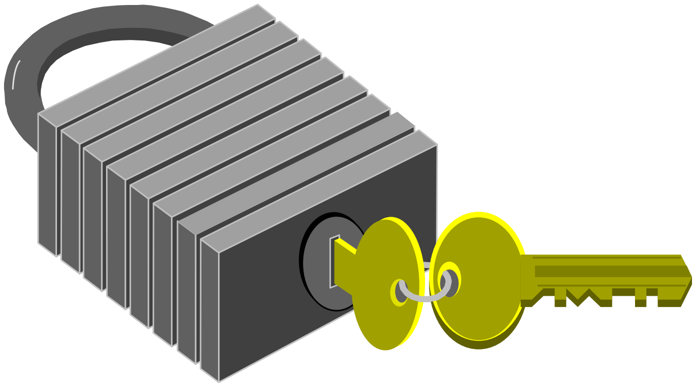


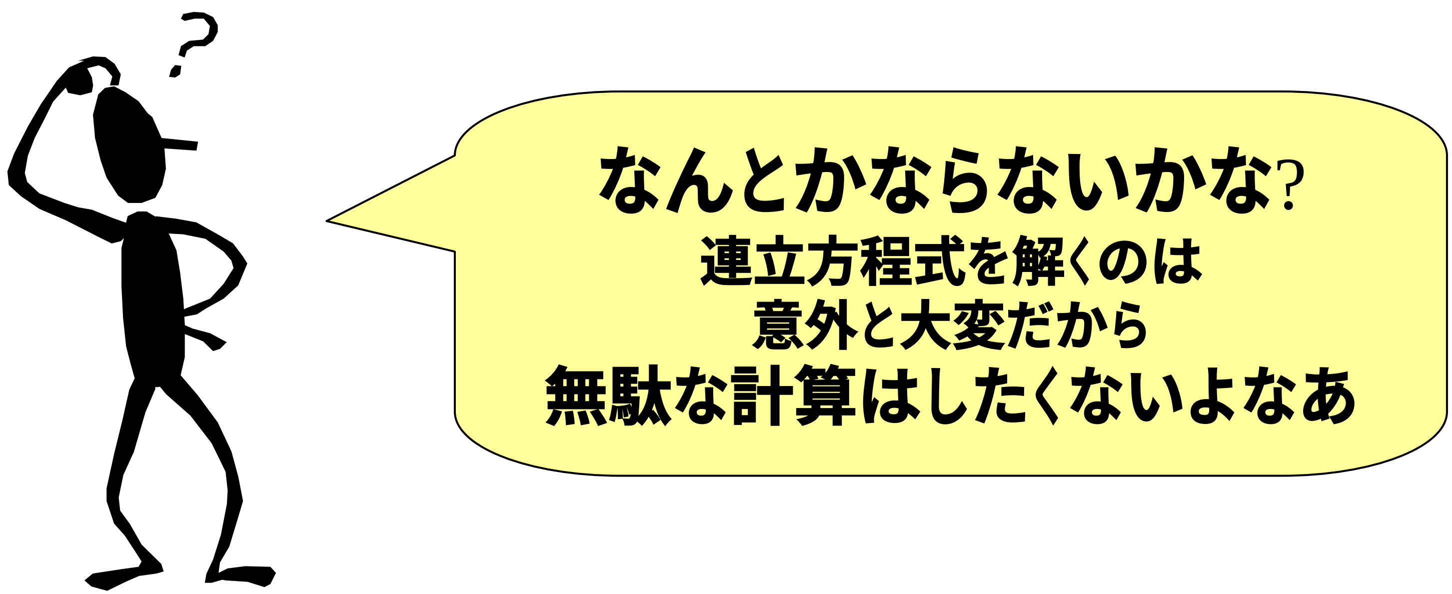
Linear Programming II

Simplex method

効率よく実行可能領域の端点を辿る方法

総当たり法の欠点の克服

- 総当たり法の欠点
