

文教大学情報学部経営情報学科 専門科目 数理計画
2003年4月18日(金曜日)



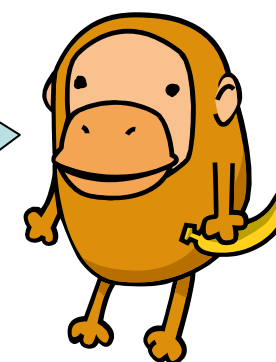
小選挙区区割画定問題の解決と数理計画

文教大学 情報学部
根本俊男・堀田敬介

発表の流れ

- 小選挙区選挙の仕組み
 - ▶ 小選挙区問題 = 定数配分問題 + 区割画定問題
- 区割画定問題への過去の取り組みの紹介
- 区割画定問題への本研究での取り組み
 - ▶ 理論編 実践編
- 最適区割の導出
- まとめと今後の課題

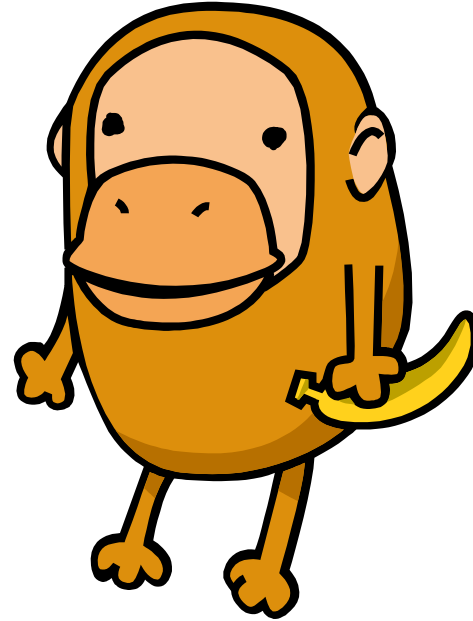
ご質問・ご意見は
いつでもどうぞ！



超入門：小選挙区選挙



僕にもわかるかな？



日本の衆議院議員選挙 (通称:総選挙)

● 1994年より小選挙区比例代表並立制

▶ 全国11ブロックでの比例代表制:180人

▶ 小選挙区:300人

1選挙区1名当選

全国を300選挙区に分割

長所:多数党の出現が容易
政権が安定しやすい

短所:死票の増加

人口変化 1票の格差に変化
選挙区の再画定必要



1票の格差

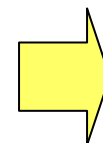
$$\text{1票の格差} = \frac{\text{最大人口を有する選挙区の人口}}{\text{最小人口を有する選挙区の人口}}$$

2002年に再画定された区割の場合

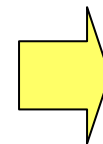
$$\text{1票の格差} = \frac{558947(\text{兵庫6区})}{270743(\text{高知1区})} = 2.06(\text{倍})$$



2倍以上は1人1票の
原則が崩れ問題



小選挙区制では区割を
適切に行なうことが重要



小選挙区区割問題

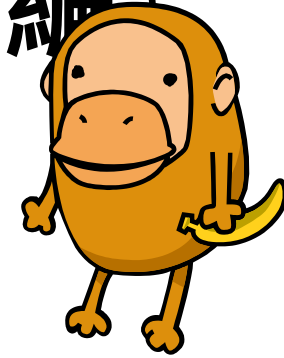
現在の区割

	前区割 (1994)	現区割 (2002.7改定)
最小人口	607,520	558,947
一票の格差	263,103	270,743
2倍超選挙区数	9	9
分割市区郡数	23	23

2倍未満
不可能？
最適は？

当初より2倍以上は
よくないのでは？

適切な区割の特徴(法律編)

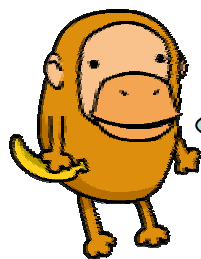
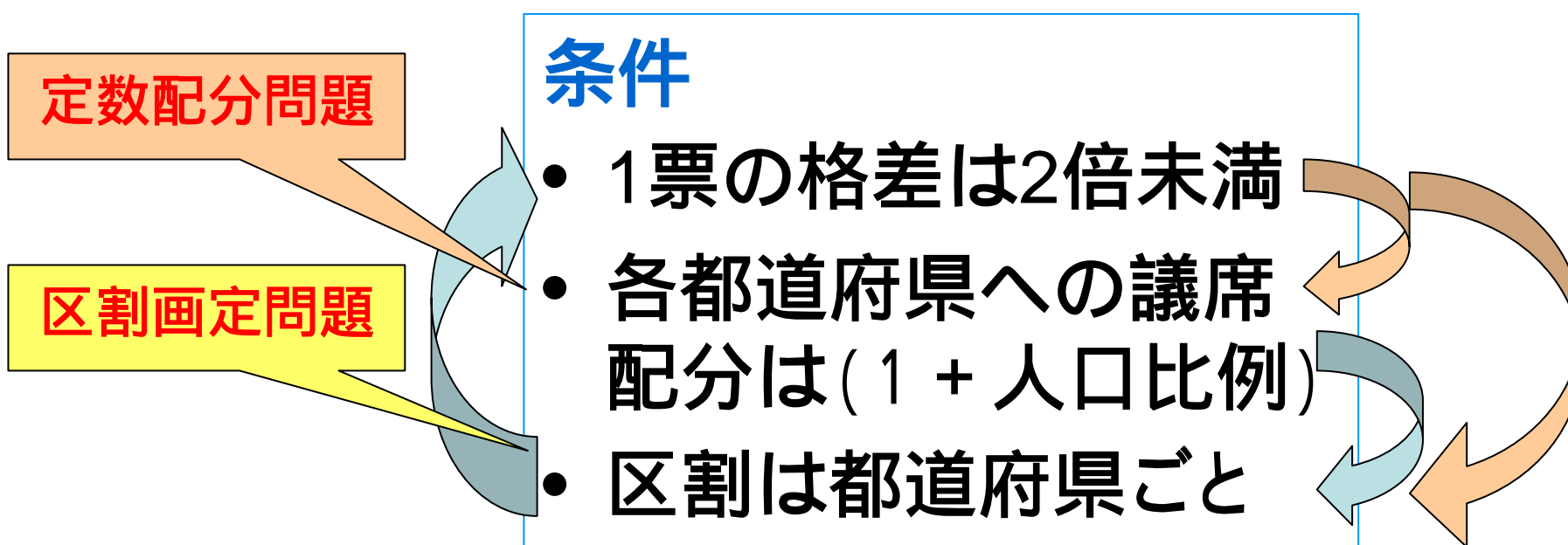


衆議院議員選挙区画定審議会設置法 第3条(改定案の作成の基準)

- 各選挙区の**人口の均衡**を確保し、最も多いものを最も少ないようにすることを基
一票の格差は2倍未満
人口のうち、その差が**2以上**となら
- 行政区画、地勢、交通等の事情を総合的に考慮し、合理的に行わなければならない。
- 各都道府県の区域内の衆議院議員選挙区選出議員の**数は1**に衆議院小選挙区選出議員の数を控除した数を加えた数とする。
区割は都道府県内
議席数は1 + 人口比例
の都当

適切な区割を具体的にみつけよう

= **小選挙区区割問題**



絡みあってる...

