky	4,041,769	6	673,628	4,314,113	6	719,019
45	South Carolina	4,012,012	6	668,669	4,561,242	7	651,606
40	Oklahoma	3,450,654	5	690,131	3,687,050	5	737,410
41	Oregon	3,421,399	5	684,280	3,825,657	5	765,131
9	Connecticut	3,405,565	5	681,113	3,518,288	5	703,658
19	Iowa	2,926,324	5	585,265	3,007,856	4	751,964
28	Mississippi	2,844,658	4	711,165	2,951,996	4	737,999
20	Kansas	2,688,418	4	672,105	2,818,747	4	704,687
5	Arkansas	2,673,400	4	668,350	2,889,450	4	722,363
49	Utah	2,233,169	3	744,390	2,784,572	4	696,143
32	Nevada	1,998,257	3	666,086	2,643,085	4	660,771
35	New Mexico	1,819,046	3	606,349	2,009,671	3	669,890
54	West Virginia	1,808,344	3	602,781	1,819,777	3	606,592
31	Nebraska	1,711,263	3	570,421	1,796,619	3	598,873
16	Idaho	1,293,953	2	646,977	1,545,801	2	772,901
23	Maine	1,274,923	2	637,462	1,318,301	2	659,151
33	New Hampshir	1,235,786	2	617,893	1,324,575	2	662,288
15	Hawaii	1,211,537	2	605,769	1,295,178	2	647,589
44	Rhode Island	1,048,319	2	524,160	1,053,209	2	526,605
30	Montana	902,195	1	902,195	974,989	1	974,989
10	Delaware	783,600	1	783,600	885,122	1	885,122
46	South Dakota	754,844	1	754,844	812,383	1	812,383
38	North Dakota	642,200	1	642,200	646,844	1	646,844
2	Alaska	626,932	1	626,932	698,473	1	698,473
50	Vermont	608,827	1	608,827	621,760	1	621,760
56	Wyoming	493,782	1	493,782	544,270	1	544,270
11	Washington D.C.	572,059	0		599,657	0	

アメリカの場合

- アメリカの議会選挙

House of Representatives
[435 members]
Single-seat constituencies
election



議席配分

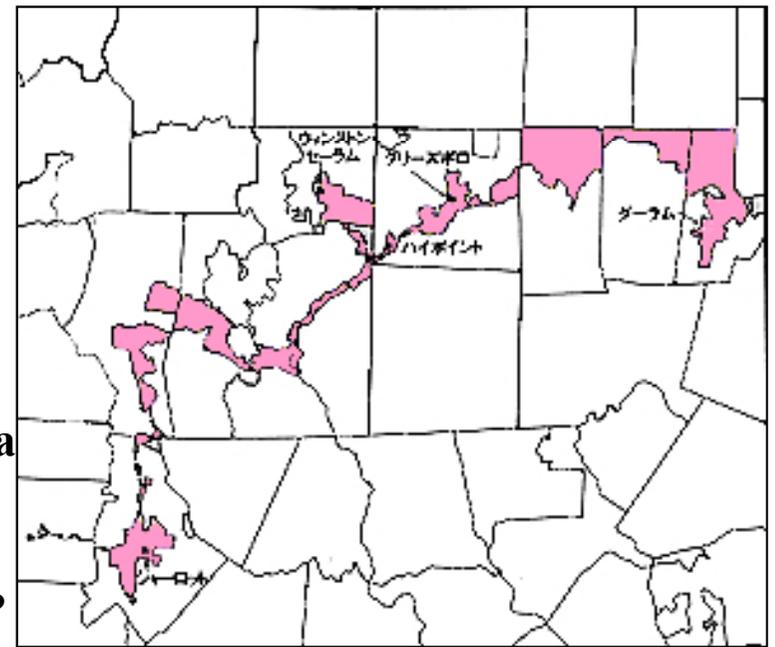
435議席を50州に
幾何平均法(Hill法)で配分
(ただし, 0議席となる州は出さない)