  - 連立方程式を解いてみないと，実行可能領域の端点かどうか判定できない
    ⇒無駄な計算が多い

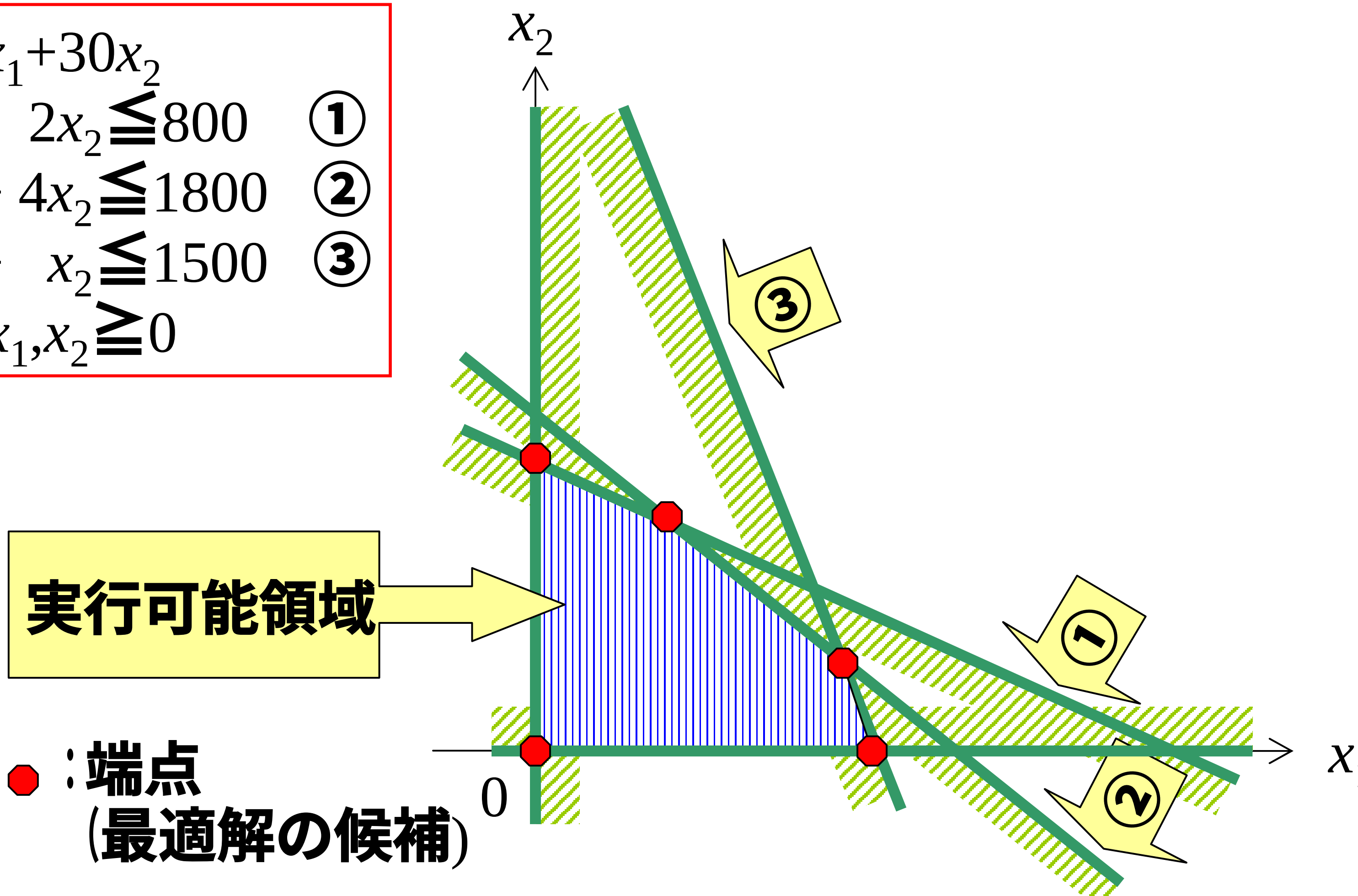


できます！

- 実行可能領域の端点だけを見つける方法．
  ⇒シンプレックス法
  (simplex method)