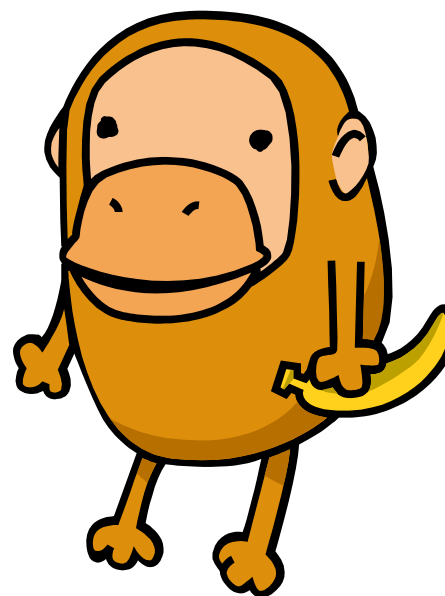
小選挙区区割問題については大丈夫？



選挙区が画定するまでの仕組み

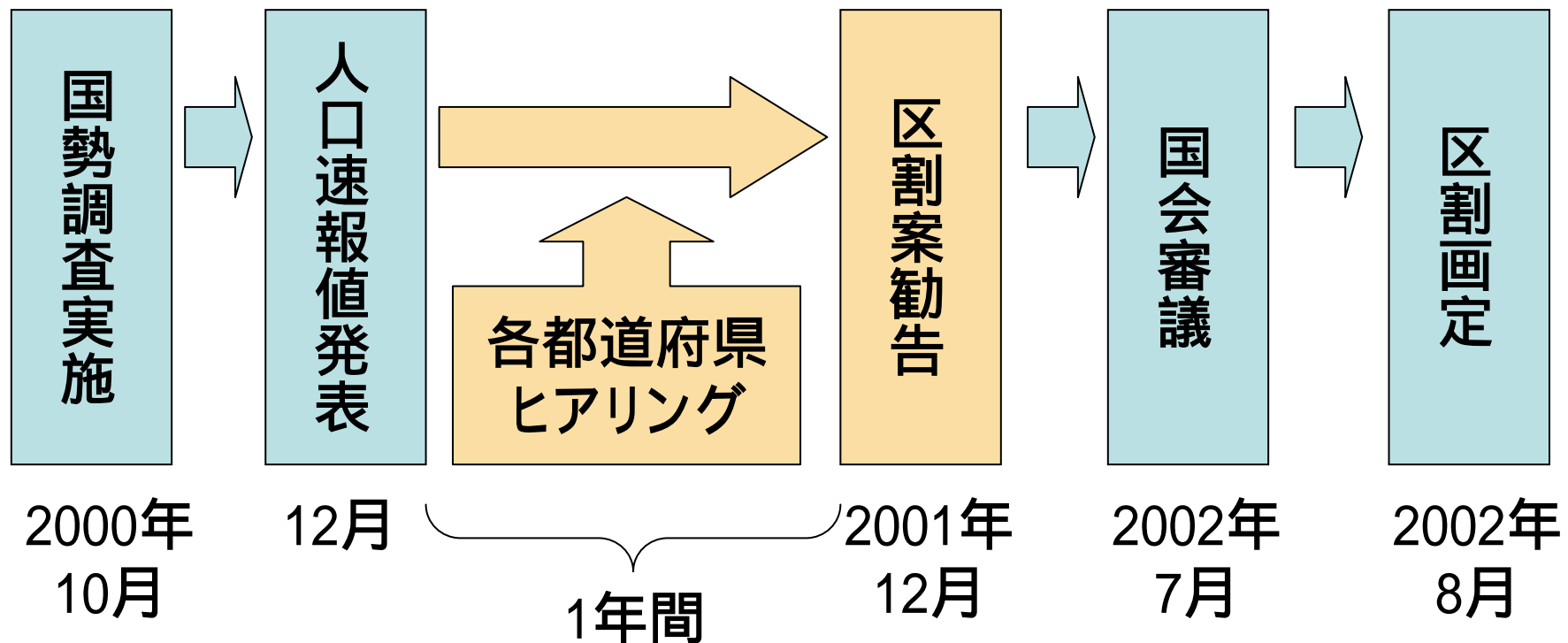


次に行くよ



区割が決まるまで

- 10年に1度(国勢[大規模]調査を行なった年)
 - ▶ 95年の区割画定は開始時のため特例
- 衆議院議員選挙区画定審議会が案を作成



衆議院議員選挙区画定審議会委員

● 荒尾正浩君

元官僚？

● 石川忠雄君

慶応大学元塾長

● 内田満君

政治学 学者

● 大林勝臣君

元官僚？ 法人理事長

● 大宅映子君

評論家

● 塩野宏君

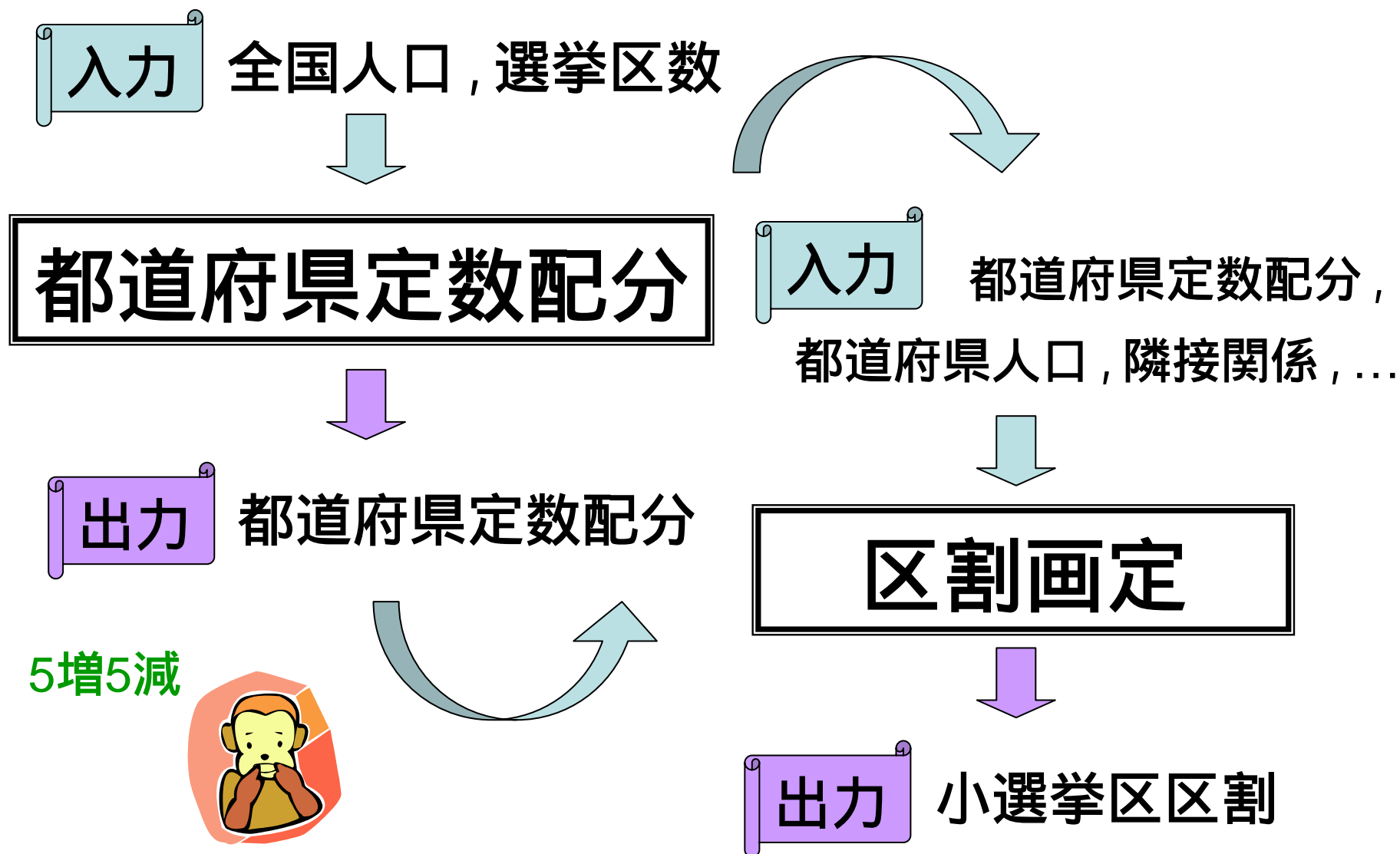
行政学 学者

● 味村治君

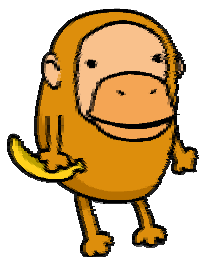
元最高裁判所判事

衆議院議員選挙区画定審議会設置法第6条(組織) 審議会は、委員7人をもって組織する。
委員は、国会議員以外の者であって、識見が高く、かつ、衆議院小選挙区選出議員の選挙区の改定
に関し公正な判断をすることができるもののうちから、両議院の同意を得て、内閣総理大臣が任命する。

画定作業の現状



	名	人口	理想配分	1 + 整数分	小数	2002 配分	1選挙区 理想人口
1	北海道	5682950	1 + 11.33	12	0.33	12	473579
2	青森県	1475635	1 + 2.94	3	0.94	4	368909
13	東京都	12059237	1 + 24.04	25	0.04	25	482369
14	神奈川県	8489932	1 + 16.92	17	0.92	18	471663
18	福井県	828960	1 + 1.65	2	0.65	3	276320
36	徳島県	823997	1 + 1.64	2	0.64	3	274666
39	高知県	813980	1 + 1.62	2	0.62	3	271327
47	沖縄県	1318281	1 + 2.63	3	0.63	4	329570
	全国	126919288	47 + 253	275	25	300	423064



現状は1+最大剰余法

理想人口最大	482369
理想人口最小	271327
	1.778

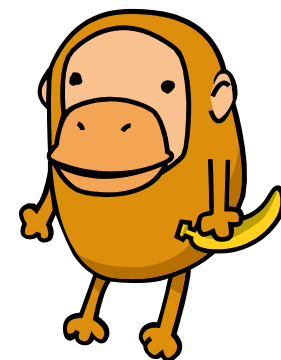
区割画定作業の現状

1. 「区割りの改定案の作成方針」を作成

- ▶ 1票の格差は2倍未満
- ▶ 市区郡は分割しない(例外あり)
- ▶ 選挙区に飛び地は禁止
- ▶ 地域のつながりを考慮する

2. 作成方針に沿って線引きを行なう

でも、できた案(現在の区割)での1票の格差は2倍を超えている



区割りの改定案の作成方針

平成13年9月 衆議院議員選挙区画定審議会

1. 区割り基準

- (1)各選挙区の人口の均衡を図り、各選挙区の人口のうち、その**最も多いものを最も少ないもので除して得た数が2以上とならないように**することを基本とする。
 - (イ)各選挙区の人口は、全国の議員1人当たり人口の $2/3$ から $4/3$ までとし、全国の議員1人当たり人口の $4/3$ を上回る選挙区は設けないものとし、全国の議員1人当たり人口の $2/3$ を下回る選挙区はできるだけ設けないものとする。
 - (ロ) 各選挙区の人口は、当該都道府県の議員1人当たり人口の $2/3$ から $4/3$ までとする。
 - (ハ) 都道府県の議員1人当たり人口が全国の議員1人当たり人口の $2/3$ を下回る都道府県にあっては、各選挙区の人口をできるだけ均等にするものとする。

区割りの改定案の作成方針 (続)

- (2) **市(指定都市にあっては行政区)区町村の区域は、分割しない**ことを原則とする。ただし、次の場合には、市区の区域は分割するものとする
 - (イ)市区の人口が全国の議員1人当たり人口の4 / 3を超える場合
 - (ロ)市区の人口が当該都道府県の議員1人当たり人口の4 / 3を超える場合
 - (ハ)当該都道府県の人口最大の市の区域をもって単独の選挙区としたときに全国の議員1人当たり人口の2 / 3を下回る選挙区が生じる場合(当該市の人口が当該都道府県の議員1人当たり人口を下回る場合を除く。)
- (二)選挙区が飛地となることを避けるために必要な場合
- (3) **郡(北海道にあっては支庁)の区域は、分割しない**ことを原則とする。ただし、次の場合には、郡の区域は分割することができるものとする。(イ) (1)に沿った選挙区を設けるために必要な場合
 - (ロ) 選挙区が飛地となることを避けるために必要な場合
 - (ハ) 郡の区域が現に他の都市により分断されている場合又は郡の区域に離島を含む場合
- (4) **選挙区は、飛地にしない**ものとする。
- (5) 地勢、交通、歴史的沿革、人口動向その他の自然的社会的条件を総合的に考慮するものとする。

区割りの改定案の作成方針(続)

2. 作業手順

- (1) 定数が増加する県にあっては、当該県の区域内にある選挙区のうち、その人口が最も多いものを手がかりとし、区割り基準に適合するように改定案を作成するものとする。
- (2) 定数が減少する道県にあっては、当該道県の区域内にある選挙区のうち、その人口が最も少ないものを手がかりとし、区割り基準に適合するように改定案を作成するものとする。
- (3) 定数に異動がない都府県にあっては、各選挙区について区割り基準への適合状況を検証し、次の選挙区について所要の改定案を作成するものとする。
 - (イ) 全国の議員1人当たり人口の4 / 3を上回る選挙区
 - (ロ) 全国の議員1人当たり人口の2 / 3を下回る選挙区又は区割り基準の(1)(ハ)に該当する県内の選挙区で区割り基準に照らし改定を要するもの
 - (ハ)(イ)又は(ロ)に該当しないが、区割り基準に照らし改定を要する選挙区
- (4) 作業の結果得られた区割りの改定案が合理的かつ整合性のとれたものになっているかどうかの総合的な検討を行うものとする。

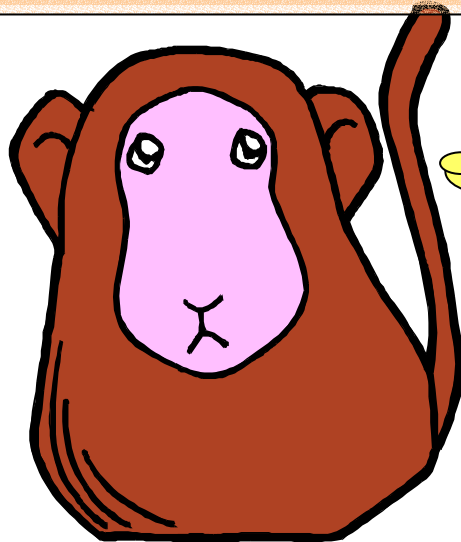
現状に対する批判

2倍未満にならないのは定数配分のせいだ!

定数配分方法はウェブスター方式が良い

定数配分方法を早急に見直せ!

定数配分に関する多くの智恵の蓄積



区割には原因は無いのかな?

区割に関する取り組みは少ない

最適な区割を出してみよう
区割画定問題

区割の現状は
理解できた？

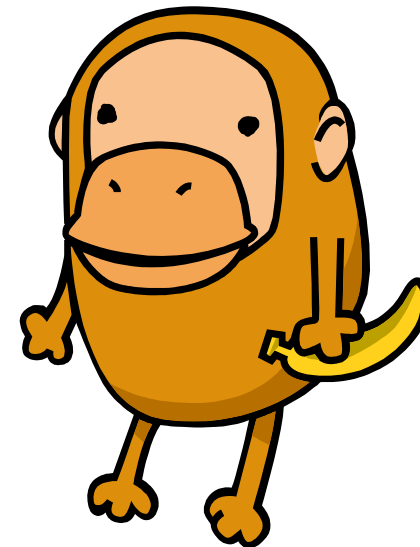


区割画定問題への取り組み

理論編



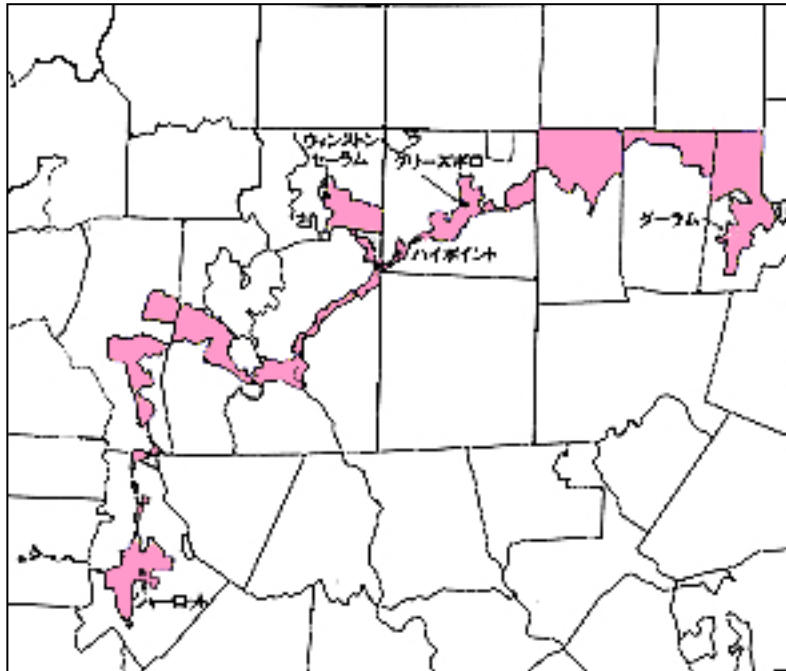
そろそろ頭を使おう



政治学の観点から

- **なぜ最適区割が必要か？**
 - ゲリマンダリングの回避(恣意性の排除)
 - 恣意性の指標として最適区割を利用.
 - 厳密解であることが政治的説明に重要
- **坂口・和田2000: 14県最適区割導出**
 - 青森(4), 秋田(3), 富山(3), 石川(3), 福井(3),
山梨(3), 滋賀(3), 奈良(4), 和歌山(3), 鳥取(2),
徳島(3), 高知(3), 佐賀(3), 宮崎(3)

ゲリマンダリング



政党支持・人種・宗教等の分布

自陣営有利に区割画定

ゲリマンダーの例

ノースカロライナ州
第12選挙区

ORからの取り組み

- 今野・鈴木1982:「整数計画法と組合せ最適化」
 - 集合分割問題の応用問題例(中選挙区)として
 - 鳥井1995:「頂点分割問題の応用例」
 - 中選挙区
 - 高橋1998:「小選挙区制の最適化」
 - 小選挙区
 - 斎藤1998:「小選挙区制の最適化」
 - 小選挙区
 - Mehrotra, Cornuejols, & Desrosiers 1998
 - 集合分割型, 列生成, S.Carolina(6), コンパクト
-
- 坂口・和田2002:「形状による探索制限」
 - 小選挙区 24府県 近似解

難しい!

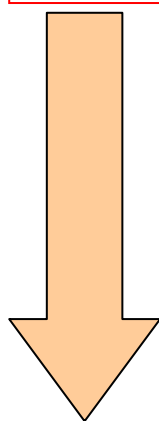
中心
市区郡
必要

高々4選挙区の
最適区割しか
得られない!

日本の実情に
合わない?

どうしたら最適区割を導出できるのか?

