



グラフの分解


グラフ構造を
大雑把に観る方法



1

ここで学ぶこと

- 物事を表現する方法のひとつ:
グラフ・ネットワーク
- グラフの構造を大雑把に把握する
- ある特徴に沿った把握方法



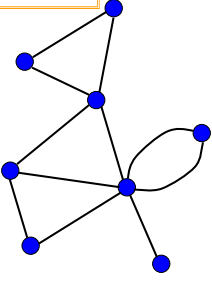
2

グラフの分解

表現されているシステムの解析に利用

用語の準備

- **道 (path)**: 接続する点と枝の交互列
- 無向グラフが**連結**
⇔ 任意の2点間に道が存在
- 点 v は**関節点**
⇔ 連結なグラフから点 v を除くと
非連結になる
- 無向グラフが**2連結**
⇔ 関節点がないグラフ



3

グラフの分解: 例1

無向グラフの2連結成分分解

2連結成分: 2連結な極大部分グラフ

4

演習1 2連結成分分解

通信網(枝は通信線, 点は中継局)

(1) 機能停止により局間の通信に影響を及ぼす中継局はどれか.

(2) 通信の信頼性向上に適切な通信線の増設計画を提案せよ.

5

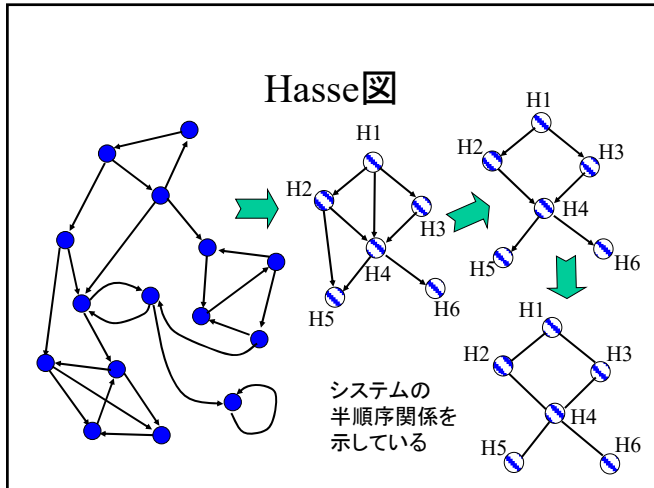
グラフの分解: 例2

有向グラフの強連結成分分解

用語の準備

- **有向道**: すべて同じ向きの枝からできている道
- **有向グラフが強連結**
 ⇔ 任意の2点間に両方向の有向道が存在
- **強連結成分**
 ⇔ 強連結な極大部分グラフ

6



7

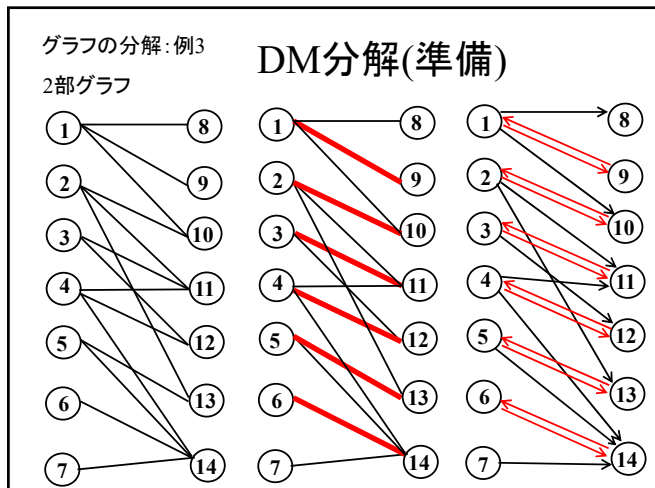
2連結成分, 強連結成分の求め方

- 2連結成分分解, 強連結成分分解共に, 深さ優先探索を利用し可能
 - より効率的な解法を作ってみよう!!

