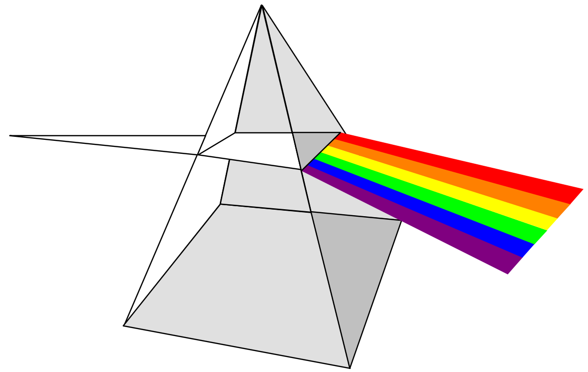


Linear Programming I

線形計画の解を導く素朴な方法達
（1）図で解く

線形計画とは
(Linear Programming)

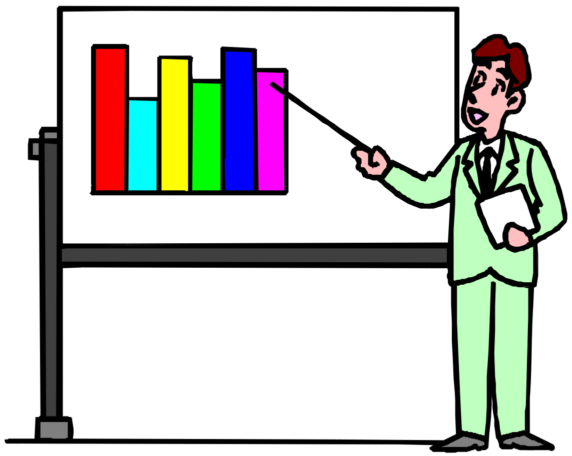
えるぴー
省略して「LP」と呼ぶ

- 数理計画の中で基礎的な問題

目的関数：線形
制約式：すべて線形

制約式の数は有限

数理計画全般に影響する
興味深い性質が得られる



線形計画に対する主な解法

ここで学ぶこと

- 図を利用した解法
  - 2(～3)変数の問題の最適解を図で導く
- 総当たり法
  - 図は用いない．シンプレックス法の基礎

学習用

- シンプレックス法(Simplex method)
- 内点法(Interior point method)
  - 大規模な問題でも高速に最適解を求める

実用

例題1 生産計画

- 2つの液体製品P,Qは機械A,Bを用いて加工される
- 利益が最大になる1週間の製品P,Qの加工量は？

	液体P 1ml	液体Q 1ml	使用可能時間
機械A	3(h)	1(h)	45(h/週)
機械B	1(h)	2(h)	40(h/週)
利益	6(万円)	5(万円)	

⇨ 定式化してみよう

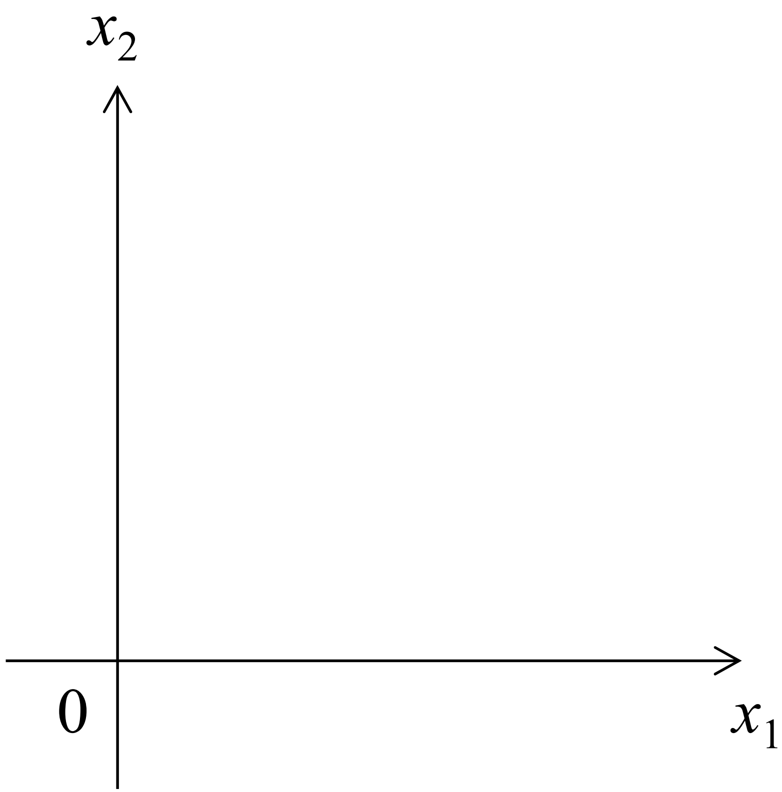
例題1(続) グラフを用いた解法

例題1を解いてみよう.