従来の取り組み: ひとつのモデル化に1つの解法



- 1度解けば十分 (我慢できる時間内)
- 解法を限定する必要は無い (解法は何でも可)
- 具体的な47都道府県の問題を解けばよい (問題ごとの特徴を利用可)

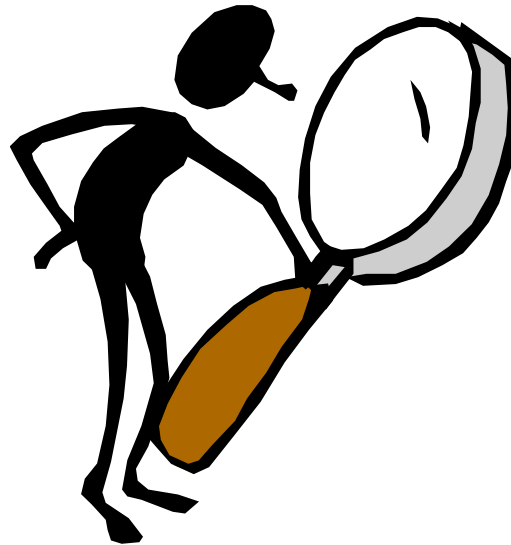
数理モデル化の方法, 解法選びからやり直そう



- どのような数理モデル化が
- どの都道府県の問題に適しているのか?
- そのモデル化に適した解法は?

今回の
中心話題

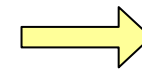
区割画定問題 数理モデル化と定式化



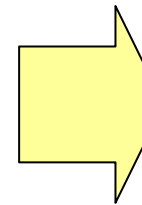
区割案の作成方針概要

- 1票の格差を2倍未満に
- 市区郡分割をしない
- 連続性(飛び地を作らない)

- 地域のつながりを考慮



目的関数



制約

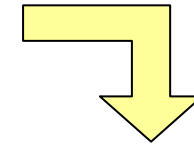
実行可能区割
をひとつ見つけ
ればよい!

最適とは?

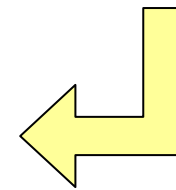


本研究のアプローチ

- 枝数固定最小森探索型
 - 鳥井1995・高橋1995を参考に改良



様々なモデル化



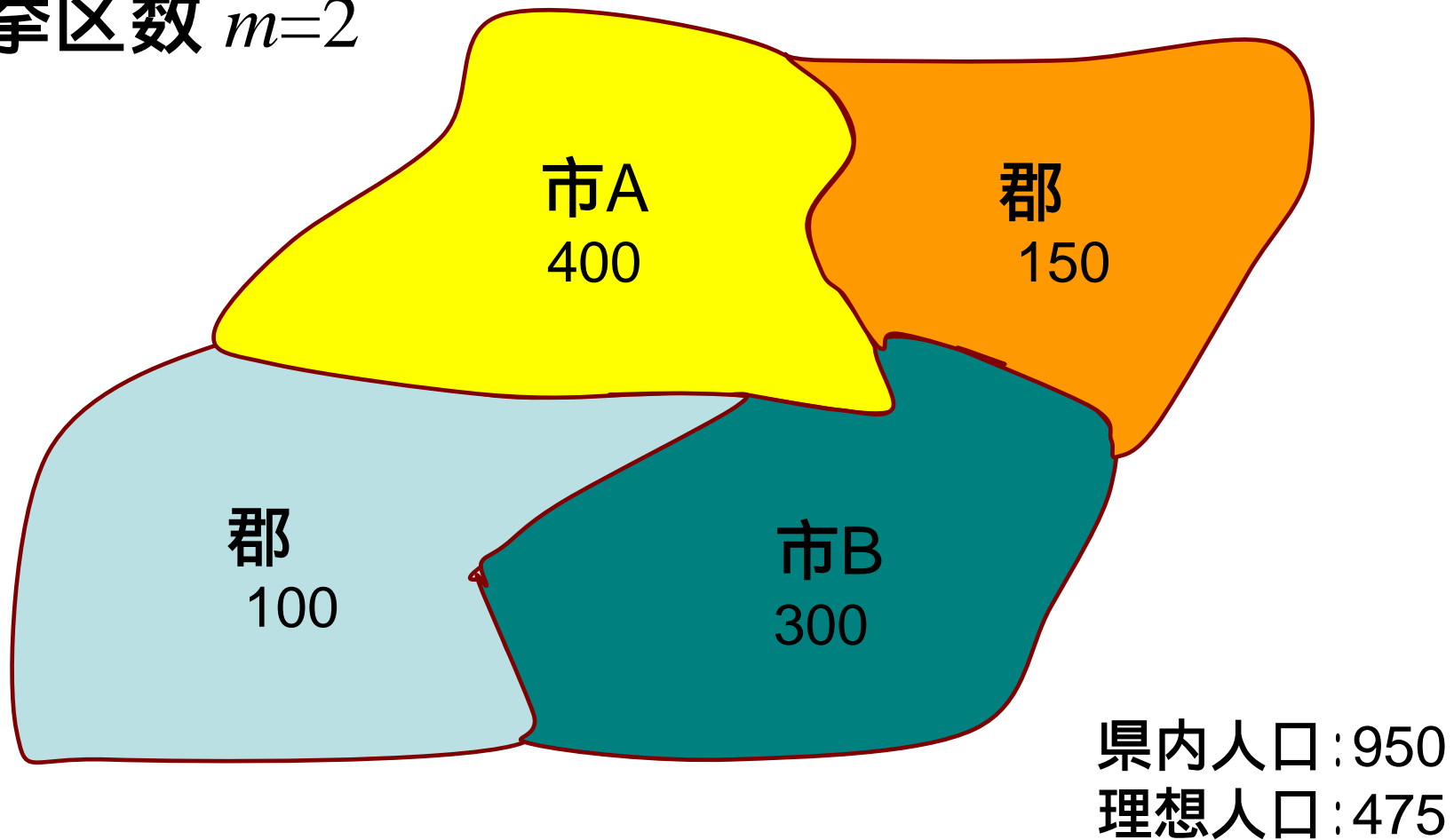
- 集合 m 分割型
- グラフ分割型

日本全国の
最適区割
導出！

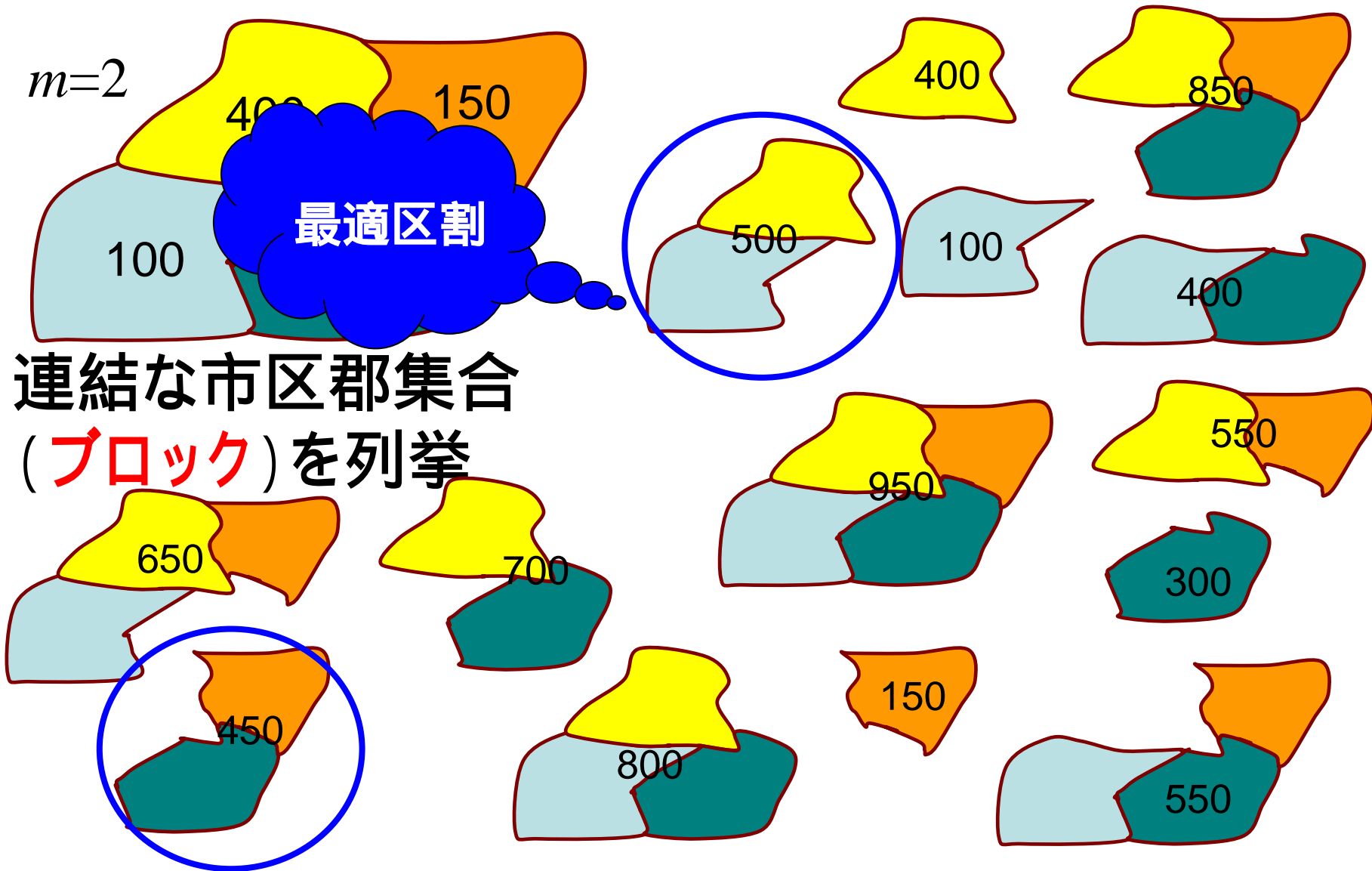
集合 m 分割型: 定式化

(例)

選挙区数 $m=2$



集合m分割型: ブロック



定式化への架け橋

- 目的: 1票の格差 u/l 最小
- 制約:
 - ▶ 使用するブロックの人口 u
 - ▶ 使用するブロックの人口 l
 - ▶ 各市区郡はちょうど1つの使用するブロックに属す
 - ▶ 使用するブロックは m 個

使用するブロック = 選挙区

集合 m 分割型での定式化

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{u}{l} \\ \text{s.t.} \quad & q_j x_j \leq u \quad (j = 1, \dots, |B|) \\ & \alpha(1 - x_j) + q_j x_j \geq l \quad (j = 1, \dots, |B|) \\ & \sum_{j=1, \dots, |B|} b_{ij} x_j = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \\ & \sum_{j=1, \dots, |B|} x_j = m \\ & x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, |B|) \end{aligned}$$

u : 最大人口

l : 最小人口

入力

市区郡集合 V

選挙区数 m

ブロック集合 B

各ブロック人口 q

: 大きな数

$b_{ij} = 1$: 市区郡 i はブロック j の要素

$b_{ij} = 0$: 要素ではない

$x_j = 1$: ブロック j を区割に使用

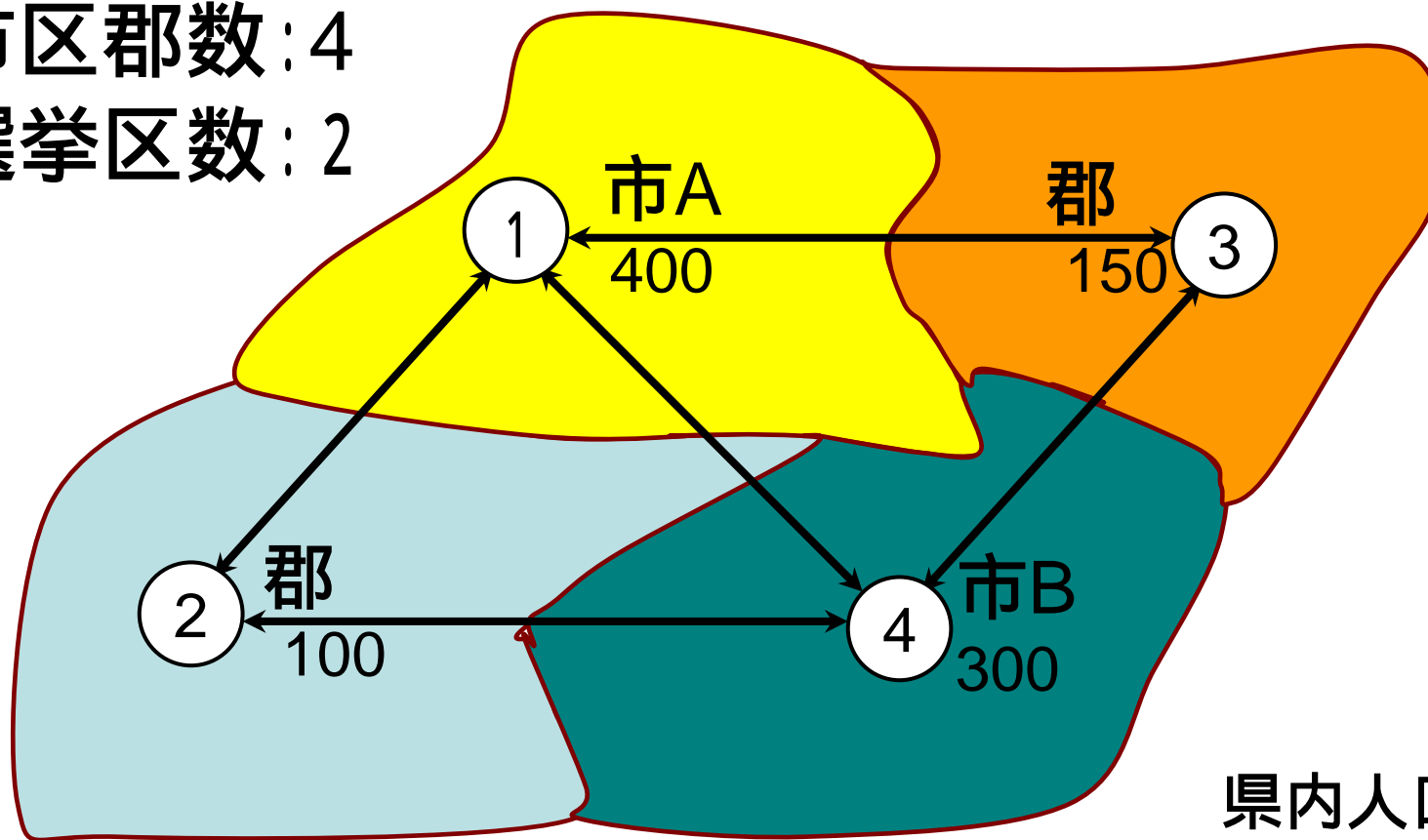
$x_j = 0$: 使用しない

グラフ分割型

(例)