シンプレックス法を理解するための復習

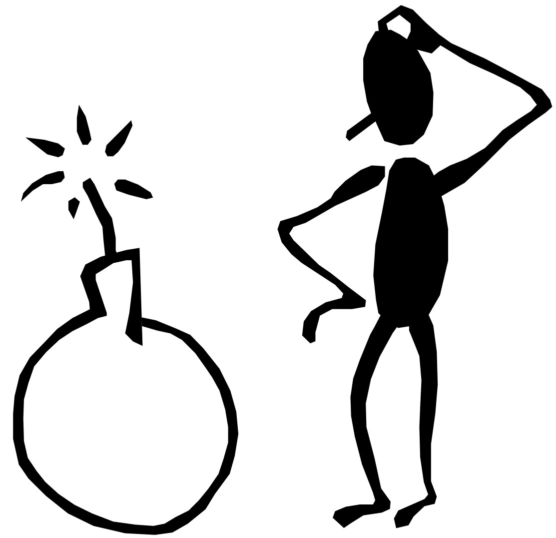
$$
\begin{aligned}
&\text{max. } z = 20x_1 + 30x_2 \\
&\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leqq 800 \quad ① \\
&\qquad\; 3x_1 + 4x_2 \leqq 1800 \quad ② \\
&\qquad\; 3x_1 + x_2 \leqq 1500 \quad ③ \\
&\qquad\; x_1, x_2 \geqq 0
\end{aligned}
$$



基本解

標準形

$$
\begin{aligned}
&\max.\ z=20x_1+30x_2 \\
&\text{s.t.}\quad x_1+2x_2+s_1 = 800 \quad ① \\
&\qquad 3x_1+4x_2+s_2 = 1800 \quad ② \\
&\qquad 3x_1+x_2+s_3 = 1500 \quad ③ \\
&\qquad x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geqq 0
\end{aligned}
$$



5つの変数，3本の式⇒独立変数は2つ
⇔基底変数が3つ，非基底変数が2つ
⇔適当に2つの変数に0を与えれば
連立方程式の解は定まる
(実行可能領域の端点かどうかはわからない)

端点と基本解の関係

隣り合う端点の基本解には
どんな関係がある？

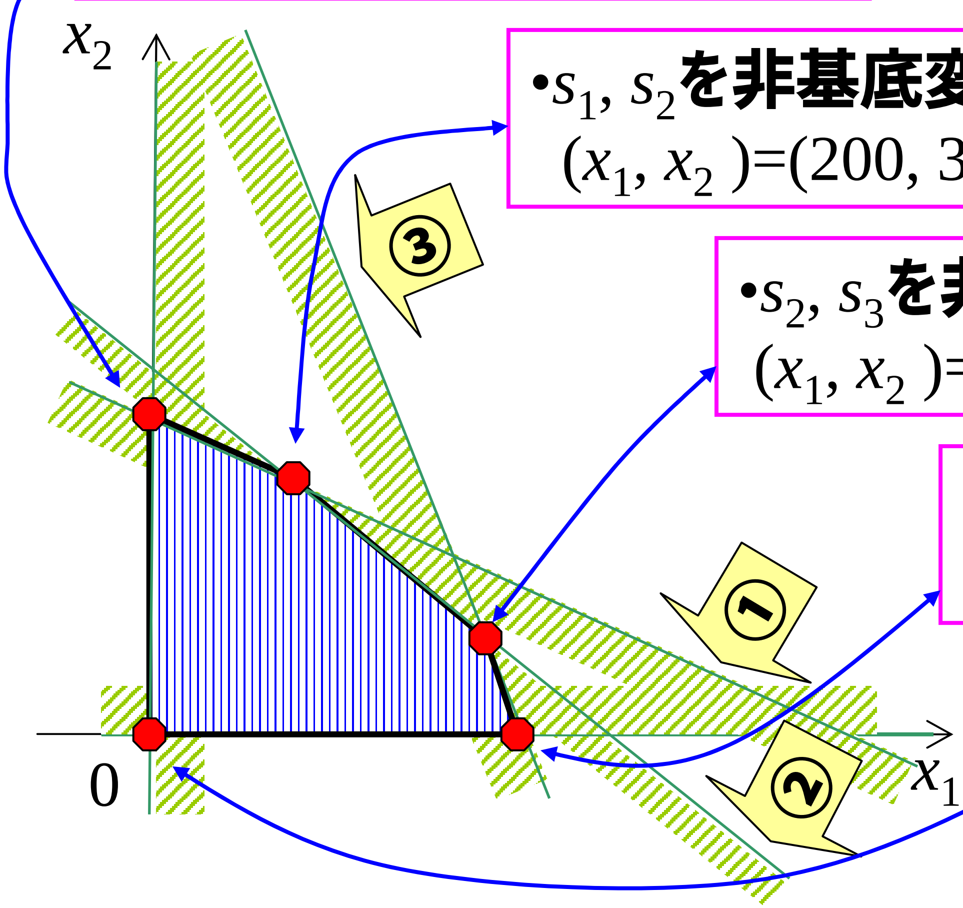
- x_1, s_1を非基底変数(x_1,s_1=0)
  (x_1, x_2)=(0, 400)