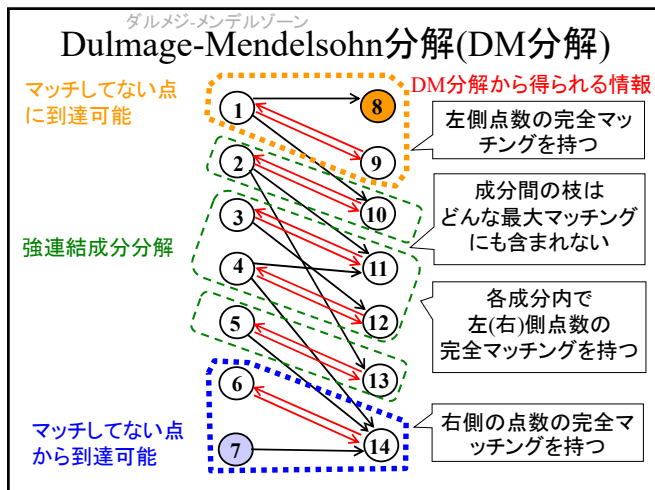
8

演習2 強連結成分分解 Hasse図を示せ.

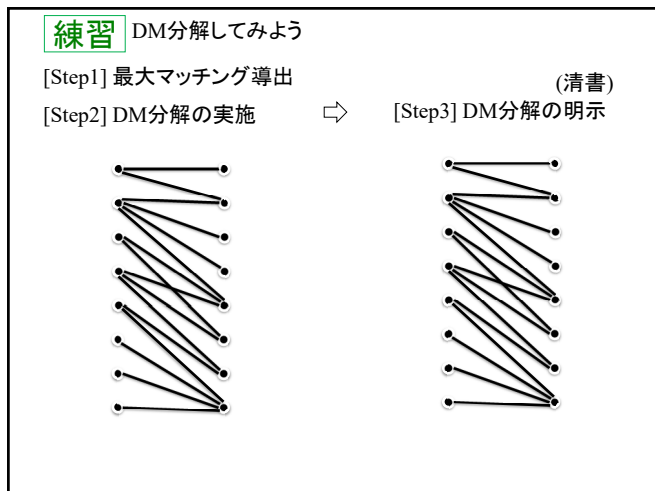
9



10



11



12

ワーク DM分解を示せ

(1) [Step1] 最大マッチング導出 (清書)

[Step2] DM分解の実施 ⇨ [Step3] DM分解の明示

13

ワーク DM分解を示せ

(2) [Step1] 最大マッチング導出 (清書)

[Step2] DM分解の実施 ⇨ [Step3] DM分解の明示

14

演習3 DM分解

ダンスパーティーの希望は右図のとおり

男性 女性

① 最大で何組マッチングができる？

② 最大マッチングでいつでもマッチされる人は？

③ 最大マッチングでマッチされない可能性がある人は？

④ 最大マッチングで決してマッチングされないペアは？

16



演習 3-4

ある国では政権が変わり、大使の候補者 8 名 (①~⑧) を、8 つの国 (A~H) に急遽派遣したい。派遣する大使は、ひとつの国に一人である。語学能力や人脈などから、候補者ごとにその国に派遣した場合の適合度を 10 点満点で数値化したものが表 1 である。点数がついていない部分は、派遣不可を意味する。次の問いに答えよ。

表 1：大使候補ごとの国別適合度

	A	B	C	D	E	F	G	H
①	5	2	10					
②			1		9			
③				5	7			
④				4	5		9	
⑤						6		8
⑥							10	1
⑦							8	4
⑧							2	5

(空欄は派遣不可)

- (1) 大使を左側の点で、国を右側の点とし、大使と国が派遣可能な関係にあるとき枝をつけるとの約束で、表 1 を二部グラフで表現せよ。
- (2) 派遣可能な大使なら、一人でも多くの大使を派遣したいと考えているとする。派遣できる大使の最大人数は何人か。また、その時の派遣パターンをひとつ例示せよ。
- (3) 一部の大使候補者が任官拒否、または、一部の国が想定外の受入拒否をした場合は、表 1 での予定が狂い派遣できる大使と赴任国の組合せの数が減少するであろう。任官拒否をした大使候補者と、受入拒否をした国の組合せによっては、どの国にも大使を派遣できないという事態も生じることもありそうだ。そのような、どの国にも大使を派遣できないという事態が起きる場合の (派遣拒否をした大使の数) と (受入拒否をした国の数) の和の最小数と、その時の派遣拒否をした大使と受入拒否をした国の組合せを示せ。
- (4) 上の(1)で求めた最大派遣人数での派遣パターンは何通りかあるか
- (5) ある大使をある国に派遣すると、上の(1)で求めた最大派遣人数を達成できない場合がある。そのような大使と国の組合せをすべて答えよ。
- (6) 最大派遣人数での派遣パターンの中で、大使が派遣された国との適合度の総計を最大にしたい。適合度の総計が最大になる派遣パターンとその時の適合度の総計を示せ。