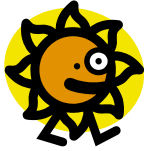


2019 年度  
最適化モデル分析  
小テスト(第 2 回目)

**解答上の注意**

- ✚ 解答用紙にはどの問題の解答かが分かるように記述してください。
- ✚ 解答用紙に解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





### 問題 1

ある会社では2台の機械（機械 A,B）をレンタルし、その2台の機械により粉製品を3種類（製品 P,Q,R）製造・販売している。今までのデータによると、これらの製造にかかる時間や売値は表 1 のとおりである。

表 1：粉製品製造にかかる機械ごとの時間と利益に関するデータ

	製品 P	製品 Q	製品 R	契約時間
機械 A	4 時間/kg	2 時間/kg	4 時間/kg	40 時間/週
機械 B	6 時間/kg	4 時間/kg	4 時間/kg	60 時間/週
売値	600 千円/kg	500 千円/kg	800 千円/kg	

なお、レンタル契約により機械 A は週 40 時間まで、機械 B は週 60 時間までしか使用できないとの制限がある。以下の問いに答えよ。

- (1) 表 1 のデータから週当たりの総売上が最大となる生産計画を策定したい。この問題を、製品 P,Q,R の週当たりの生産量を各々  $x_1$ (kg),  $x_2$ (kg),  $x_3$ (kg) とし、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 上記(1)で記述した線形計画問題をシンプレックス法で解いた時、シンプレックス表は次の通りに変化した。【途中省略】した途中の部分を埋め、シンプレックス表の変化を記述せよ。その際に、ピボットとした部分を○などで囲み導出過程を明示すること。

基底変数	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	定数項
$s_1$	0	4	2	4	1	0	40
$s_2$	0	6	4	4	0	1	60
z	1	-600	-500	-800	0	0	0

記憶部

1	0	0
0	1	0
0	0	1

↓ 【途中省略】

基底変数	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	定数項
$s_1$	0	1/2	0	1	1/2	-1/4	5
$s_2$	0	1	1	0	-1/2	1/2	10
z	1	300	0	0	150	50	9000

記憶部

1/2	-1/4	0
-1/2	1/2	0
150	50	1

- (3) 週当たりの総売上が最大となる製品 P,Q,R の生産量とその時の総売上を提示せよ。

- (4) 機械 A の使用は週当たり 40 時間までとの制限が現状ではある。しかし、機械 A のみ追加費用を払うことでこの制限時間の延長が可能との提案があった。総売上増加の観点から、使用時間の追加に伴う費用が 1 時間あたりいくらまでならこの提案を受ける妥当性があるか、その判断基準を示せ。
- (5) 小問(4)にて提示した判断基準が有効な追加時間の範囲を示せ。
- (6) 現在のレンタル契約では機械 A と機械 B 共に 1 時間当たり 120 千円のレンタル料を払うことになっている。各機械が生み出す 1 時間当たりの利益とレンタル料を比較し、現在のレンタル契約の妥当性を機械ごとに理由を添え判断せよ。
- (7) 新製品として、1kg 製造するのに機械 A を 2 時間、機械 B を 3 時間使用する製品 V を開発した。この製品 V は 1kg あたり 500 千円の売値になると推定される。総売上増の観点から、この新製品 V の製造を開始すべきかを判断せよ。
- (8) 製品 Q の需要が高まり現状の 1kg 当たり 500 千円から 700 千円に売値が変動した。製品 P と製品 R の売値は現在の状況から変化はしていない。小問(3)で求めた生産計画を変更する必要があるか理由を添え判断せよ。変更する必要がある場合は、変更後の最適な生産計画を提示せよ。
- (9) 小問(1)で示した線形計画問題の双対問題を示せ。その際、変数としては  $y_1$ ,  $y_2$  を使用せよ。
- (10) 小問(9)で示した双対問題の最適解と最適値を示せ。
- (11) 小問(9)で示した双対問題で使用した変数の単位を示せ。
- (12) 主問題の設定に沿って双対問題の適切な解釈を記述せよ。



## 問題 2

以下の問いに答えよ。

- (1) 「Sensitivity Analysis」に対応する日本語表記を記述せよ。
- (2) 「主問題」, 「双対問題」に対応する英語表記を各々記述せよ。
- (3) 2段階シンプレクス法の1段階目で計算の都合上導入する変数の呼称を記述せよ。
- (4) シンプレクス法の過程でピボットを選び掃き出し操作を行っても目的関数値が変わらない現象の呼称を記述せよ。
- (5) ある線形計画問題を主問題とし, その双対問題との間に生じる性質について考える。次の(ア)~(エ)の記述の中で正しいものをすべてを記号で答えよ。正しい記述がない場合は、「ない」と記せ。
  - (ア) 主問題が非有界の場合, 双対問題もいつでも非有界となる。
  - (イ) 主問題が実行不能の場合, 双対問題もいつでも実行不能である。
  - (ウ) 主問題が最適解を持つ場合は, 双対問題も必ず最適解を持つ。
  - (エ) 主問題が実行不能でも, 双対問題が最適解をもつ場合がある。
- (6) 次の線形計画問題(P)のラグランジュ緩和問題を記述せよ。

$$\begin{aligned} \text{(P)} \quad & \text{maximize } z = 10x_1 + 20x_2 \\ & \text{subject to} \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 240 \\ & \quad \quad \quad x_1 + 4x_2 \leq 280 \\ & \quad \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (7) 小問(6)での線形計画問題(P)に対する双対問題(D)を双対変数として $y_1, y_2$ を用いて記述せよ。
- (8) 小問(6)での線形計画問題(P)の実行可能解 $(x_1, x_2)$ と小問(7)で記述した双対問題(D)の実行可能解 $(y_1, y_2)$ が得られている。これらが最適解であるための相補性条件を示せ。
- (9) 次の整数計画問題(IP)の線形計画緩和(LP 緩和)問題を記述せよ。

$$\begin{aligned} \text{(IP)} \quad & \text{maximize } z = 10x_1 + 20x_2 \\ & \text{subject to} \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 240 \\ & \quad \quad \quad x_1 + 4x_2 \leq 280 \\ & \quad \quad \quad x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

- (10) 小問(9)で示した整数計画問題(IP)の最適値と, その線形計画緩和(LP 緩和)問題の最適値を比較すると, どちらが大きい値をとるか。理由を添えて答えよ。

(計算用紙) 以下余白