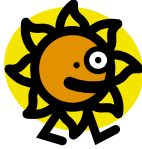


2002 年度
数 理 計 画
期末試験問題

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが、どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には、解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

次の線形計画問題(P)に関して以下の問いに答えよ。なお、非負制約を除く 3 本の制約条件を上から制約式 ①, 制約式 ②, 制約式 ③ と呼ぶ。

$$(P) \quad \begin{array}{l} \max. \quad z = 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad \dots \text{①} \\ \quad \quad x_1 + \quad \quad x_3 \leq 10 \quad \dots \text{②} \\ \quad \quad \quad \quad x_2 + 4x_3 = 8 \quad \dots \text{③} \\ \quad \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

- (1) 上記の線形計画問題(P)の最適値の上限を制約式から導きたい。例えば、制約式 ① の両辺を 3 倍し、制約式 ② の両辺を 3 倍し、制約式 ③, ④, ⑤ の各辺の和をとると、

$$3(x_1 + 2x_2) + 3(x_1 + x_3) + (x_2 + 4x_3) = 6x_1 + 7x_2 + 7x_3 \\ 56 (= 6 \times 3 + 10 \times 3 + 8)$$

が得られる。この不等式の左辺は目的関数より大きいので、目的関数値の上限として、この場合 56 が得られる。さて、制約式 ① の両辺を 4 倍し、制約式 ② の両辺を 2 倍し、制約式 ③, ④, ⑤ の各辺の和をとった場合、目的関数値の上限としてどのような値が得られるか。

- (2) 目的関数値のより小さな値の上限を求める問題を最適化問題(D)とする。最適化問題(D)を適当な変数を用いて定式化せよ。
- (3) 上記の線形計画問題(P)の最適解と最適値を導け。
- (4) 最適化問題(D)の最適解と最適値を導け。
- (5) 線形計画問題(P)において制約式 ① の右辺の値(6)が 1 増えたとき(7 になったとき)、最適値はどのように変化するか。
- (6) 上記(5)で導出された値は、右辺の値の変化に対する最適値の変化の割合になっている。その変化の割合で変化をするのは、右辺の値がどの範囲を変化した場合か。
- (7) 線形計画問題(P)において、目的関数の x_1 の係数に関する感度分析を行なえ。
- (8) 上記(7)で得られた結果は何を意味しているのか簡潔に説明せよ。



問題 2

次の問題を数理モデルとして捉え定式化せよ(実際に最適解を求める必要はない)。

- (1) 文教貿易は大型家電製品 QQ を輸入し 2 箇所の倉庫 (倉庫 A,B) に保管し, 3 つの販売店 (店 1, 店 2, 店 3) からの発注に応じて毎週配送している。各倉庫と各販売店間の輸送には輸送業者を利用しており 製品 QQ 一台当たりの輸送費用は以下の表のように示される。

表 1 : 各倉庫と各販売店間の製品 QQ 一台の輸送費用 (千円/台)

	販売店 1	販売店 2	販売店 3
倉庫 A	2	8	4
倉庫 B	6	3	5

さて, ある週の製品 QQ の各倉庫の在庫台数, 各販売店からの発注台数は以下の表のとおりであった。輸送費用の総額を最小にするにはどのような輸送プランを提案すればよいか。

表 2 : ある週の各倉庫の在庫台数 (台)

倉庫 A	150
倉庫 B	180

表 3 : ある週の各販売店からの発注台数 (台)

販売店 1	40
販売店 2	60
販売店 3	30

- (2) 上記小問 (1) において, さらに, 輸送業者から各倉庫での製品の荷積み作業費が請求されることになった。倉庫 A から搬出する場合は 8 万円, 倉庫 B から搬出する場合は 5 万円が請求される。この荷積み費用は, 固定費であり荷積み台数やいくつの販売店にそこから輸送するか等に影響され変化する費用ではない。もちろん, ある倉庫からの搬出量が 0 の場合は支払う必要はない。この新たに請求された荷積み費用も考慮し輸送費用を最小にするには, どのような輸送プランを提案すればよいか。
- (3) 文教製鉄では縦 10m × 横 20m × 厚さ 5mm のアルミ板を大型機械で製造し, 注文されたサイズに応じてカットすることにより商品にしている。文教製鉄ではこの製品の基になるアルミ板を「基板」と呼んでいる。さて, 湘南商事より以下の注文が届いた。

- 縦 10m × 横 15m × 厚さ 5mm のアルミ板を 20 枚
- 縦 6m × 横 10m × 厚さ 5mm のアルミ板を 30 枚
- 縦 3m × 横 6m × 厚さ 5mm のアルミ板を 50 枚