市区郡数: 4

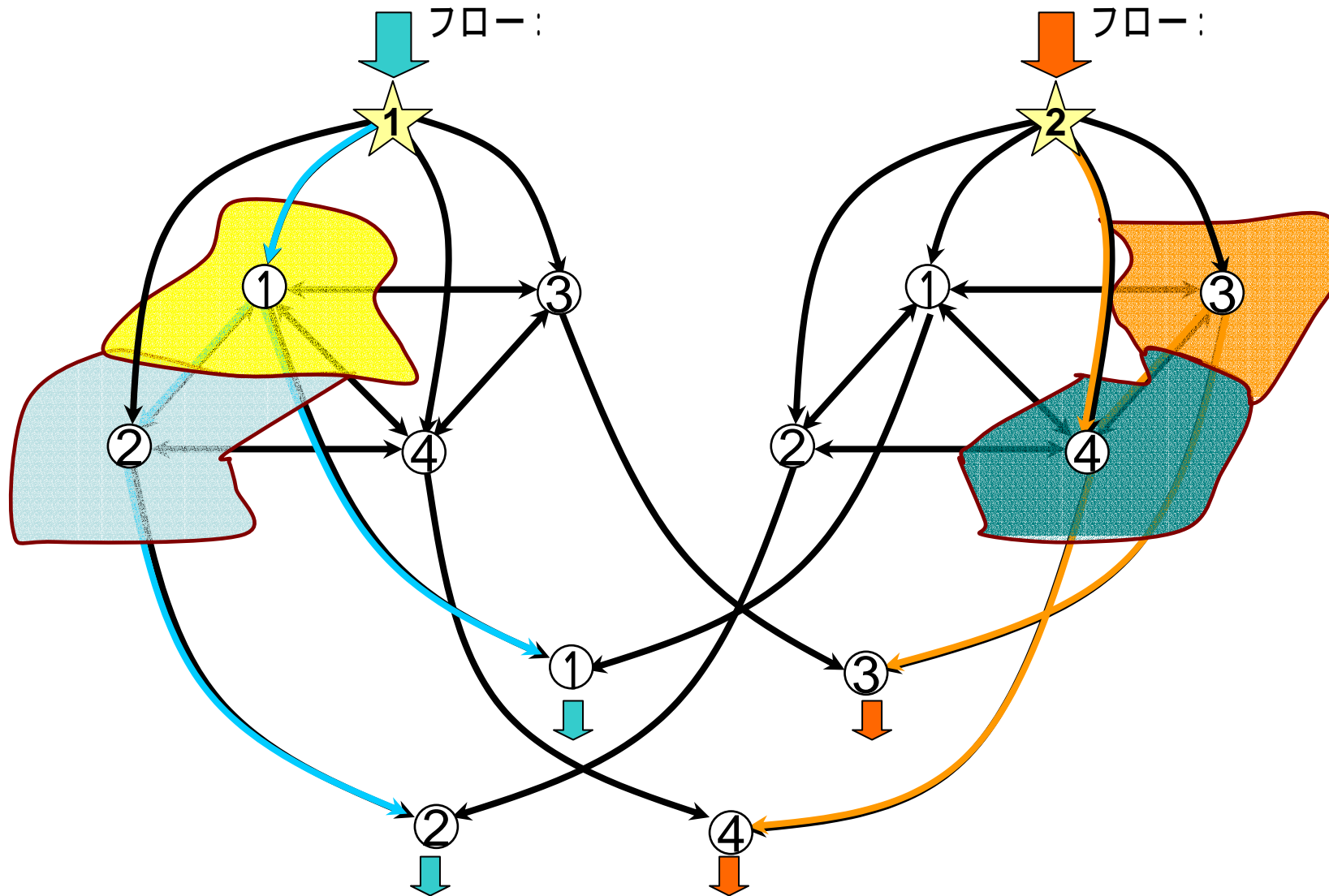
選挙区数: 2



県内人口: 950

理想人口: 475

実行可能フローと可能区割



定式化への架け橋

- 目的: 1票の格差 u/l 最小
- 制約:
 - ▶ l フローで連結した市区郡の人口 u
 - ▶ 拡大ネットワークにはフローが流れる
 - ▶ 各グラフの1点に各sourceから正フロー流入
 - ▶ 正フロー流入点からは各sinkに向け正フロー流出
 - ▶ 各sinkに1本の枝からのみフロー流入

フローで連結した市区郡 = 選挙区

グラフ分割型 での定式化

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{u}{l} \\ \text{s.t.} \quad & l \leq \sum_{i=1, \dots, n} p_i z_{ik} \leq u \quad (k = 1, \dots, m) \\ & \sum_{a \in \delta^- v^k} f(a) = \sum_{a \in \delta^+ v^k} f(a) \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \\ & f(a) \geq 0 \\ & f((s^k, v_i^k)) = \beta y_{ik} \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \\ & \sum_{i=1, \dots, n} y_{ik} = 1 \quad (k = 1, \dots, m) \\ & y_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \\ & \sum_{a \in \delta^- v^k} f(a) \leq \beta z_{ik} \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \\ & z_{ik} \leq f((v_i^k, t_i)) \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \\ & \sum_{k=1, \dots, m} z_{ik} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \\ & z_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

u : 最大人口
 l : 最小人口

f : フロー

: 大きな数

$y_{ik} = 1$: 選挙区 k の中心が市区郡 i
 $y_{ik} = 0$: そうではない

$z_{ik} = 1$: 市区郡 i は第 k 選挙区
 $z_{ik} = 0$: 属さない

2つのモデルの利点・誤算

利点

- 集合 m 分割型

- 定式化が単純明快.
- 飛び地を排除.
- NP-hardだが比較的解きやすい.

誤算

- ブロック数が膨大
制約が書けない.
[神奈川(49市区郡)で21億]
- 列生成でも難しい.

工夫

↓
ブロックの絞込み
全列挙可能県あり

- グラフ分割型

- 中心市区郡が不要
- 飛び地を排除
- 制約式が少ない

- $\{0,1\}$ -整数変数が多い
($2 \times$ 選挙区数 \times 市区郡数)
- 計算に時間がかかる.
[島根(3選挙区25市郡)37h]

↓
前処理

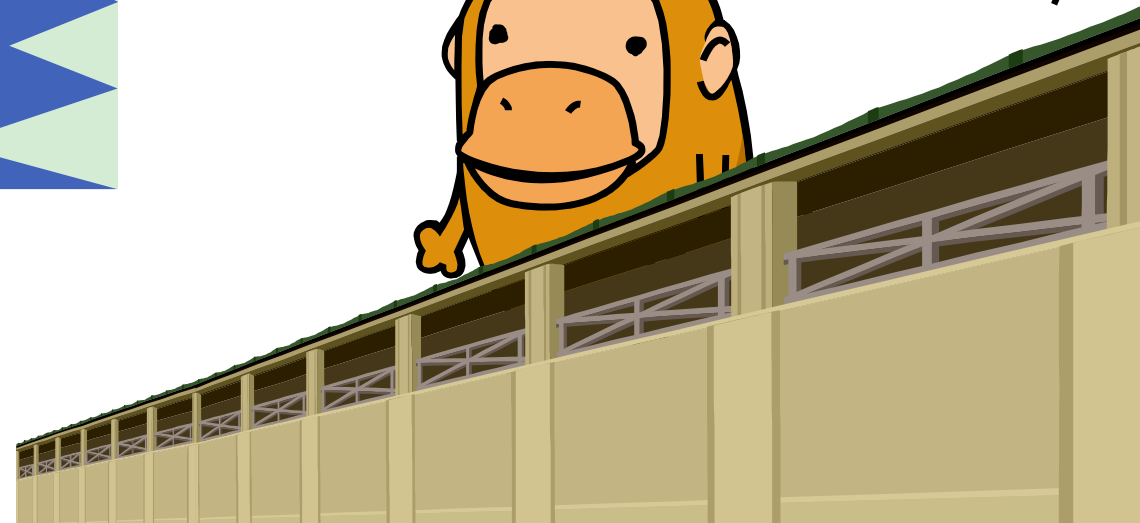
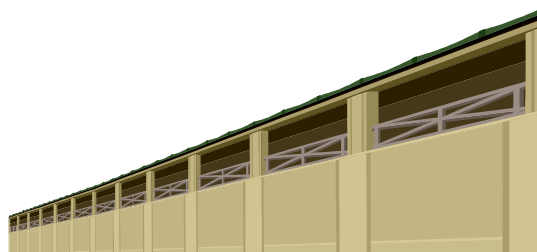
理論の背景
難しかったかな？



区割画定問題への取り組み 実践編(苦悩編)



解こうとするといくつもの壁が...



計算実験への準備

● 基礎データの準備

▶ 市区郡隣接グラフを作ろう

- 点集合: 市区郡 1つの市区郡とは?
- 枝集合: 隣接関係 隣接とは?



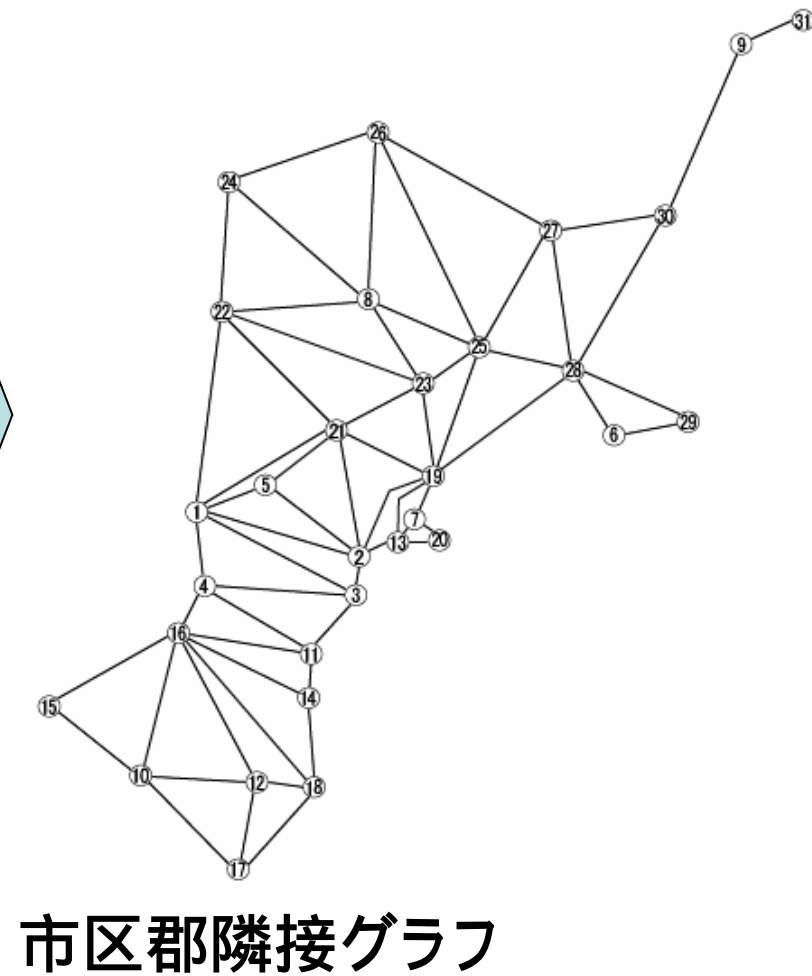
▶ 人口データを作ろう: 市区郡の分割

● モデル毎の工夫

▶ ブロックの選別, 前処理

● 目的関数の変更: 最小比 最小差

市区郡隣接グラフとは



市区郡隣接グラフの作成(1)

市区郡集合(点集合)の定め方

- 2000年10月1日に存在する市区郡が要素
 - 北海道は郡でなく支庁
 - 政令指定都市の区は要素
 - 地理的分断の場合
 - 別な要素とする
 - 合併予定市区郡は?