例題1を定式化

x_1: 製品Pの生産量(ml)
x_2: 製品Qの生産量(ml)

$$\begin{aligned} &\text{max. } z=6x_1+5x_2 \\ &\text{s.t.} \quad 3x_1+x_2 \leqq 45 \\ &\qquad\quad x_1+2x_2 \leqq 40 \\ &\qquad\quad x_1, x_2 \geqq 0 \end{aligned}$$



作業1: 制約式をx_1-x_2平面に図示せよ.

不等式と領域

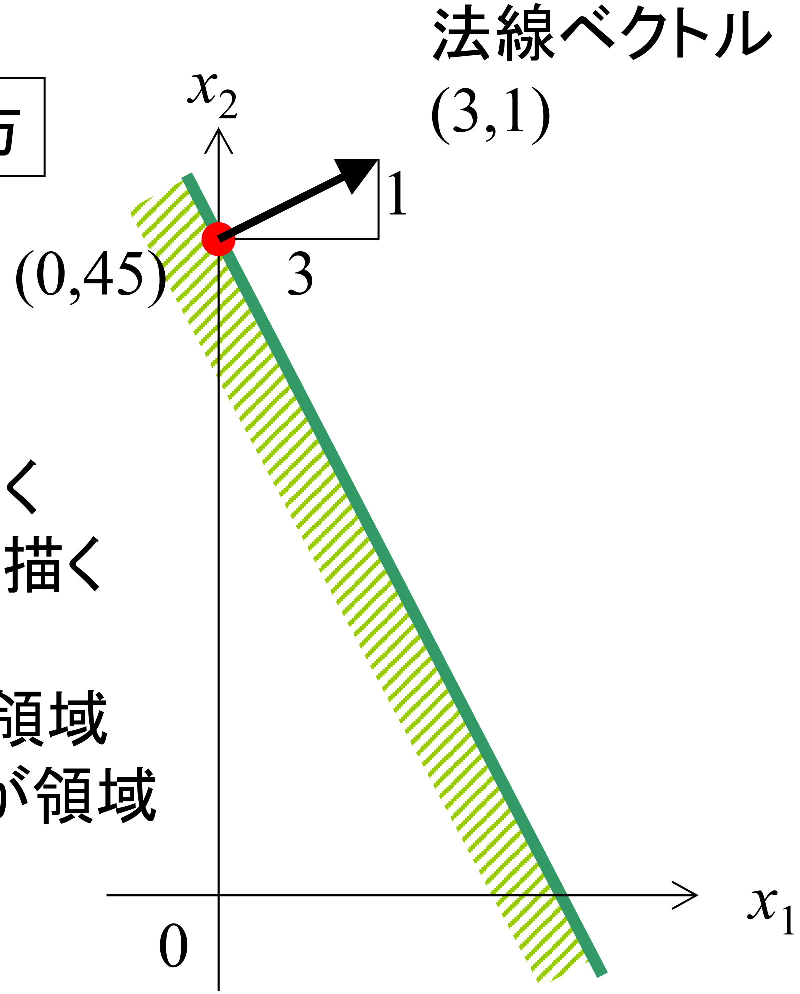