注意: 慣習的に文教製鉄では長方形の板の短辺を縦, 長辺を横と呼んでいるだけである。

「基板」から製品をカットした際に残る部分を「ごみ板」とよぶ。基板の枚数を最小にするのではなく, ごみ板の総量を最小にしたい場合はどのようにカットすればよいか。

- (4) 文教学園サッカー部の試合 PK 戦にまでもつれ込むことが多く、どのような順番で PK を蹴るかが話題になることが多い。PK を蹴る 5 人の選手 (A,B,C,D,E) は決まっているのだが、蹴る順番によってゴールを決められるかどうかに影響されている気がする。過去の膨大な PK 戦の結果データから 5 人の選手毎に PK を蹴る順番でのシュート成功率を表 4 にまとめてみた。さて、これらのデータを利用し、PK 戦でもっともシュート成功率を高められると期待できるチームにとって効果的な蹴る順番を提案せよ。

表 4 : PK を蹴る順番別のシュート成功率

選手名	1 番手	2 番手	3 番手	4 番手	5 番手
A	0.9	0.8	0.3	0.2	0.4
B	0.2	0.4	0.6	0.8	0.7
C	0.7	0.6	0.5	0.7	0.3
D	0.5	0.7	0.8	0.9	0.4
E	0.8	0.5	0.4	0.3	0.6



問題 3

文教農場ではジャガイモとトウモロコシの2つの野菜のみを45ヘクタールの農地を利用して生産している。ジャガイモもトウモロコシも年に1回同じ時期に生産される。文教農場が所属する協同組合で合意した生産調整があり、ジャガイモは年間高々140トン、トウモロコシは年間高々120トンしか出荷できない。ただし、生産調整に合意した見返りとして、ジャガイモは1トン当たり30万円で、トウモロコシは1トン当たり50万円で協同組合に買い取ってもらえる保障がある。ちなみに、1ヘクタールの農地でジャガイモを生産すると5トン収穫でき、トウモロコシを生産すると4トン収穫できる。また、畑は専用の耕作機で耕すが、ジャガイモ用に畑1ヘクタールを耕すには6時間、トウモロコシ用に畑を1ヘクタール耕すには10時間が必要である。専門の耕作機は作業員も含め時間当たり10万円で協同組合からレンタルできる。ただ、組合の申し合わせで1農場あたりの専用工作機の利用は年間350時間以内と決められている。野菜の出荷で得られる総収入を最大にするジャガイモとトウモロコシの耕作プランを求めたい。以下の問に答えよ。

- (1) ジャガイモ畑の面積を P (ヘクタール)、トウモロコシ畑の耕作面積を C (ヘクタール)、専用の工作機のレンタル時間を M (時間) で表す。上記の問題を定式化せよ。

信頼できる OR ワーカーに上記の問題の定式化を依頼したところ、LINDO を用いた入力画面(図1)と出力結果のみがとりあえず送付されてきた(次のページの図2)。これらを基に以下の問に答えよ。

- (2) 最適な耕作プランを答えよ。
(3) 協同組合に特別にお願いすることで専用耕作機を350時間以上使用できそうである。超過でレンタルをすべきかどうかの判断基準を示せ。
(4) 隣接の農地が売りに出ている。1ヘクタールいくらなら買うべきだろうか。判断の基準を示せ。
(5) 現在有している45ヘクタールの農地のうち5ヘクタールが使用できないことがわかった。文教農場の総収入はどのように変化するだろうか。具体的に変化を説明せよ。
(6) ジャガイモの買入価格が1トン当たり26万円に変化した。文教農場の最適な耕作プランはどのような影響を受けるか。具体的に説明せよ。

(図1: LINDO への入力画面)

```
max
150P+200C-10M
st
P+C<45
6P+10C-M<0
M<350
5P<140
4C<120
end
```

(図 1 : LINDO の出力結果)

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      4

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

    1)      4250.000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
   P      25.000000      0.000000
   C      20.000000      0.000000
   M      350.000000      0.000000

      ROW      SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
    2)           0.000000           75.000000
    3)           0.000000           12.500000
    4)           0.000000           2.500000
    5)          15.000000           0.000000
    6)          40.000000           0.000000

NO. ITERATIONS=      4

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                        OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE      CURRENT      ALLOWABLE      ALLOWABLE
                  COEF      INCREASE      DECREASE
   P      150.000000      10.000000      30.000000
   C      200.000000      50.000000      10.000000
   M      -10.000000      INFINITY      2.500000

                        RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW      CURRENT      ALLOWABLE      ALLOWABLE
                  RHS      INCREASE      DECREASE
    2           45.000000      1.200000      6.666667
    3           0.000000      40.000000      12.000000
    4          350.000000      40.000000      12.000000
    5          140.000000      INFINITY      15.000000
    6          120.000000      INFINITY      40.000000
    
```

(参考 : Winston 著 : Introduction to Mathematical Programming, Duxbery(1995),p.337, Ex.11)