- s_1, s_2を非基底変数(s_1,s_2=0)
  (x_1, x_2)=(200, 300)

- s_2, s_3を非基底変数(s_2,s_3=0)
  (x_1, x_2)=(1400/3, 100)

- x_2, s_3を非基底変数(s_3, x_2 =0)
  (x_1, x_2)=(500, 0)

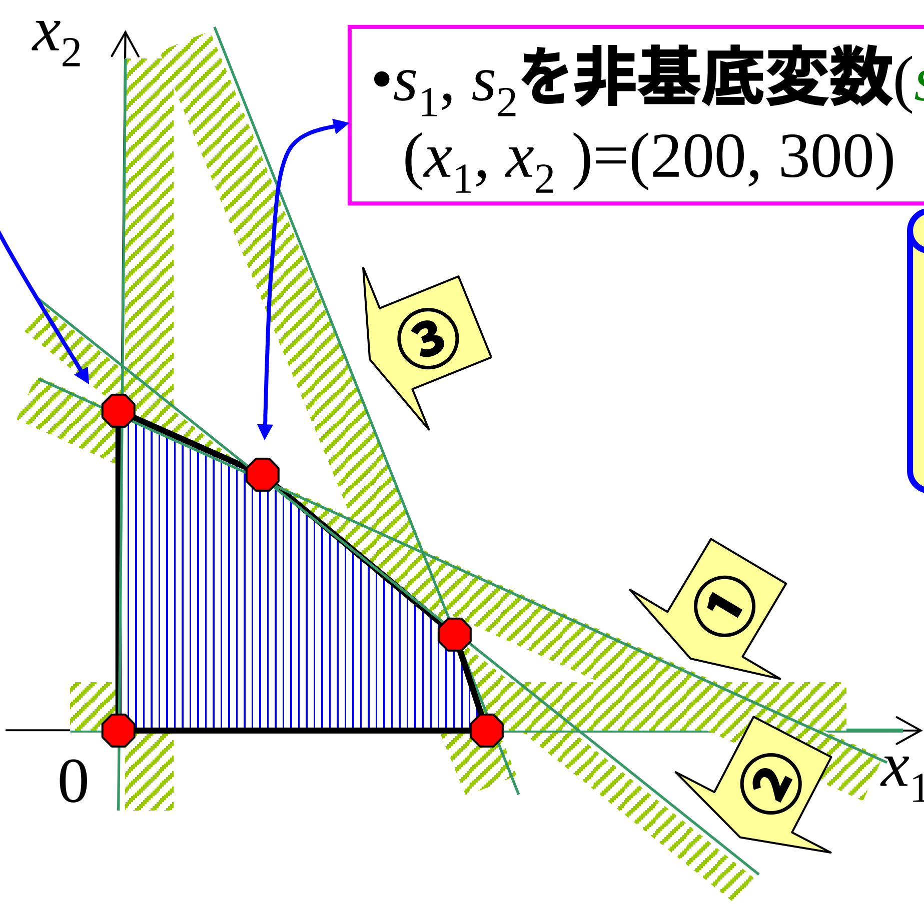
- x_1, x_2を非基底変数(x_2, x_1 =0)
  (x_1, x_2)=(0, 0)



隣り合う端点·隣り合う基本解

•x_1, s_1を非基底変数(x_1,s_1=0)
(x_1, x_2)=(0, 400)

•s_1, s_2を非基底変数(s_1,s_2=0)
(x_1, x_2)=(200, 300)



隣り合う端点

⇕

基底変数が一つだけ異なる

⇓

非基底変数の指定を
一つだけ変更すれば
隣の端点の情報が得られる

隣の端点を見つける方法

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 800 \quad ①$$
$$3x_1 + 4x_2 + s_2 = 1800 \quad ②$$
$$3x_1 + x_2 + s_3 = 1500 \quad ③$$

$x1,s1$を非基底変数に選んだ時の
連立方程式を示す行列(括弧省略)