区割画定

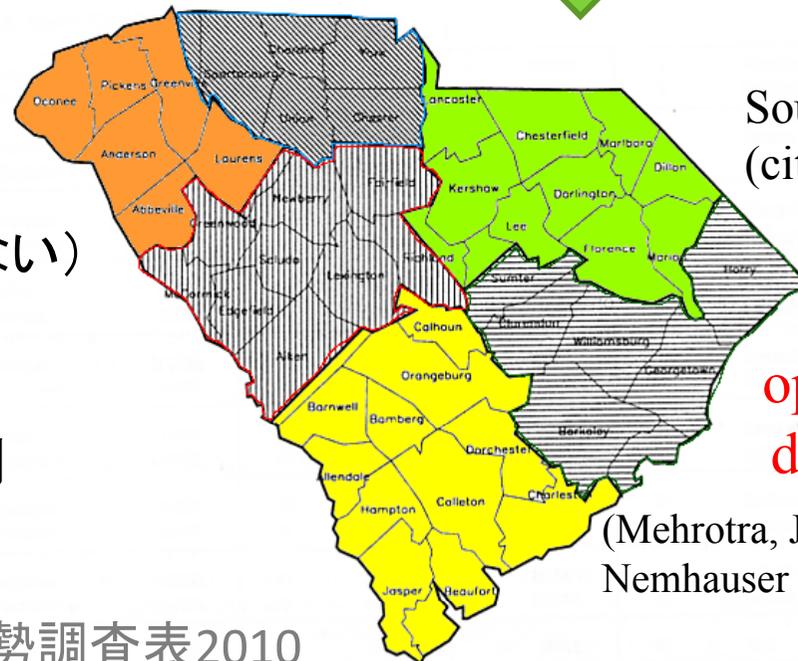
州毎に, ほぼ1倍になるよう区割

区割構成要素がないので
やりたい放題! ?

ex)
North Carolina
12th district
gerrymander?



コンパクト(丸っこい)
な区割を目指そう



South Carolina
(city:46,district:6)

optimal
district

(Mehrotra, Johnson & Nemhauser 1998)



国勢調査表2010
多様な人種

定数配分による格差

- 衆議院 比例代表 (180議席・11ブロック)

		現行	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	Opt
8	近畿	20,892,685	29	30	29	29	29	29	29
4	南関東	15,731,590	22	22	22	22	22	22	22
7	東海	15,021,348	21	21	21	21	21	21	21
11	九州	14,712,852	21	21	21	21	21	20	20
3	北関東	14,069,208	20	20	20	20	20	20	20
5	東京都	12,570,904	17	18	18	18	18	18	18
2	東北	9,634,466	14	13	13	13	13	14	14
6	北陸信越	7,734,593	11	11	11	11	11	11	11
9	中国	7,675,475	11	11	11	11	11	11	11
1	北海道	5,627,424	8	8	8	8	8	8	8
10	四国	4,086,270	6	6	5	6	6	6	6
		180	180	180	180	180	180	180	180

	現行	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	Opt
max	739,465	741,113	817,254	741,113	741,113	741,113	735,643	735,643
min	681,045	681,045	696,423	681,045	681,045	681,045	681,045	681,045
ratio	1.0858	1.0882	1.1735	1.0882	1.0882	1.0882	1.0802	1.0802

定数配分による格差

- 参議院 選挙区 (146議席・47県)
 - 73議席で定数配分し, 2倍した場合 (各都道府県の議席は全て偶数)

現行	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上
1,469,502	#DIV/0!	1,257,090	1,323,762	1,438,381	#DIV/0!	#DIV/0!
303,474	#DIV/0!	303,474	303,474	303,474	#DIV/0!	#DIV/0!
4.842	#DIV/0!	4.142	4.362	4.740	#DIV/0!	#DIV/0!

- 146議席で配分した場合 (各都道府県の議席は偶奇あり)

	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	Opt
max	1,216,116	1,036,061	1,173,994	1,216,116	1,216,116	#DIV/0!	1,111,602
min	606,947	555,801	604,794	606,947	606,947	#DIV/0!	572,736
ratio	2.004	1.864	1.941	2.004	2.004	#DIV/0!	1.941