$3x_1 + x_2 \leqq 45$ の示す領域の描き方

① $3x_1 + x_2 = 45$の直線を描く

- 直線が通る一点を見つける
- その点から法線ベクトルを描く
- 法線ベクトルに直交し直線を描く

② $\geqq$の時:法線ベクトルの向きが領域

$\leqq$の時:法線ベクトルと逆向きが領域

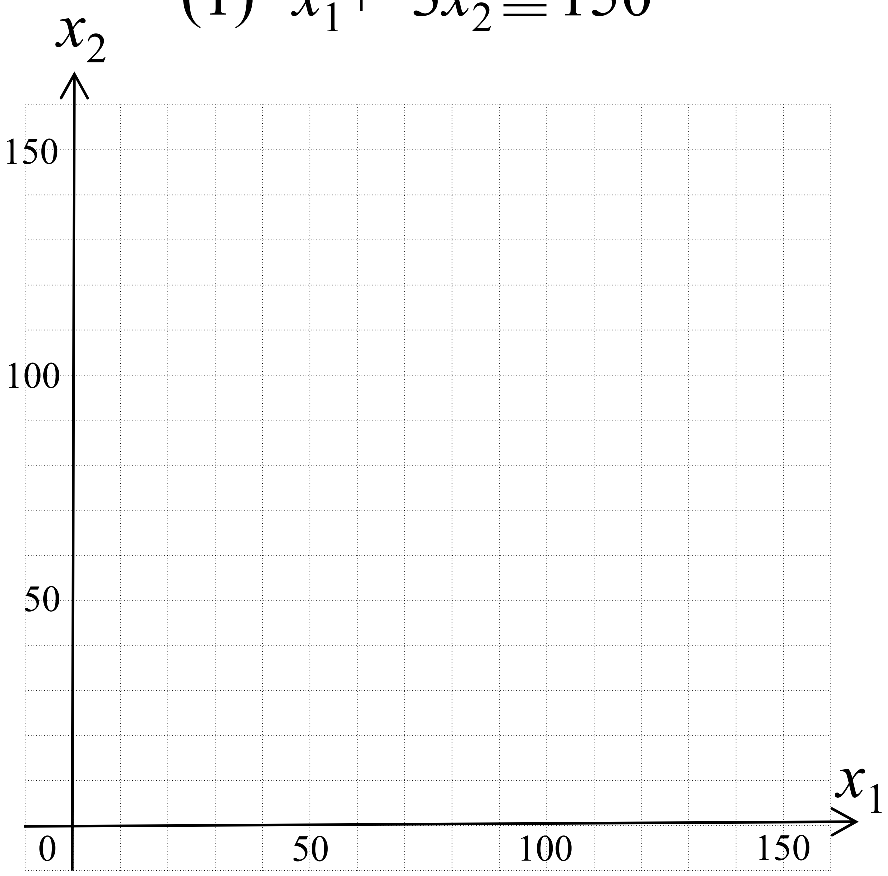


ワーク

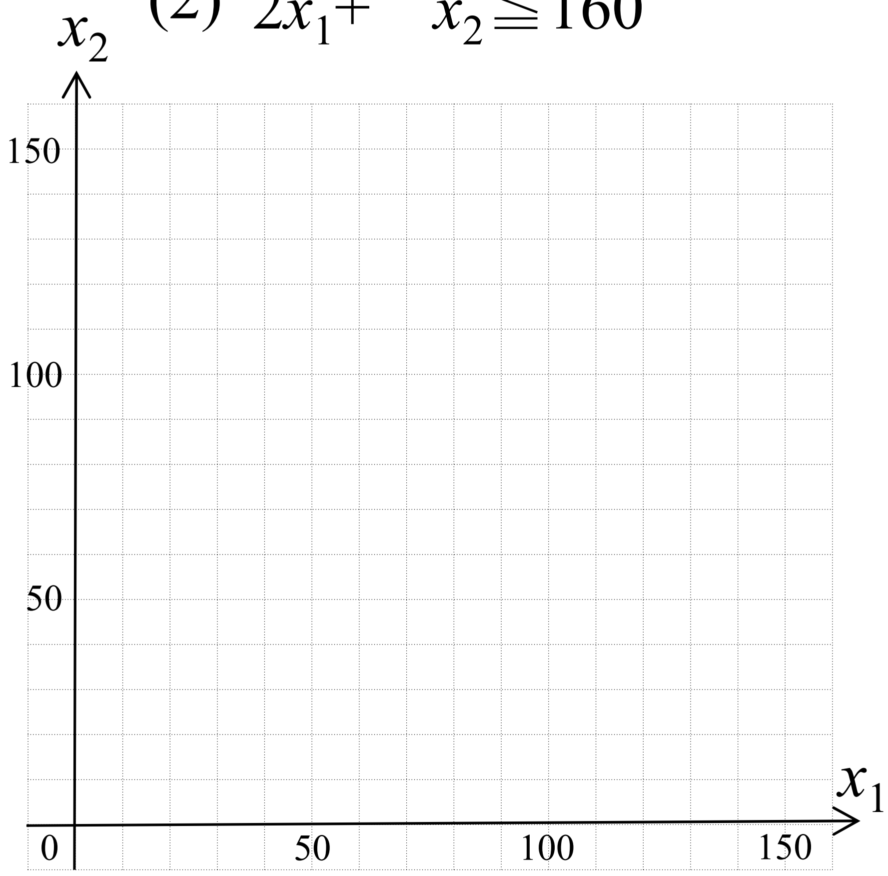