地理的分断の例: 広島県

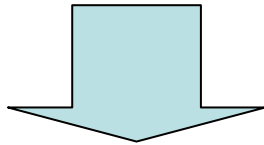
参考：北海道の郡と支庁



市区郡隣接グラフの作成(2)

隣接関係の定め方

- **地理的隣接**が隣接関係
 - 4市区郡が1点で交わっている場合は? 隣接無し
 - 諸島等は?
 - 橋がある場合 隣接
 - 定期航路がある場合 隣接



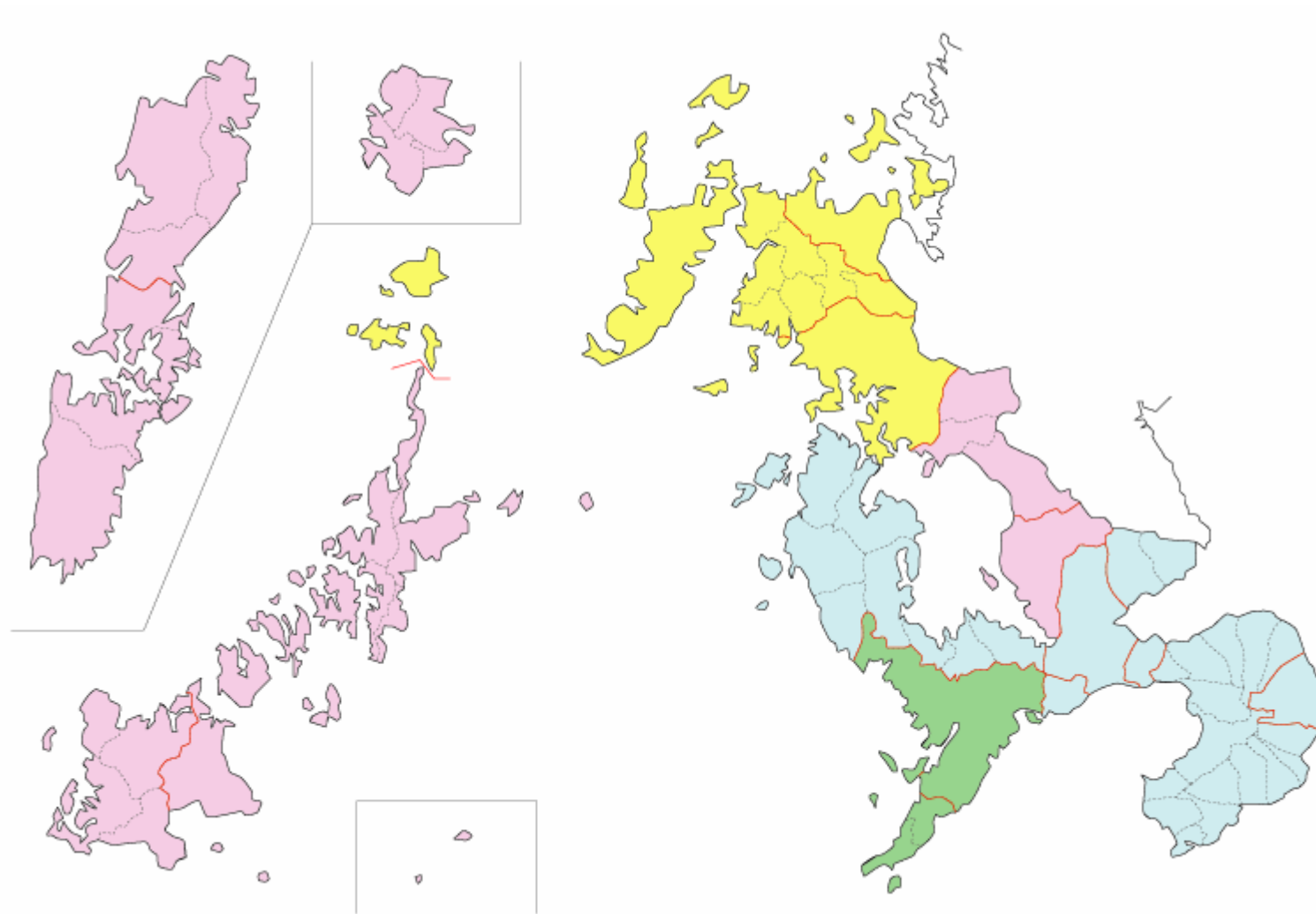
まずは素朴な定義で
全都道府県の隣接グラフを構築

4市区郡が1点で交わる例

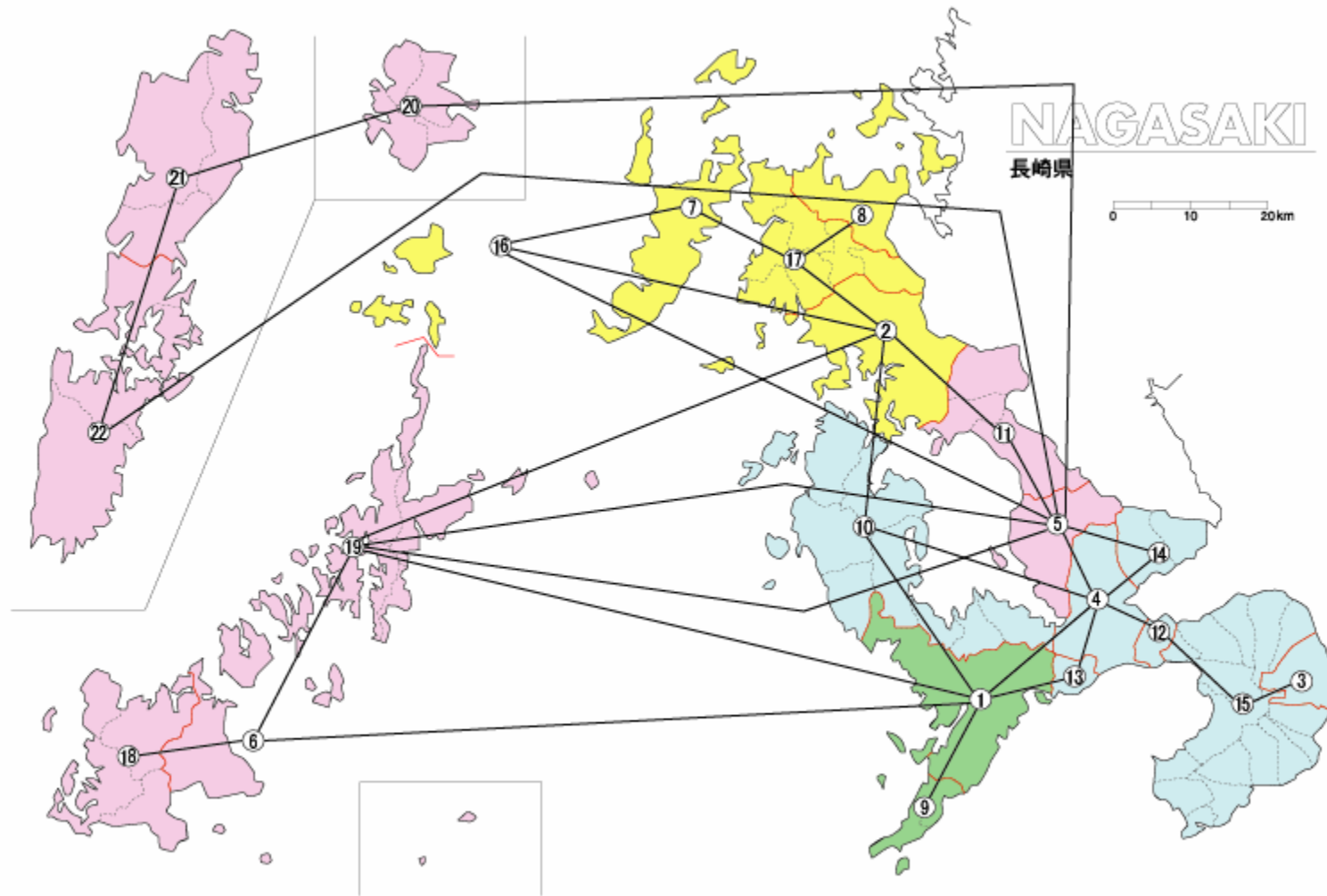


大阪府：淀川周辺

島間の隣接関係

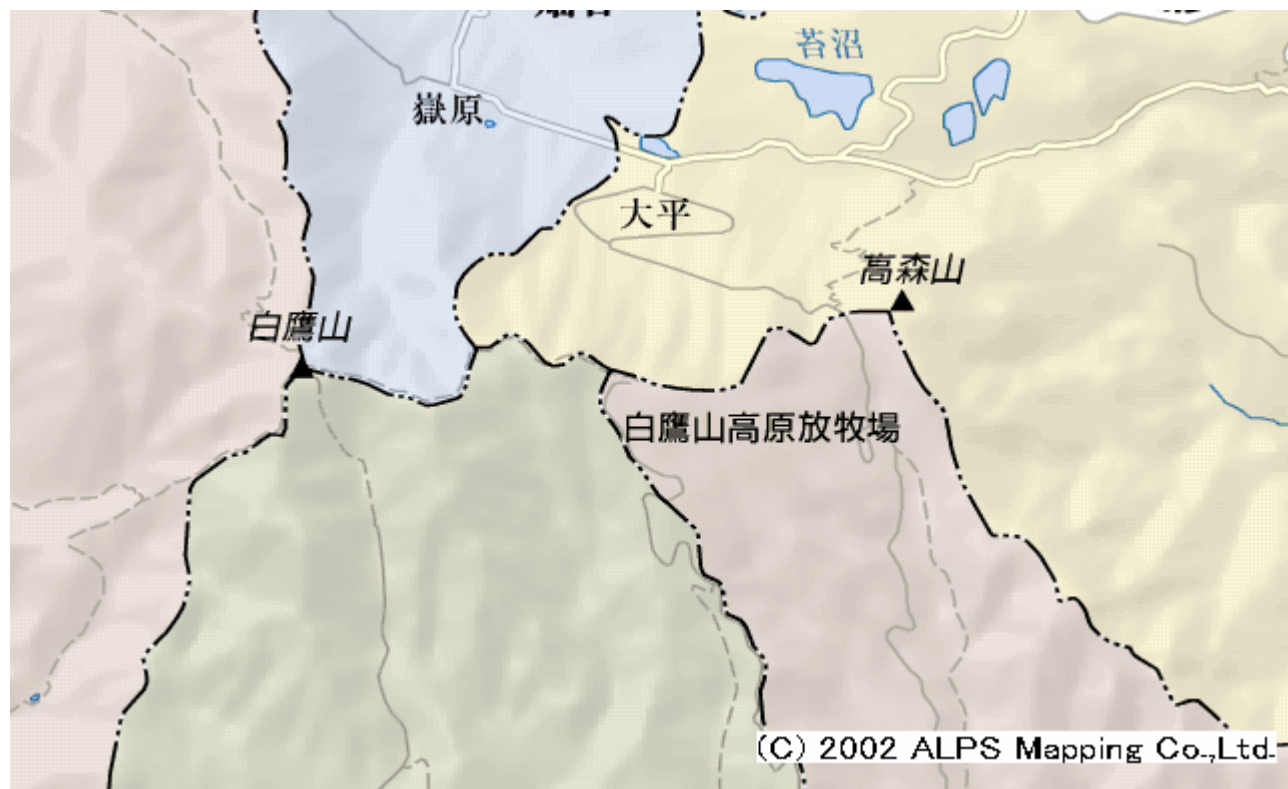


長崎県の例



2002年区割：定期空海路が隣接の根拠

地理的隣接は隣接として妥当?(1)



例1：山形県山形市近辺

地理的隣接は隣接として妥当?(2)