基底変数	x1	x2	s1	s2	s3	
x2	1	2	1	0	0	800
s2	3	4	0	1	0	1800
s3	3	1	0	0	1	1500

ガウスの消去法

基底変数	x1	x2	s1	s2	s3	
x2	1/2	1	1/2	0	0	400
s2	1	0	-2	1	0	200
s3	5/2	0	-1/2	0	1	1100

端点が1つ見つかった!!$(x1,x2)=(0,400)$

基底変数を一つだけ変更

基底変数	x1	x2	s1	s2	s3	
x2	1/2	1	1/2	0	0	400
x1	1	0	-2	1	0	200
s3	5/2	0	-1/2	0	1	1100

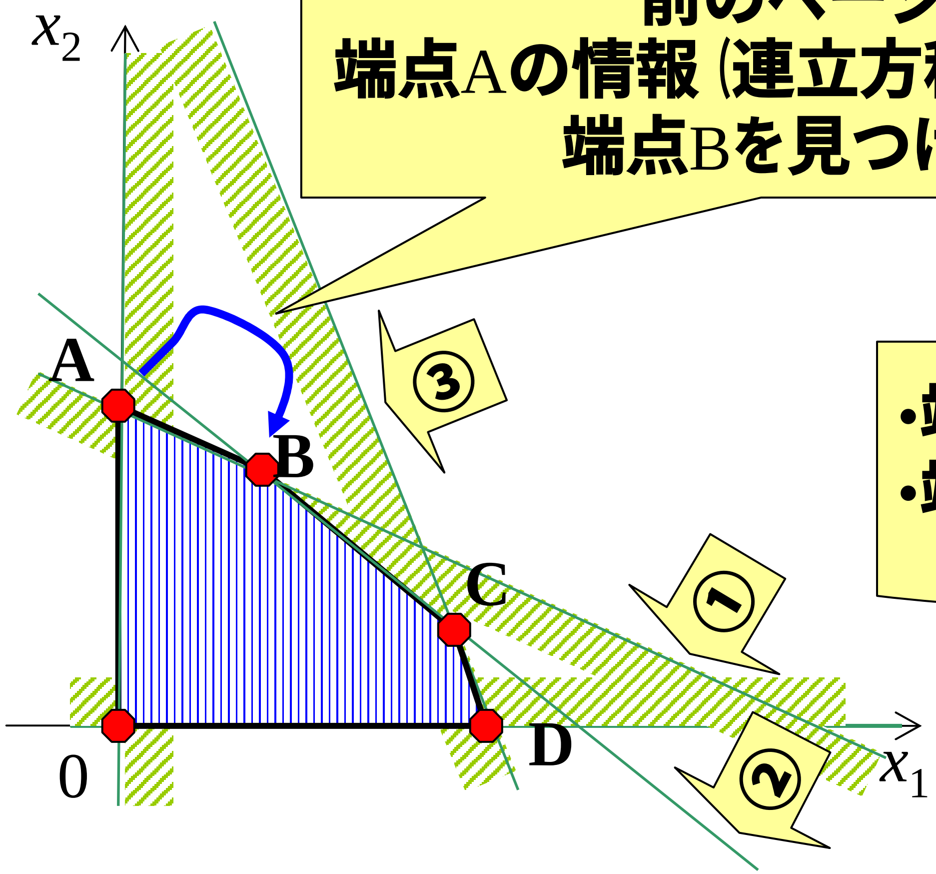
ガウスの消去法

基底変数	x1	x2	s1	s2	s3	
x2	0	1	3/2	-1/2	0	300
x1	1	0	-2	1	0	200
s3	0	0	9/2	-5/2	1	600