不等式の領域図示

① 通る1点を定める
② 法線ベクトルを描く
③垂線を引く
④不等号の向きで領域画定
　≧　法線ベクトル向き側
　≦　逆側

(1) $x_1 + 3x_2 \leqq 150$



(2) $2x_1 + x_2 \leqq 160$

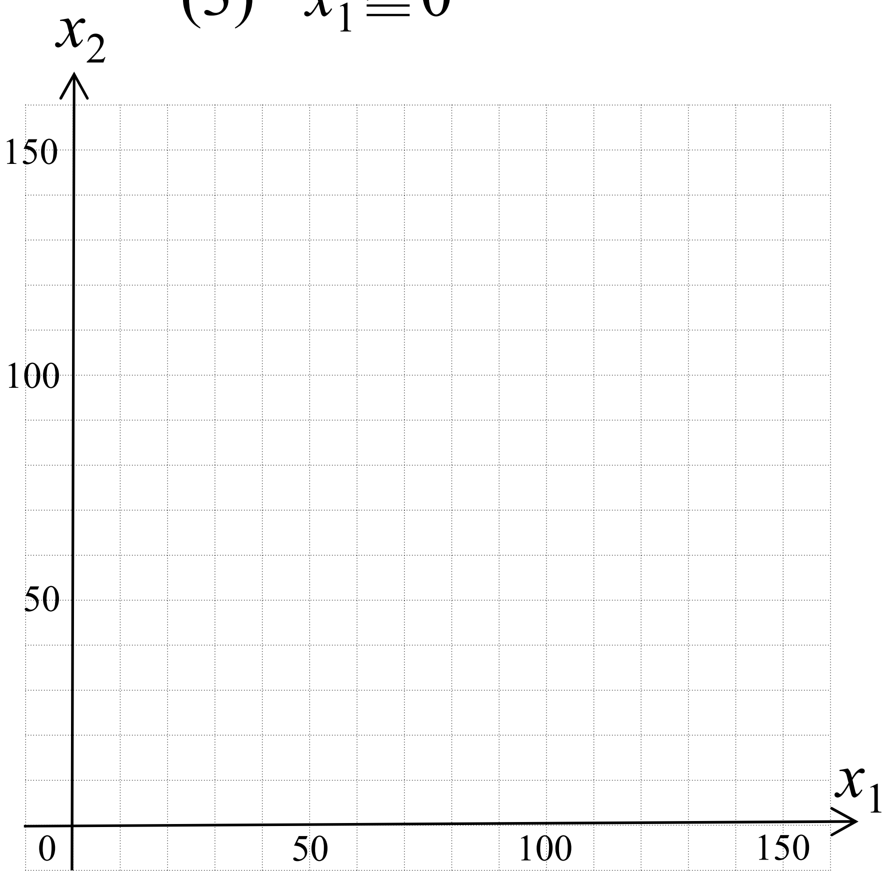


ワーク

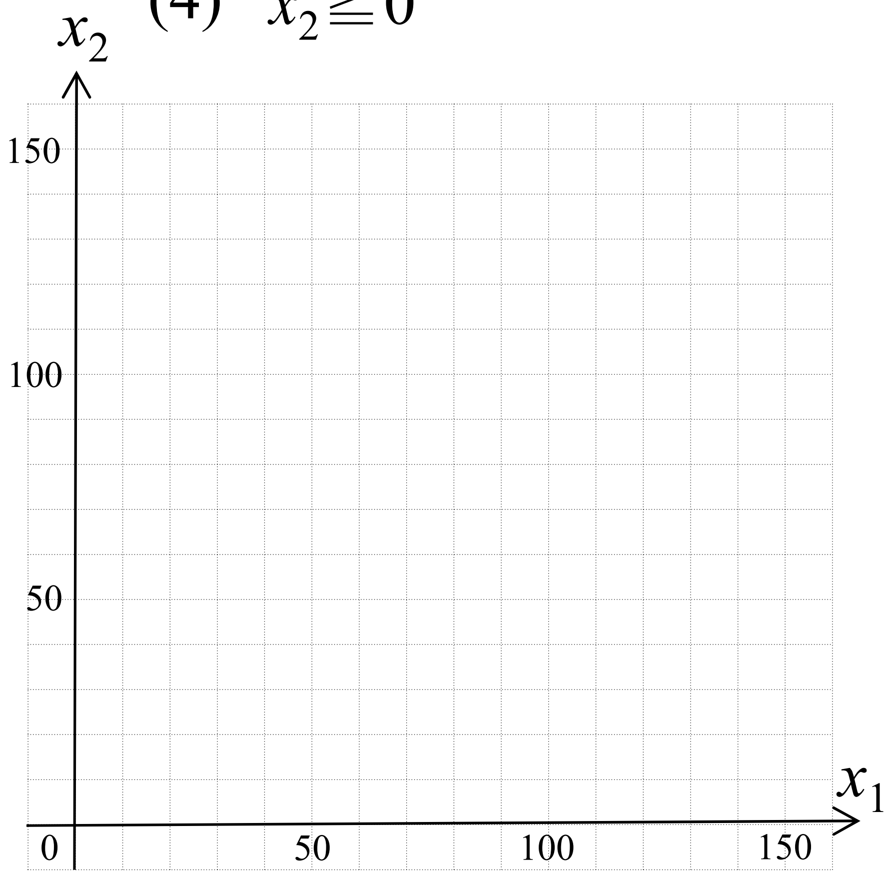
不等式の領域図示

① 通る1点を定める
② 法線ベクトルを描く
③垂線を引く
④不等号の向きで領域画定