例2: 千葉県千葉市周辺

地理的隣接では住民の隣接の意識と合わない可能性がある

人口データを作る：市区の分割

基本：各市区郡の人口（例外：**分割**をした場合）

県・国の理想人口の $\frac{4}{3}$ 以上

分割判断は明確
分割方法は？

●タイプA：人口の多い市区

●タイプB：人口の少ない**選挙区**を防ぐ為

県・国の理想人口の $\frac{2}{3}$ 未満

●タイプC：その他

分割には根拠が必要
分割方法は？

恣意性が入りやすい

タイプA:人口の多い市区の分割

どのように分割するかが問題

- 策1:地区情報で隣接グラフを詳細化
- 策2:単独選挙区を作り独立させる



相模原市人口:605555

県理想人口:471663

国理想人口:423064

国理想人口 $\times 4/3 = 564085$

タイプB:分割しないと適正にならない

- 分割しない場合の最適区割を元に判断
- 北部で理想人口を持つように, 四日市市を分断

県理想人口: 371473

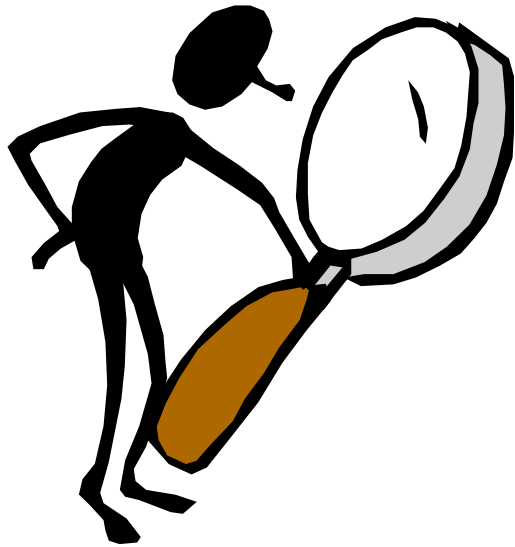
国理想人口: 423064

国理想人口 $\times 2/3 = 282072$



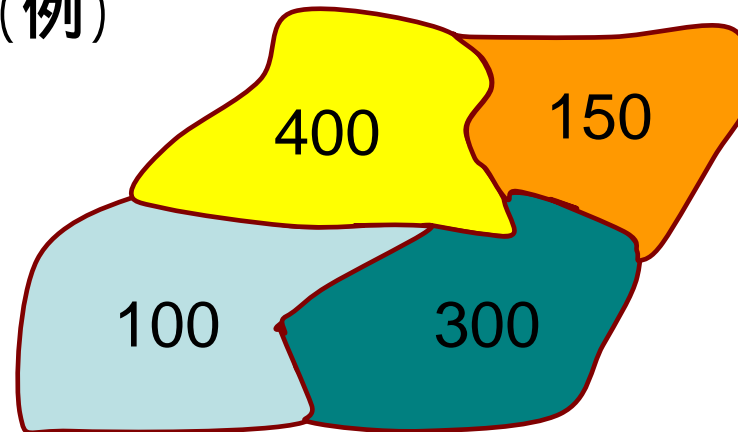
分断無しの場合の最適区割

各定式化で計算するための準備



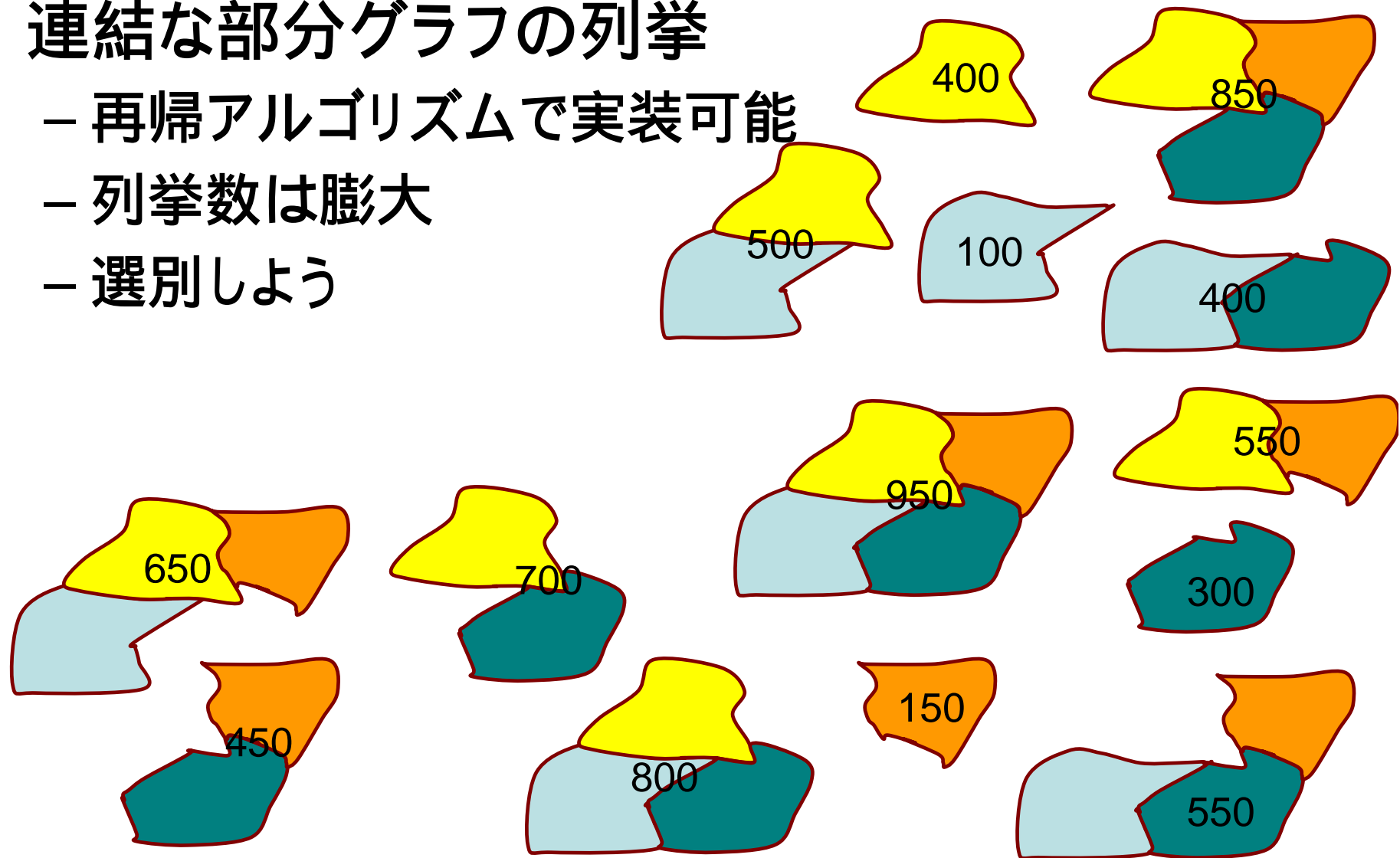
- 集合 m 分割型 適切なブロックの列挙
- グラフ分割型 前処理の工夫

(例)



