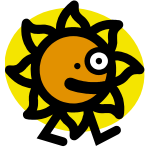


2017 年度
最適化モデル分析
小テスト(第 2 回目)

解答上の注意

- ✚ 解答用紙にはどの問題の解答かが分かるように記述してください。
- ✚ 解答用紙に解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

ある会社では2台の機械（機械 A,B）を使用時間に応じて費用を支払う賃貸で使用し、それらにより粉製品を3種類（製品 P,Q,R）製造・販売している。今までのデータによると、これらの製造にかかる時間や売値は表 1 のとおりである。

表 1：粉製品製造にかかる機械ごとの時間と利益に関するデータ

| | 製品 P | 製品 Q | 製品 R | 契約時間 |
|------|-----------|-----------|-----------|---------|
| 機械 A | 4 時間/kg | 2 時間/kg | 4 時間/kg | 40 時間/週 |
| 機械 B | 6 時間/kg | 4 時間/kg | 4 時間/kg | 60 時間/週 |
| 売値 | 600 千円/kg | 500 千円/kg | 800 千円/kg | |

なお、賃貸契約により機械 A は週当たり 40 時間まで、機械 B は週当たり 60 時間までしか使用できないとの制限がある。以下の問いに答えよ。

- (1) 表 1 のデータから週当たりの総売上が最大となる生産計画を策定したい。この問題を、製品 P,Q,R の週当たりの生産量を各々 x_1 (kg), x_2 (kg), x_3 (kg) とし、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 上記(1)で記述した線形計画問題をシンプレックス法で解いた時、シンプレックス表は次の通りに変化した。【途中省略】した途中の部分を埋め、シンプレックス表の変化を記述せよ。その際に、ピボットとした部分を○などで囲み導出過程を明示すること。

| 基底変数 | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | 定数項 | 記憶部 | | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|---|---|
| s_1 | 0 | 4 | 2 | 4 | 1 | 0 | 40 | 1 | 0 | 0 |
| s_2 | 0 | 6 | 4 | 4 | 0 | 1 | 60 | 0 | 1 | 0 |
| z | 1 | -600 | -500 | -800 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

↓ 【途中省略】

| 基底変数 | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | 定数項 | 記憶部 | | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|---|
| s_1 | 0 | 1/2 | 0 | 1 | 1/2 | -1/4 | 5 | 1/2 | -1/4 | 0 |
| s_2 | 0 | 1 | 1 | 0 | -1/2 | 1/2 | 10 | -1/2 | 1/2 | 0 |
| z | 1 | 300 | 0 | 0 | 150 | 50 | 9000 | 150 | 50 | 1 |

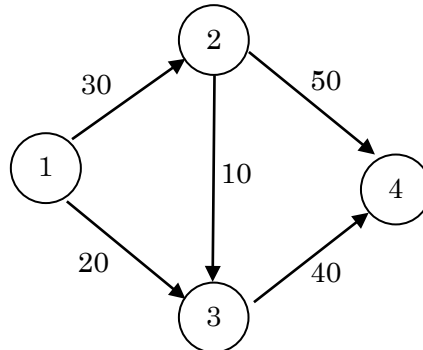
- (3) 週当たりの総売上が最大となる各製品の生産量とその時の総売上を提示せよ。
- (4) 機械 A の使用は週当たり 40 時間までとの制限が現状ではあるが、機械 A のみ追加費用を払うことでこの制限の緩和が可能との提案があった。総売上増加の観点から、使用時間の追加に伴う費用が1時間あたりいくらまでならこの提案を受ける妥当性があるか、その判断基準を示せ。

- (5) 小問(4)にて提示した判断基準が有効な追加時間の範囲を示せ.
- (6) 現在の賃貸契約では機械 A と機械 B 共に 1 時間あたり 100 千円の賃貸料を払うことになっている. 現在の賃貸契約はこの会社にとってどのように解釈できるか. 限界価値を用いて解釈せよ.
- (7) 新製品として, 1kg 製造するのに機械 A を 2 時間, 機械 B を 1 時間使用する製品 V を開発した. この製品 V は 1kg あたり 400 千円の売値になると推定される. 総売上増の観点から, この新製品 V の製造を開始すべきかを判断せよ.
- (8) 製品 Q の需給バランスが大きく変動し始め現状の 1kg 当たり 500 千円との現在の売値が変動しそうである. 製品 P と製品 R の売値は現在の状況から変化はしないと仮定し, 小問(3)で求めた生産計画を変更しなくてはならない状況は, 製品 Q の 1kg あたりの売値がどのように変化した場合かのガイドラインを提示せよ.
- (9) 小問(1)で示した線形計画問題の双対問題を示せ. その際, 変数としては y_1, y_2 を使用せよ.
- (10) 小問(10)で示した双対問題の最適解と最適値を示せ.
- (11) 小問(10)で示した双対問題で使用した変数の単位を明示し, 主問題の設定に沿って双対問題を解釈せよ.
- (12) 小問(1)で示した主問題の実行可能解 (x_1, x_2, x_3) と小問(10)で示した双対問題の実行可能解 (y_1, y_2) が得られている. これらが最適解であるための相補性条件を示せ.



問題 2

以下のネットワークで各枝に付してある数値は距離(km)を示している。点 1 から点 4 までの最短路を求めたい。次の問いに答えよ。



- (1) 点 1 から点 4 までの最短路を答えよ。
- (2) この問題を数理計画問題として定式化せよ。
- (3) 小問(2)で定式化した問題を問題(IP)と呼ぶことにする。問題(IP)は数理計画問題の中でどのような問題に分類するのが適切か。その分類和名を答えよ。
- (4) 小問(3)で答えた分類和名を英語表記せよ。
- (5) 問題 (IP) での各変数の整数条件を非負制約に置き換える緩和問題を問題(P)と呼ぶことにする。問題 (IP) から問題 (P) の作り方はなんと呼ばれるか。
- (6) 問題(P)のラグランジュ緩和問題を表記せよ。
- (7) 問題(P)の双対問題(D)を記述せよ。
- (8) 問題(IP),問題(P),双対問題(D)に関する以下の記述で正しい文章の記号をすべて答えよ。
 - (ア) 問題(IP)の最適値と問題(P)の最適値はいつでも一致する。
 - (イ) 問題(P)の最適値と双対問題(D)の最適値はいつでも一致する。
 - (ウ) 問題(P)の最適解はいつでも問題(IP)の最適解である。
 - (エ) 双対問題(D)の双対問題はいつでも問題(P)になる。

(計算用紙) 以下余白