errorは0議席の県があることによる

quotaを満たしてOpt

	現行	LRM	切捨	調和	幾何	算術	切上	Opt	
13 東京都	12,570,904	10	14	13	14	15	15	16	14
27 大阪府	8,817,010	6	10	9	10	10	10	11	10
14 神奈川県	8,790,900	6	10	9	10	10	10	11	10
23 愛知県	7,254,432	6	8	8	8	8	8	9	8
11 埼玉県	7,053,689	6	8	7	8	8	8	9	8
12 千葉県	6,056,159	6	7	6	7	7	7	8	6
1 北海道	5,627,424	4	7	6	6	7	7	7	6
28 兵庫県	5,590,381	4	6	6	6	6	6	7	6
40 福岡県	5,049,126	4	6	5	6	6	6	6	5
22 静岡県	3,792,457	4	4	4	4	4	4	5	4
8 茨城県	2,975,023	4	3	3	3	3	3	4	3
34 広島県	2,876,762	4	3	3	3	3	3	3	3
26 京都府	2,647,523	4	3	3	3	3	3	3	3
15 新潟県	2,431,396	4	3	3	3	3	3	3	3
4 宮城県	2,359,991	4	3	3	3	3	3	3	3
20 長野県	2,196,012	4	3	3	3	3	3	2	2
21 岐阜県	2,107,293	4	3	3	2	2	2	2	2
7 福島県	2,091,223	4	2	3	2	2	2	2	2
10 群馬県	2,024,044	2	2	2	2	2	2	2	2
9 栃木県	2,016,452	2	2	2	2	2	2	2	2
33 岡山県	1,957,056	2	2	2	2	2	2	2	2
24 三重県	1,867,166	2	2	2	2	2	2	2	2
43 熊本県	1,842,140	2	2	2	2	2	2	2	2
46 鹿児島県	1,753,144	2	2	2	2	2	2	2	2
35 山口県	1,492,575	2	2	2	2	2	2	2	2
42 長崎県	1,478,630	2	2	2	2	2	2	1	2
38 愛媛県	1,467,824	2	2	2	2	2	2	1	2
2 青森県	1,436,628	2	2	2	2	2	2	1	2
29 奈良県	1,421,367	2	2	2	2	2	2	1	2
3 岩手県	1,385,037	2	2	2	2	2	2	1	2
25 滋賀県	1,380,343	2	2	2	2	2	2	1	2
47 沖縄県	1,360,830	2	2	2	2	2	2	1	2
6 山形県	1,216,116	2	1	2	2	1	1	1	2
44 大分県	1,209,587	2	1	2	2	1	1	1	2
17 石川県	1,173,994	2	1	2	1	1	1	1	2
45 宮崎県	1,152,993	2	1	2	1	1	1	1	2
5 秋田県	1,145,471	2	1	2	1	1	1	1	2
16 富山県	1,111,602	2	1	2	1	1	1	1	1
30 和歌山県	1,036,061	2	1	1	1	1	1	1	1
37 香川県	1,012,261	2	1	1	1	1	1	1	1
19 山梨県	884,531	2	1	1	1	1	1	1	1
41 佐賀県	866,402	2	1	1	1	1	1	1	1
18 福井県	821,589	2	1	1	1	1	1	1	1
36 徳島県	809,974	2	1	1	1	1	1	1	1
39 高知県	796,211	2	1	1	1	1	1	1	1
32 島根県	742,135	2	1	1	1	1	1	1	1
31 鳥取県	606,947	2	1	1	1	1	1	0	1
	127,756,815	146	146	146	146	146	146	146	146

定数配分による格差

- 参議院 比例区 (96議席・全国)
 - 格差1倍(なし)

一票の価値

- 一議席の価値(何人で一人の議員を選んでいるか)
- 有権者は衆議院に2票, 参議院に4票持っている

(衆議院に最大2人, 参議院に最大4人の議員を送り込める)

	議席	対象	現行	Opt							
衆議院	小選挙区	300	47	千葉4区 569,829	max	566,460					
				高知3区 258,687	min	263,089					
				2.203		ratio	2.153				
				東京都 739,465	max	735,643	九州				
衆議院	比例区	180	11	四国 681,045	min	681,045	四国				
				1.086		ratio	1.080				
				参議院	選挙区	146	47	大阪府 1,469,502	max	1,111,602	富山県
								鳥取県 303,474	min	572,736	秋田県
4.842		ratio	1.941								
大阪府 2,939,003			4.842								
参議院	比例区	96	1	全国 1,330,800	max	1,330,800	全国				
				全国 1,330,800	min	1,330,800	全国				
				1.000		ratio	1.000				
				全国 2,661,600			1.000				

※半数改選(73議席・48議席)で計算

まとめ

•

Thank you !