ブロックの列挙

- 連結な部分グラフの列挙
 - 再帰アルゴリズムで実装可能
 - 列挙数は膨大
 - 選別しよう

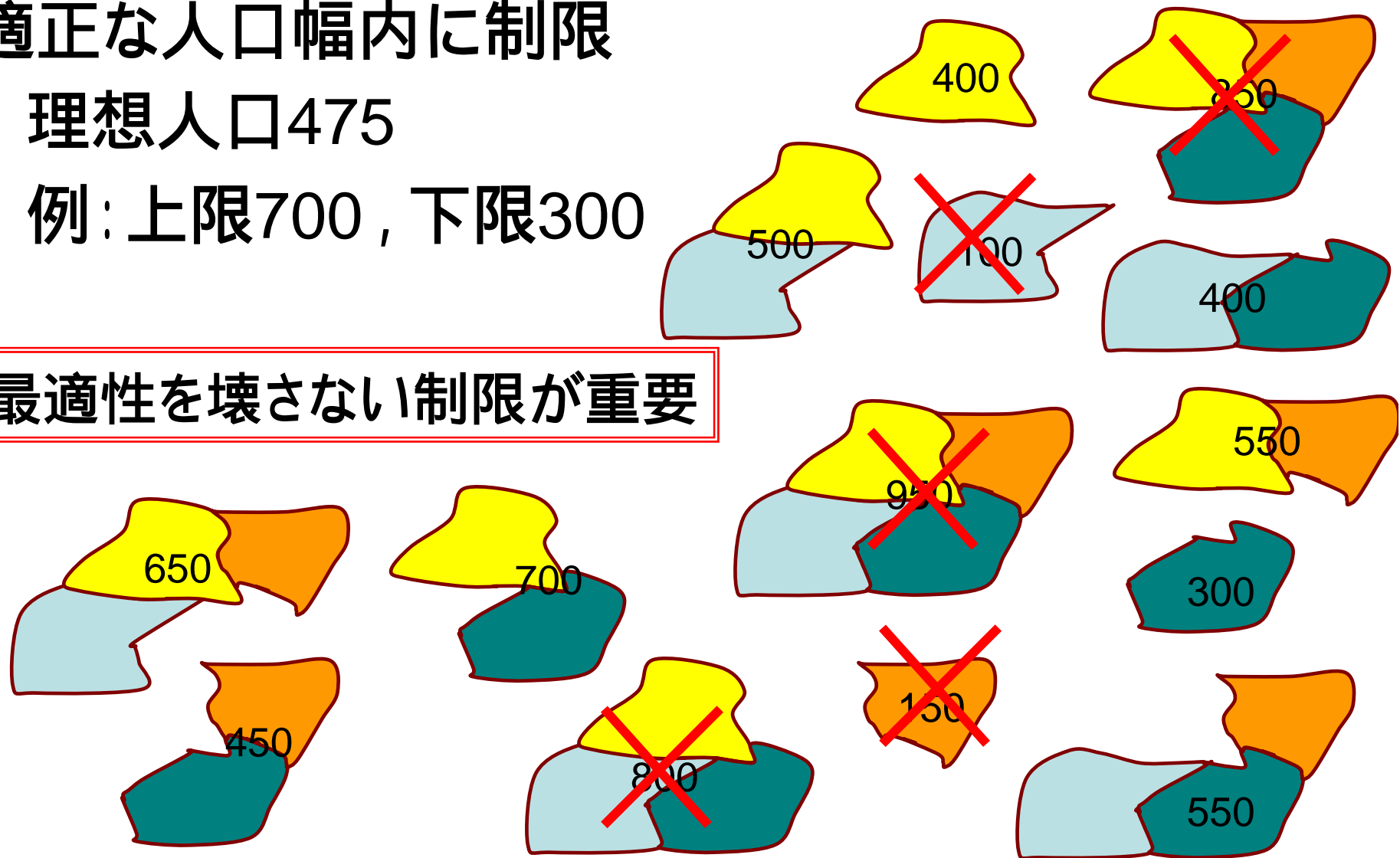


ブロックの選別 第1ラウンド

適正な人口幅内に制限

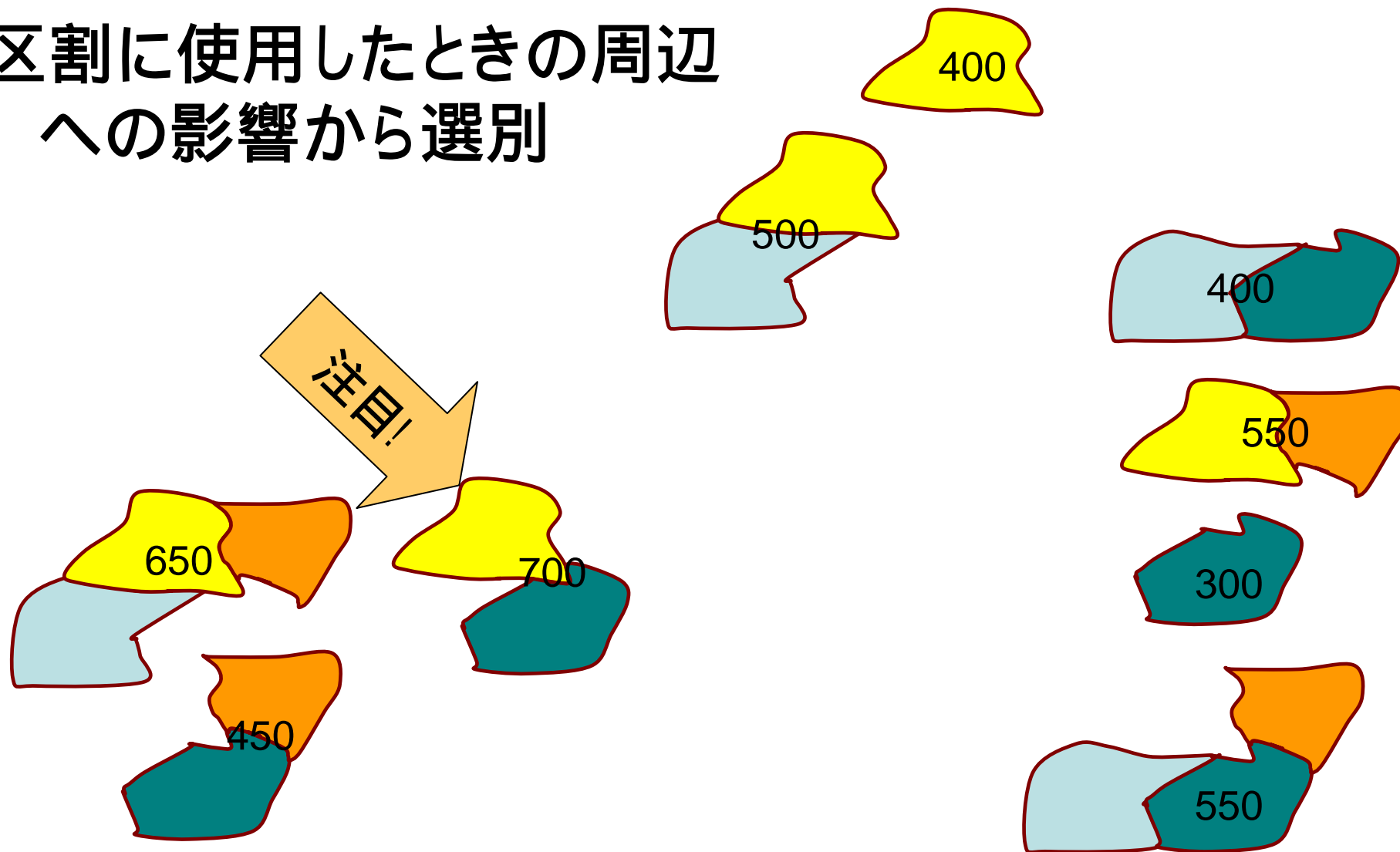
- 理想人口475
- 例：上限700，下限300

最適性を壊さない制限が重要

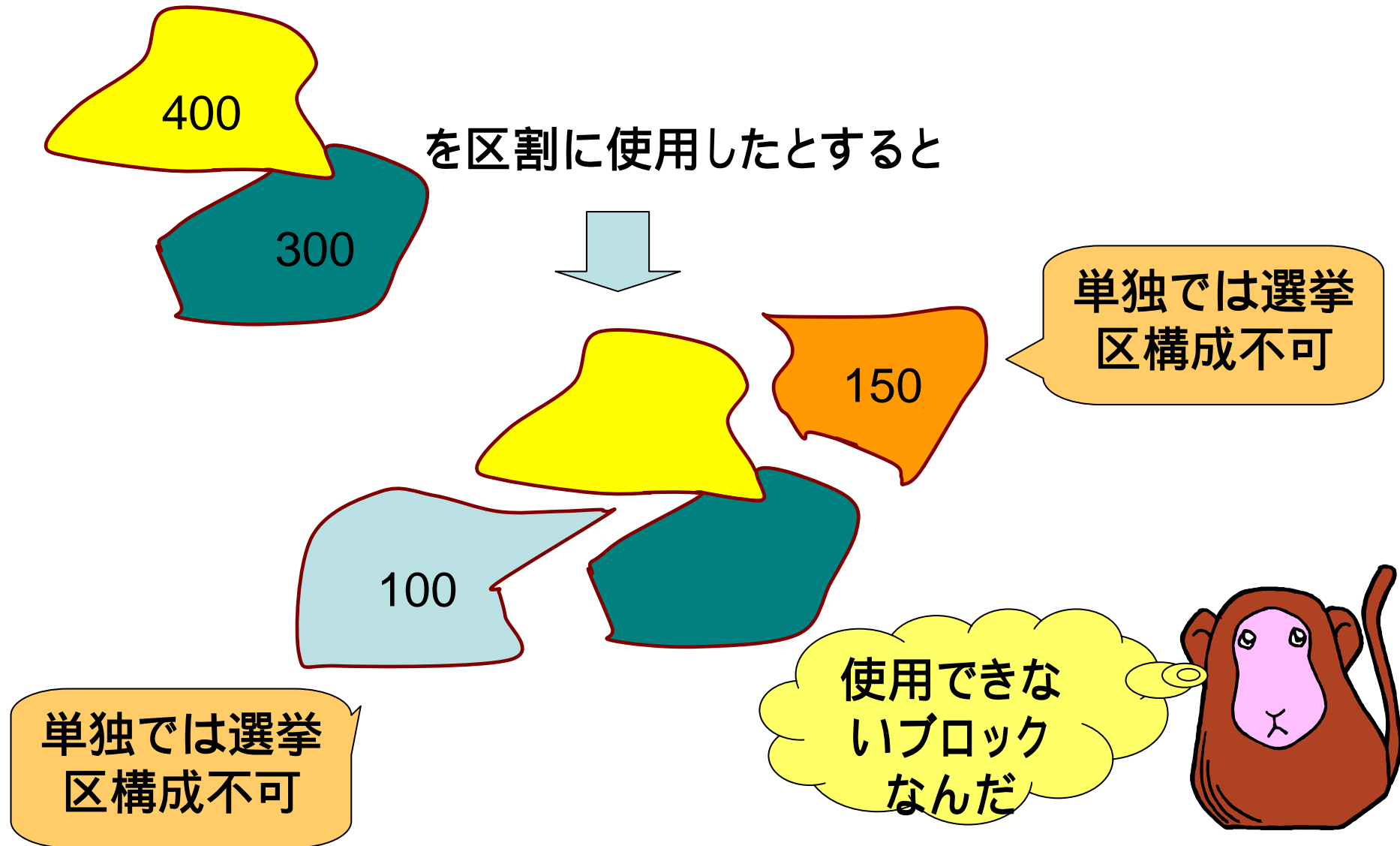


ブロックの選別 第2ラウンド

区割に使用したときの周辺
への影響から選別



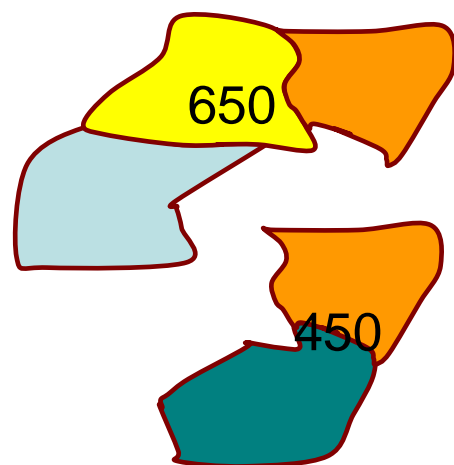
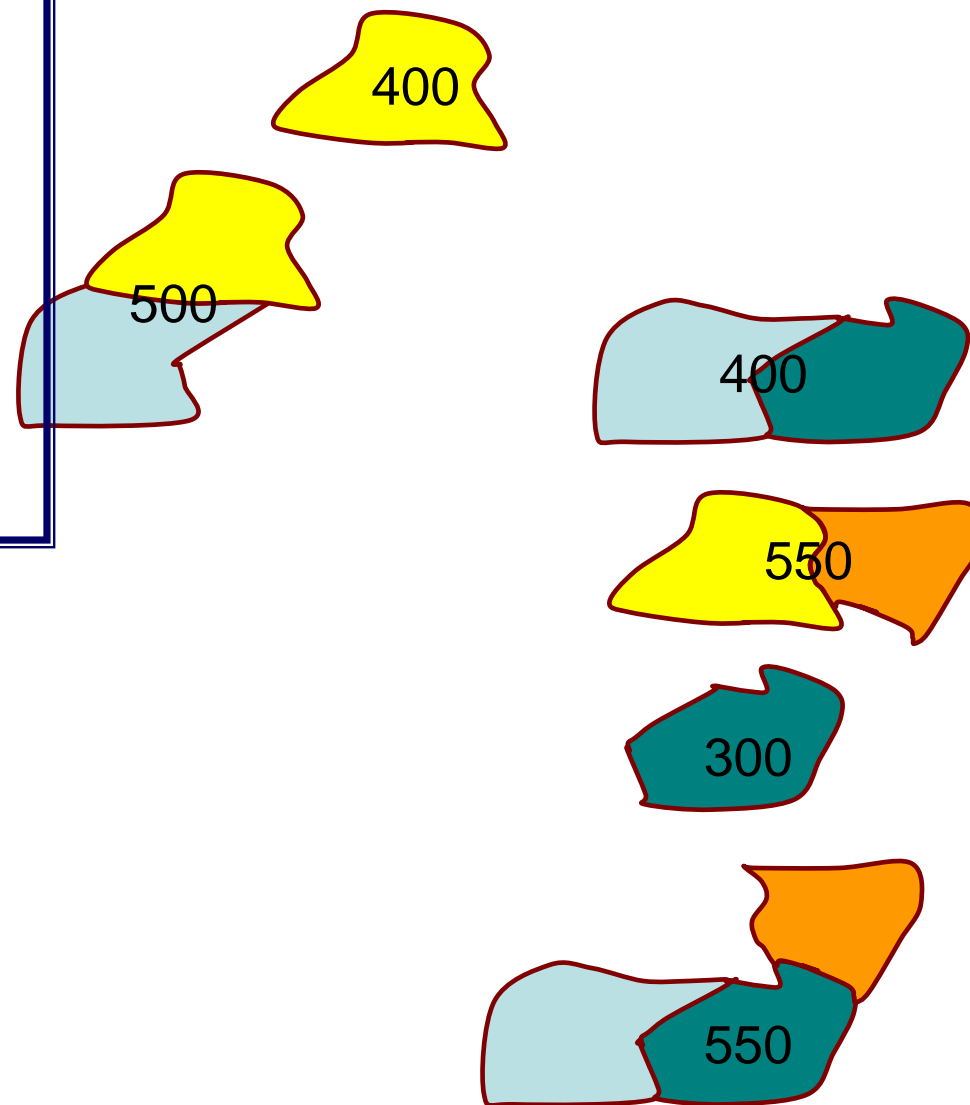
残った部分での判定



実際に計算に使用するブロック

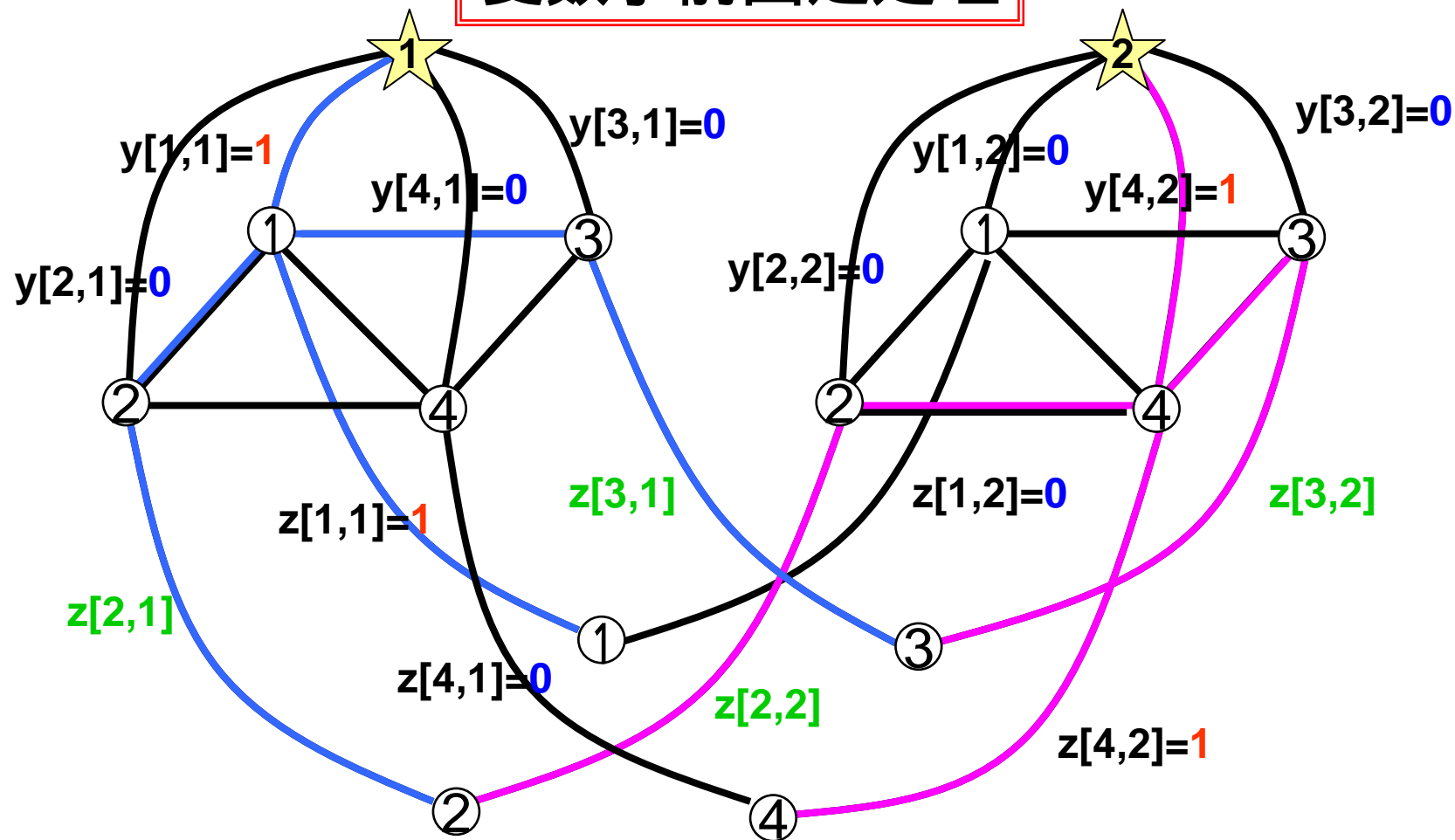
都道府県によっては効果的

例：山形県
ブロック数 21億個以上
第1選抜後 576464個
第2選抜後 **7892個**



グラフ分割型：前処理

変数事前固定処理



目的関数の工夫

- 最小比の最適化問題: パラメトリックに解く
 - 1回の問題を解くのに時間がかかるのに複数回は解きたくない.
- u/l $u-l$ 最小差に変換
 - 最小差の最適解が最小比の最適解かを判定
 - Noの時は, 実行可能解を制限した子問題を解く

やっと計算できる
段階まで来た



最適区割導出！

- 全都道府県に2つの定式化
- OPL-Studio (ver3.1) を利用
- 制限時間: 12時間
- PentiumIII 800MHz
- メモリ512M

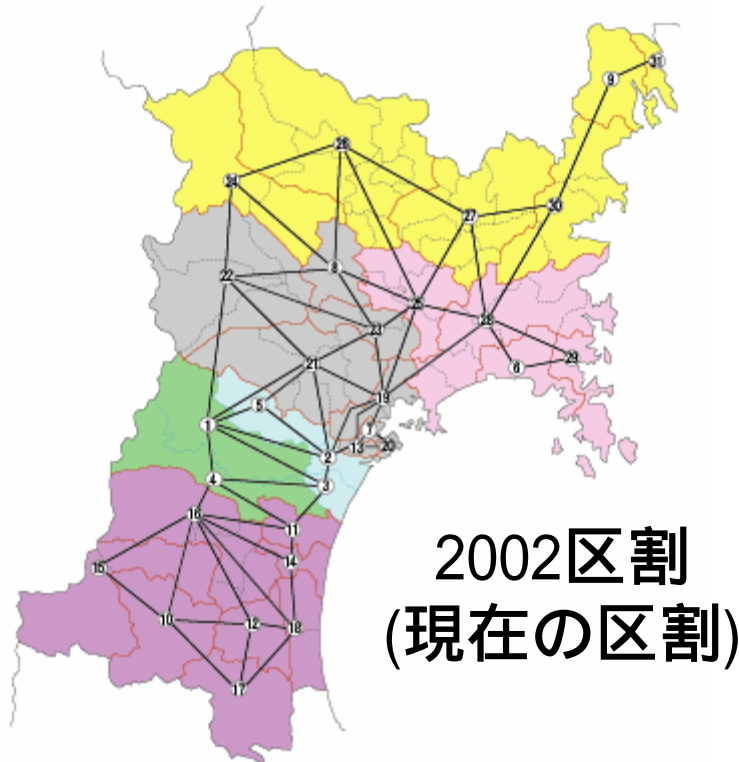
モデル比較が今回の
主眼. 同じ舞台で比較.