$\geqq$ 法線ベクトル側
$\leqq$ 逆側

(3) $x_1 \geqq 0$



(4) $x_2 \geqq 0$



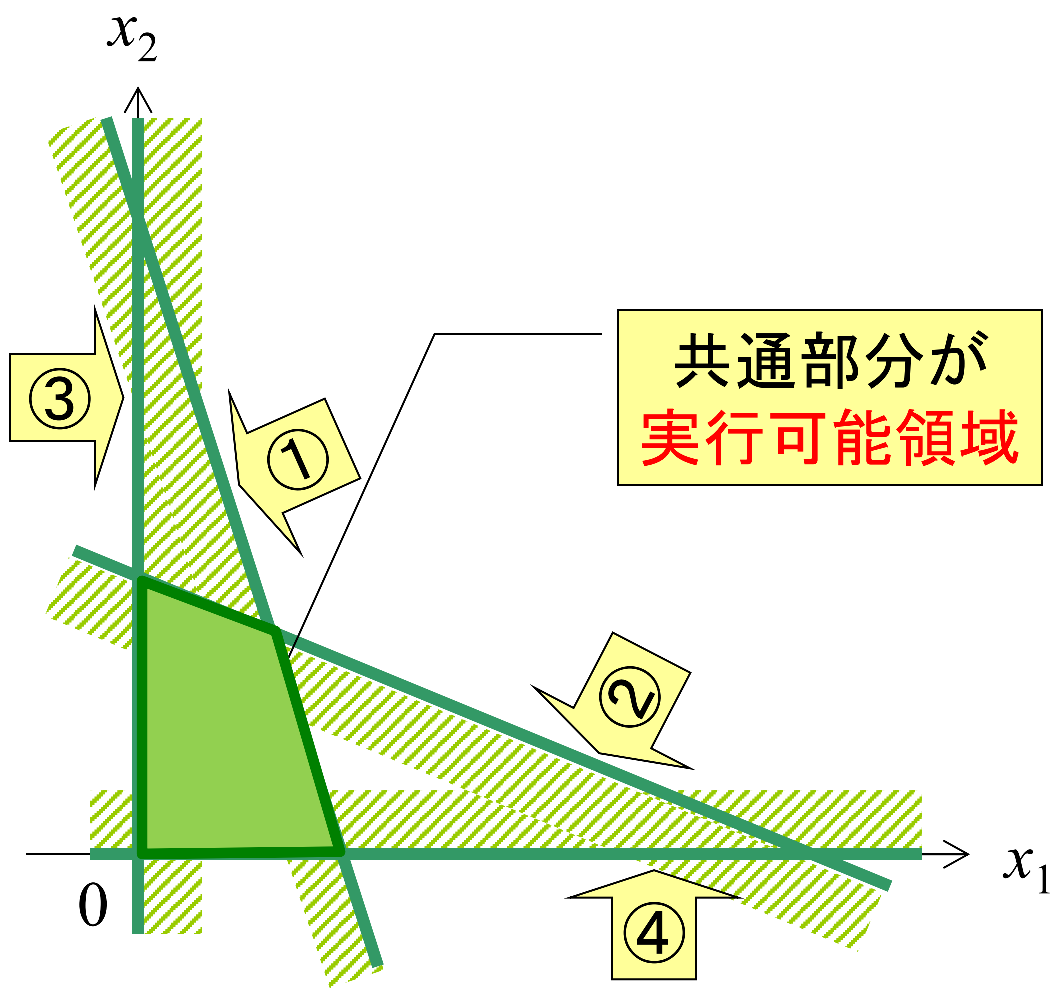
例題1(続)

$$\begin{aligned} &\text{max. } z=6x_1+5x_2 \\ &\text{s.t.} \quad 3x_1+x_2 \leqq 45 \\ &\qquad x_1+2x_2 \leqq 40 \\ &\qquad x_1, x_2 \geqq 0 \end{aligned}$$