隣の端点を見つけた
$(x1,x2)=(200,300)$

演習1 隣の端点を発見する

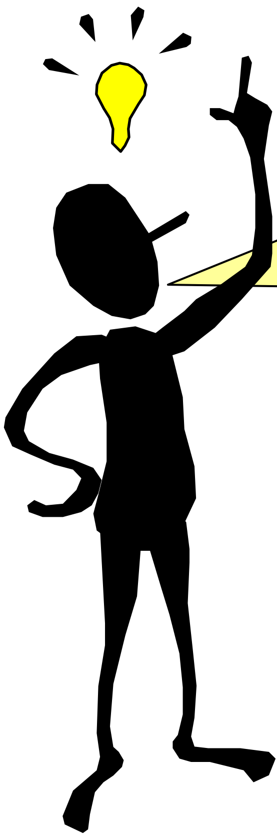
前のページでは
端点Aの情報 (連立方程式の答え)から
端点Bを見つけている



- 端点Bから端点Cを求めてみよう
- 端点Cから端点Dを求めてみよう

考えてみよう

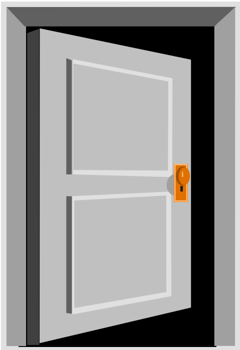
2変数の線形計画問題の
実行可能領域のある端点に注目すると
隣の端点は<u>高々2つ</u>



3変数のLPでは隣の端点って
いくつぐらいあるの？
4変数では?
5変数では?

LPを解くために端点を列挙しようと思うと

たくさん存在する隣の端点から
より良い隣の端点を
探す必要があるみたいだね



シンプレックス法

原点が実行可能領域の端点なら
すぐみつかる

概要
・実行可能領域の端点を１つ見つける
・隣の実行可能領域の端点を見つける

繰り返し

ここがポイント
実行可能領域内の隣の端点を
見つけるにはもう少し工夫が必要

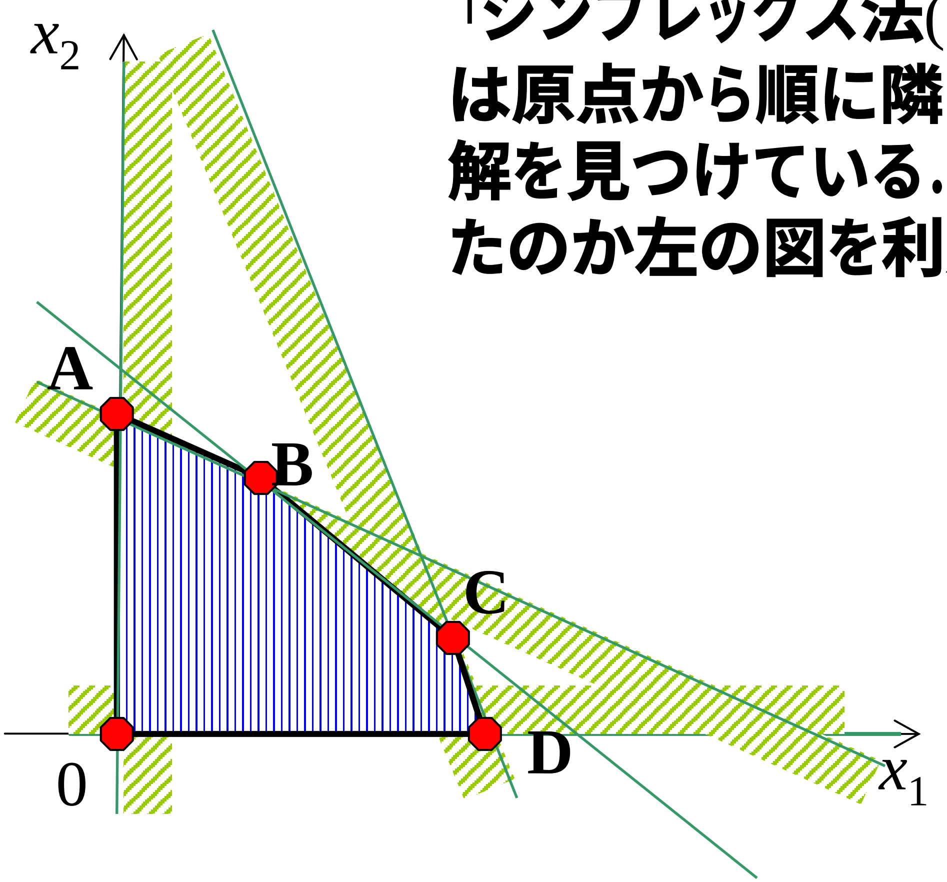
どうせ見つけるなら
目的関数値が優れている
お隣さんを見つけよう

隣の端点を見つける度に
より良い解が得られる

最適解

シンプレックス法の詳細は別プリントで

演習2



「シンプレックス法(単体法)」のプリントの例題では原点から順に隣の端点を見つけていき最適解を見つけている．どのような順で端点をたどったのか左の図を利用して示しなさい．