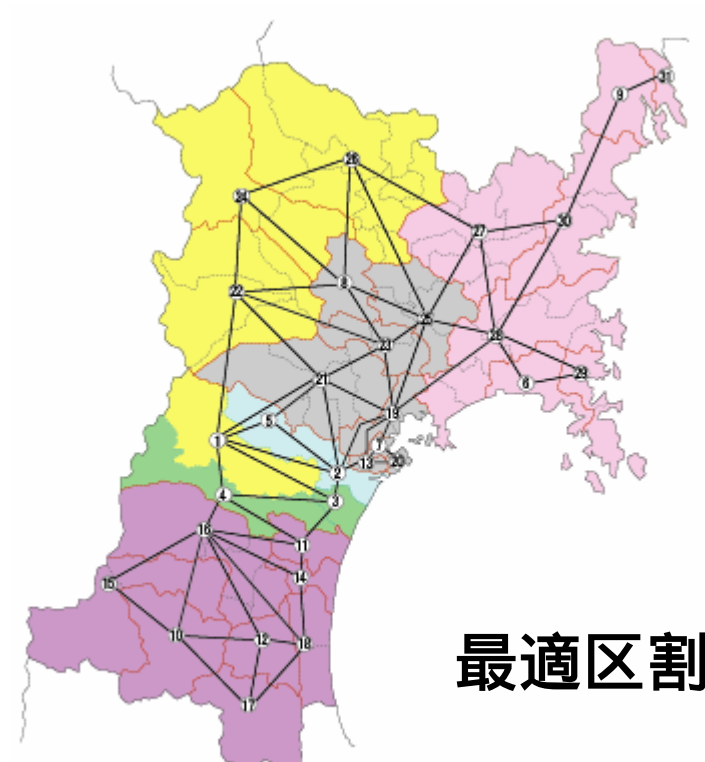
最適区割の例

宮城県

市区郡数31 隣接関係621 理想人口 394201 選挙区数 6

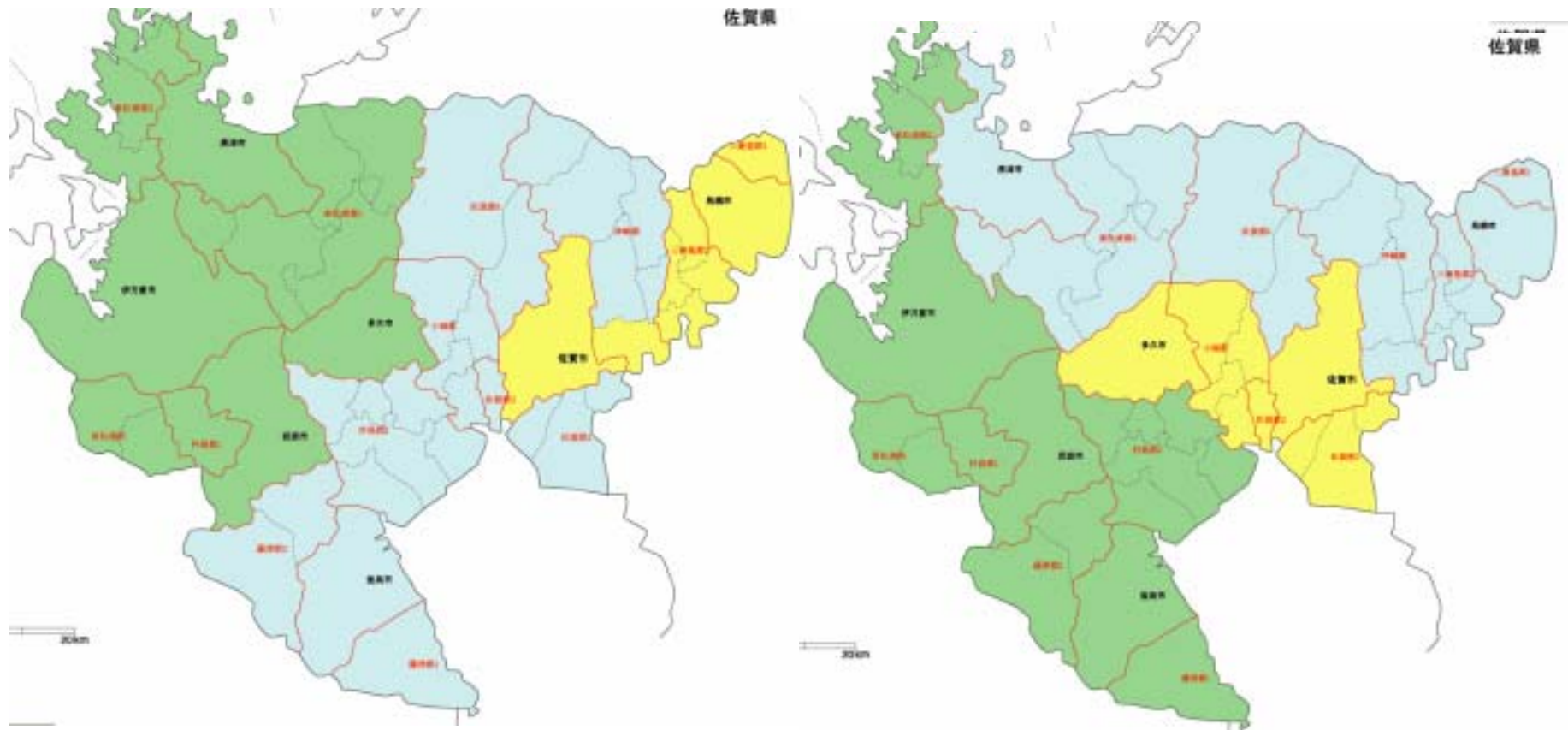


最大人口 508847人
最小人口 289877人
県内での1票の格差 1.76



最大人口 429750人
最小人口 351141人
県内での1票の格差 1.22

最適区割：佐賀県



2002現区割

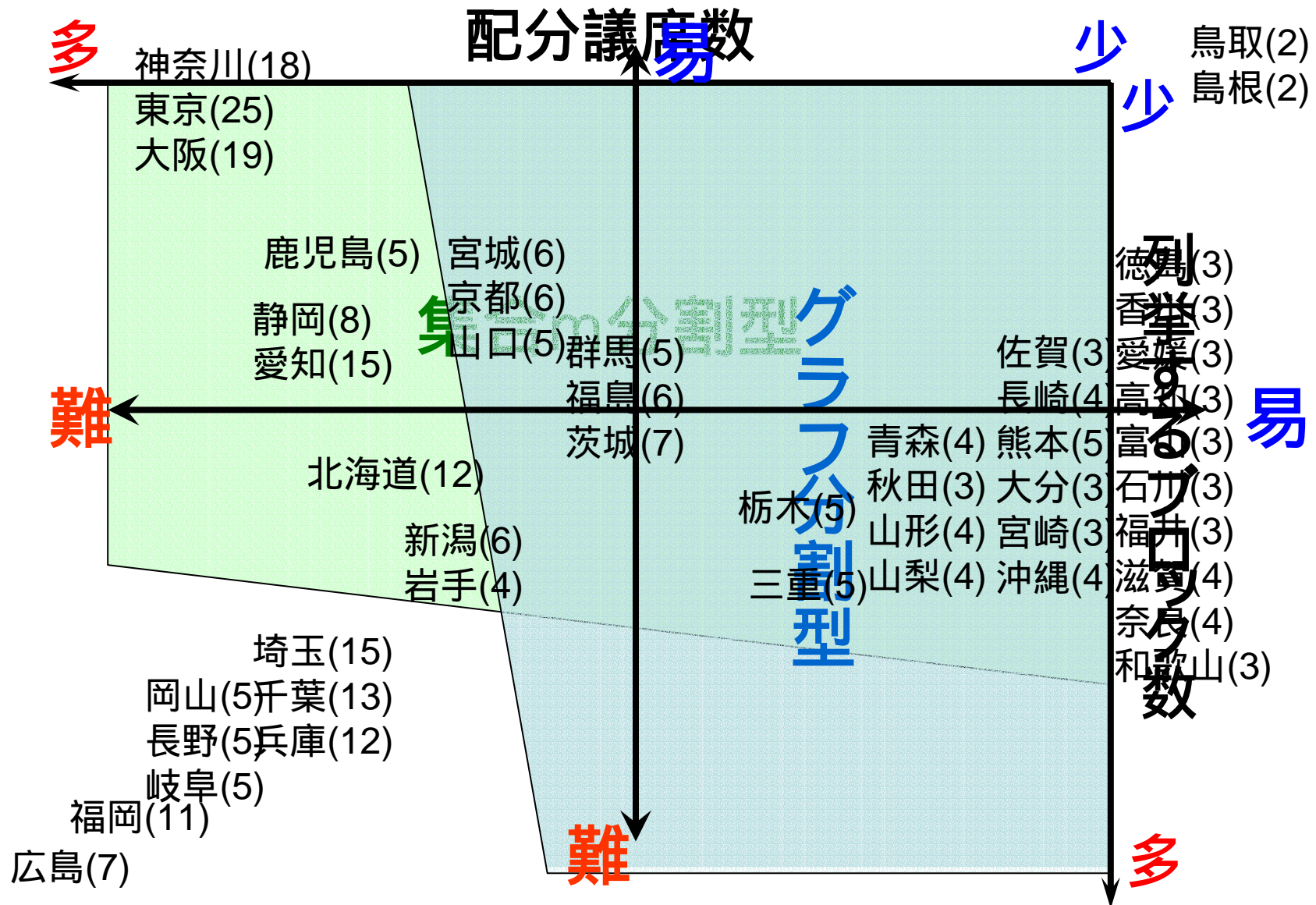
人口最小区：288940人

国理想人口 $\times 2/3 = 282072$

19最適区割

人口最小区：283683人

2つのモデルの補完と都道府県難度



結果：全国人口格差，分割数

本研究

	旧区割 (1994)	2002区割 (2002)	最適区割 (2002)
全国最大人口区	607,520	558,947	536,000
全国最小人口区	263,103	270,743	271,132
全国人口格差	2.573	2.064	1.977
2倍超選挙区数	95	9	0
分割市区郡数	21	23	19

結果：都道府県内人口格差比較

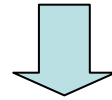
本研究

	2002年区割				最適区割			
	最大	最小	格差	分割	最大	最小	格差	分割
宮城県	508847	289877	1.76	-	429750	351141	1.22	-
長野県	536492	317922	1.69	-	443547	442346	1.00	-
福島県	542573	325422	1.67	-	436690	412832	1.06	-
愛知県	539164	328877	1.64	-	482687	460403	1.05	-
京都府	539209	333621	1.62	-	442941	437779	1.01	-
神奈川県	538502	338895	1.59	有	528821	417838	1.27	有
千葉県	550079	374264	1.47	有	464418	436391	1.06	有
東京都	551364	376789	1.46	有	536000	421504	1.27	有

定数配分・区割決定プロセス提案

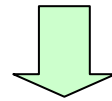
入力

全国人口，選挙区数，
都道府県人口，隣接関係，...

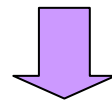


区割画定問題

What-If分析
が可能に！



都道府県定数配分問題



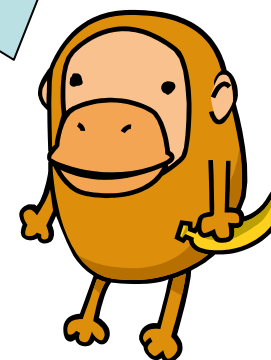
出力

都道府県定数配分，小選挙区区割

今後の課題

- 市区郡分割時の対処法考察
 - 恣意性を排除した分割方法
- 地域のつながり
 - コンパクト導入の可否
 - 隣接とは何か？
- モデルと解法
 - 2つのモデルを補完するモデル
 - 支援ツールの充実
- 最適区割は複数存在
 - 列挙
 - 選択基準

お疲れ様でした



おわり