実行可能領域の図示

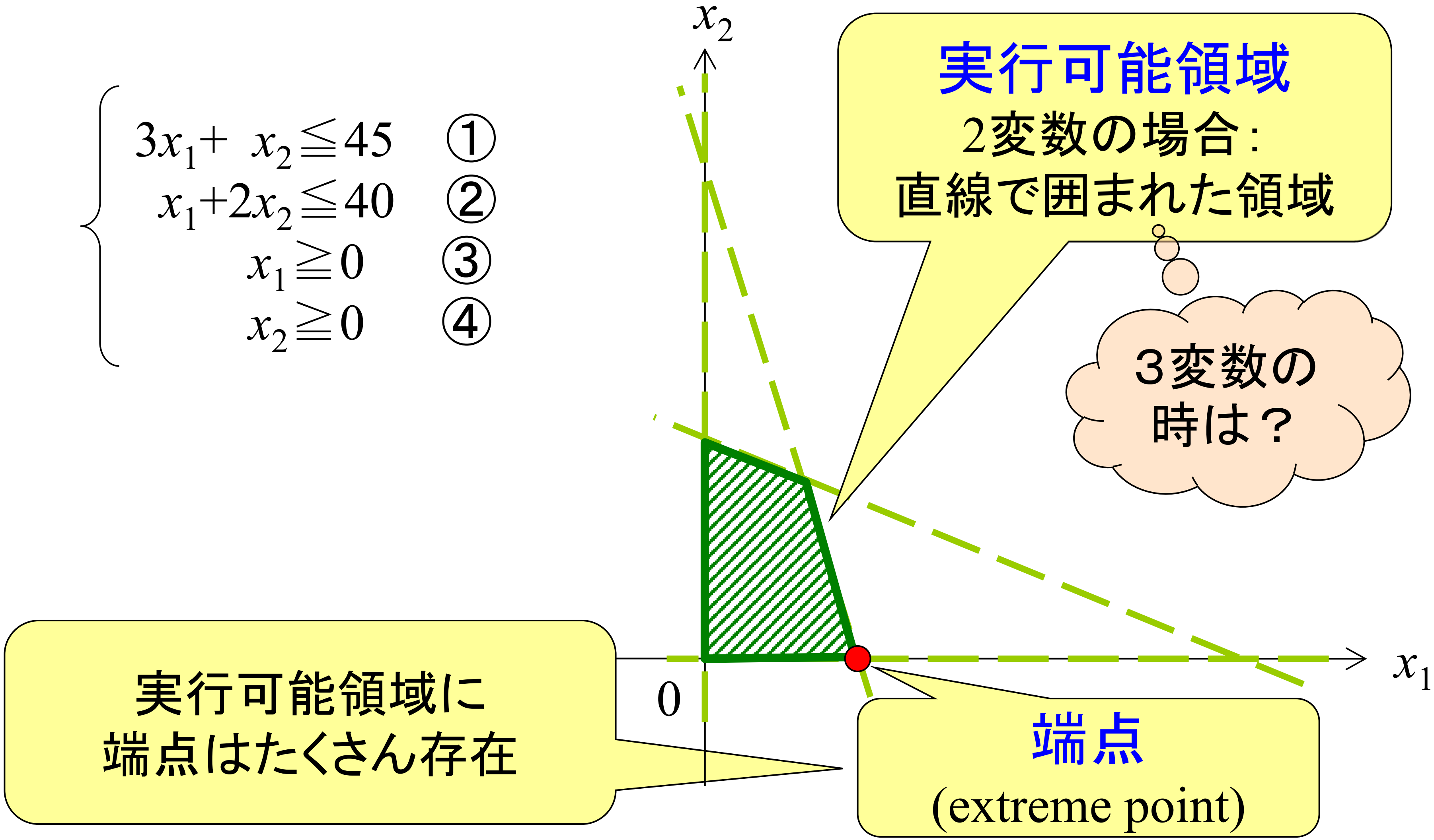
$$\begin{cases} 3x_1+x_2 \leqq 45 & ① \\ x_1+2x_2 \leqq 40 & ② \\ x_1 \geqq 0 & ③ \\ x_2 \geqq 0 & ④ \end{cases}$$

実行可能領域はこれらの不等式を全て満たす点の集合



実行可能領域の特徴

$$
\begin{cases}
3x_1 + x_2 \leqq 45 & ① \\
x_1 + 2x_2 \leqq 40 & ② \\
x_1 \geqq 0 & ③ \\
x_2 \geqq 0 & ④
\end{cases}
$$

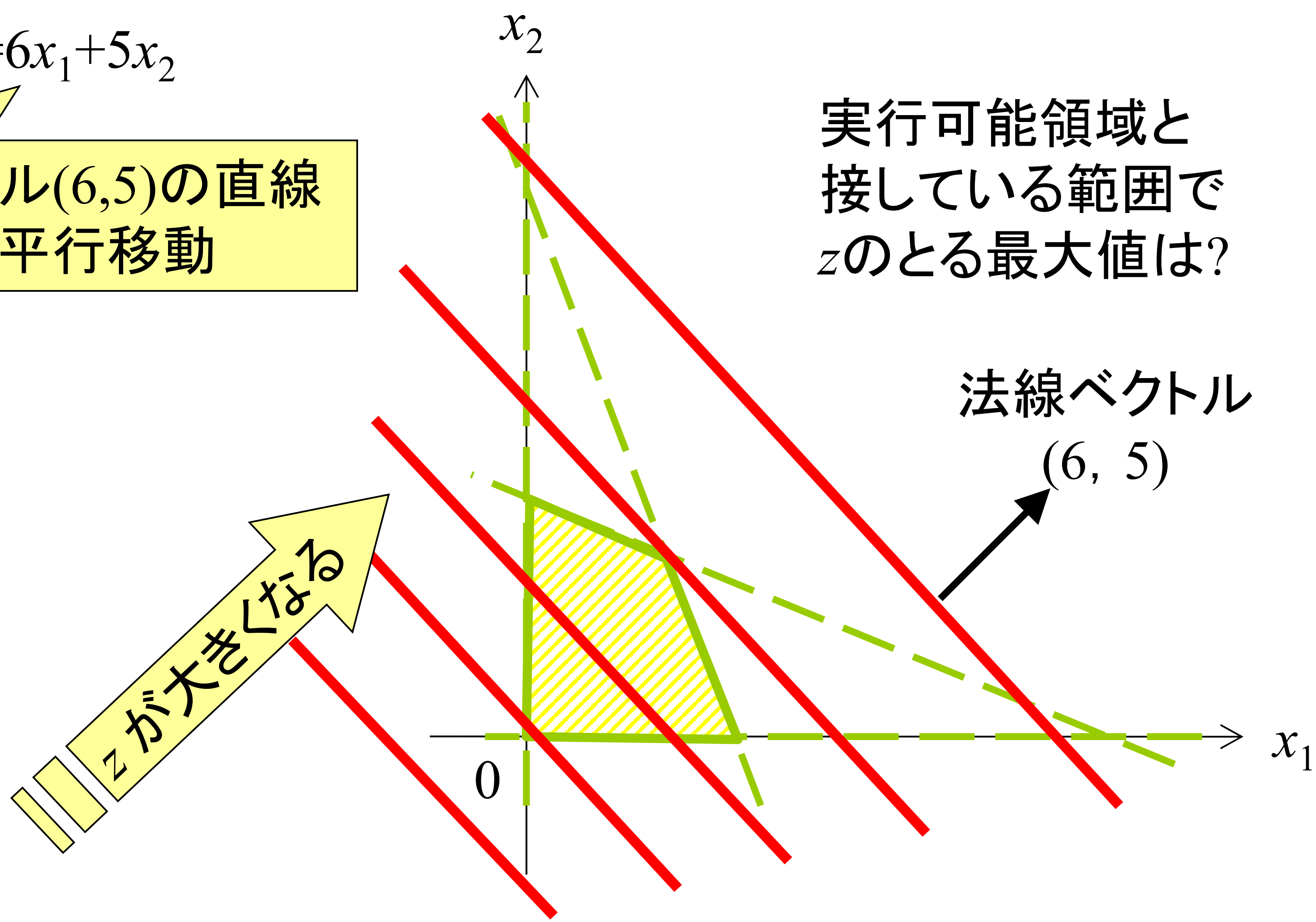


目的関数を動かす

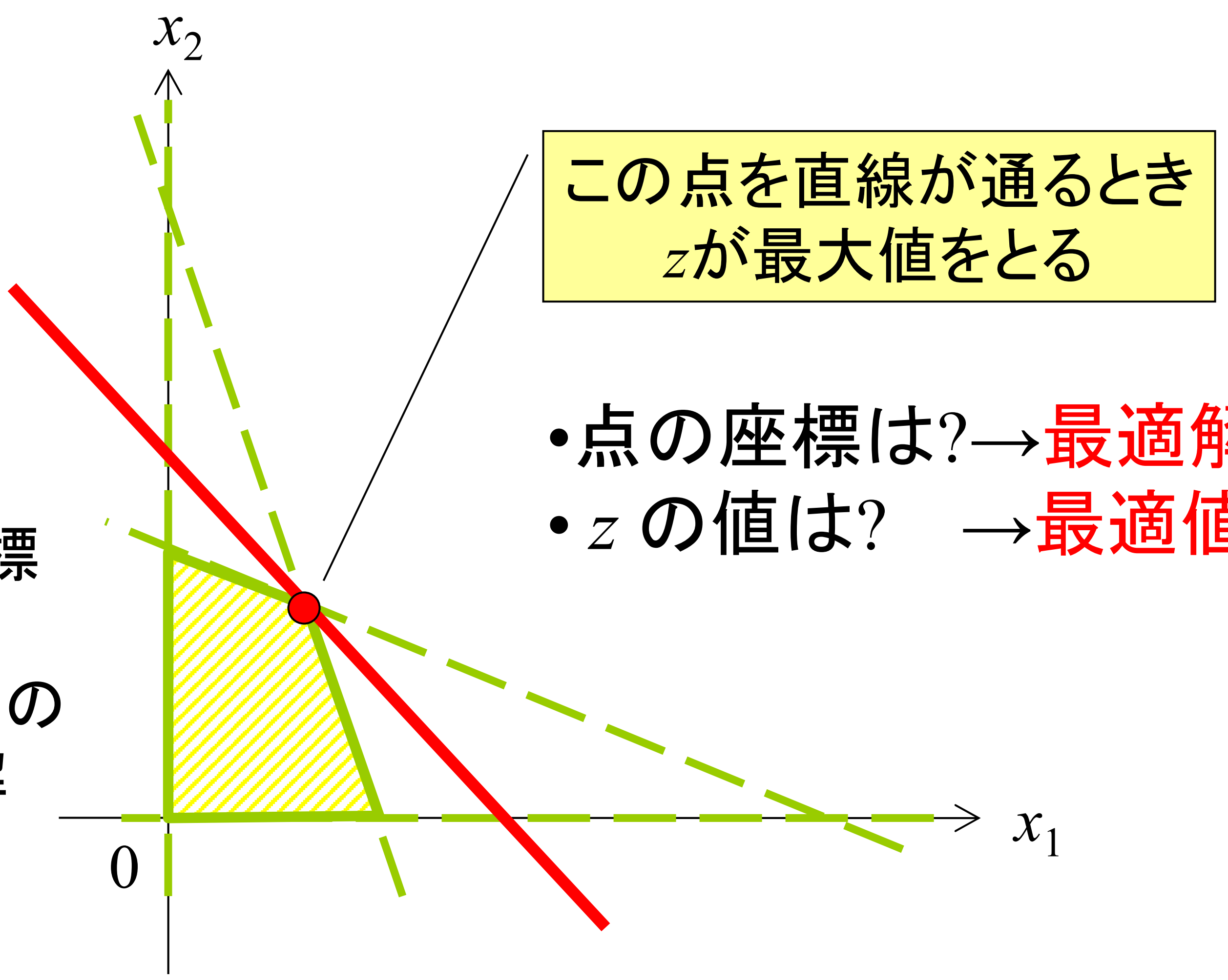
目的関数 $z=6x_1+5x_2$

- 法線ベクトル(6,5)の直線
- zが変化→平行移動

実行可能領域と接している範囲でzのとる最大値は?



最適値・最適解を見つける



直線の交点の座標

関係する直線の式の
連立方程式の解

- 点の座標は?→最適解
- z の値は? →最適値

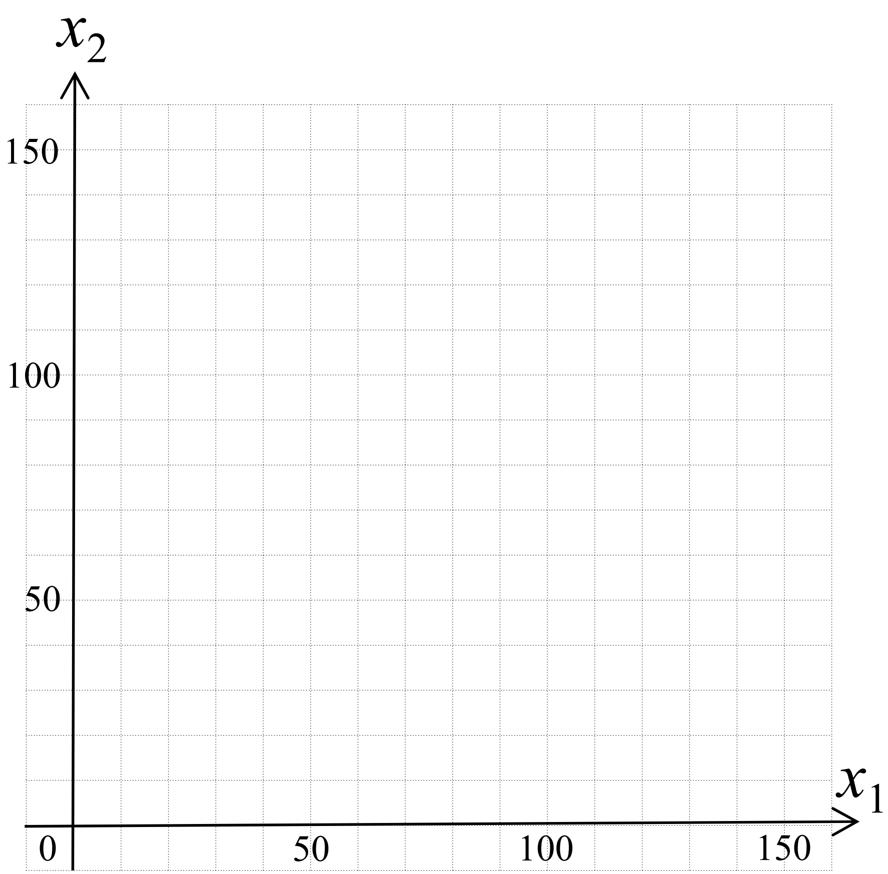
ワーク

グラフを用いた解法

最適解と最適値を導け

$$
\begin{aligned}
\text{max. } & z=30x_1+20x_2 \\
\text{s.t. } & x_1+3x_2 \leqq 150 \\
& 2x_1+x_2 \leqq 160 \\
& x_1, x_2 \geqq 0
\end{aligned}
$$

Step1:実行可能領域を図示
Step2:目的関数の様子を図示
Step3:最適解の場所を目で発見
→座標を計算(連立方程式)
Step4:最適解から最適値を計算



最適解 x_1=___, x_2 = ___, 最適値 z= ___.

復習:連立方程式を解く

実行可能領域の端点を求める

||

連立方程式を解く

計算機向きの
うまい解き方があるんだよな.
高校までは習わないけど…

⇒(復習) ガウスの消去法