



最小費用日程計画

低コストでプロジェクトを短縮しよう

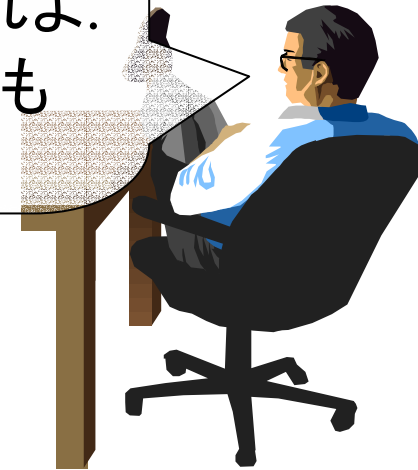
CPM

最小費用日程計画とは



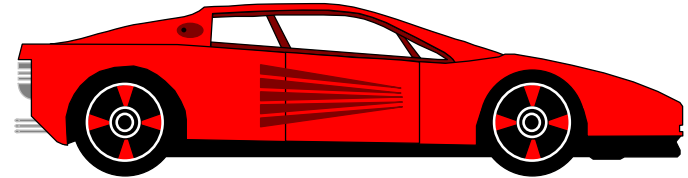
23日もかかる?
急いでるんだよ。
17日位でやってくれよ。
多少金がかかっても
いいからさー。

気軽に言うなよ。
無駄な金がかかったら
文句言うくせに...



ある一定期間でプロジェクトを完成するために、
最も費用のかからない短縮プランを求める

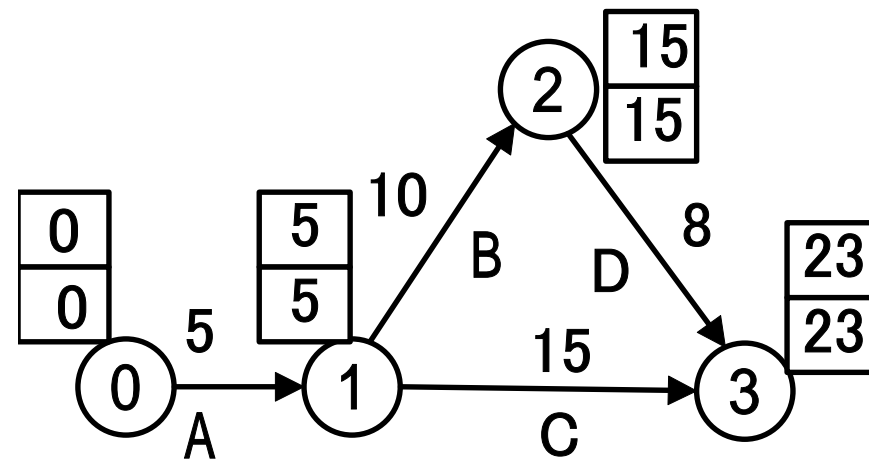
例題2-1



右のようなプロジェクトがある。
プロジェクト完了時刻の経済的な短縮方法を提案せよ。

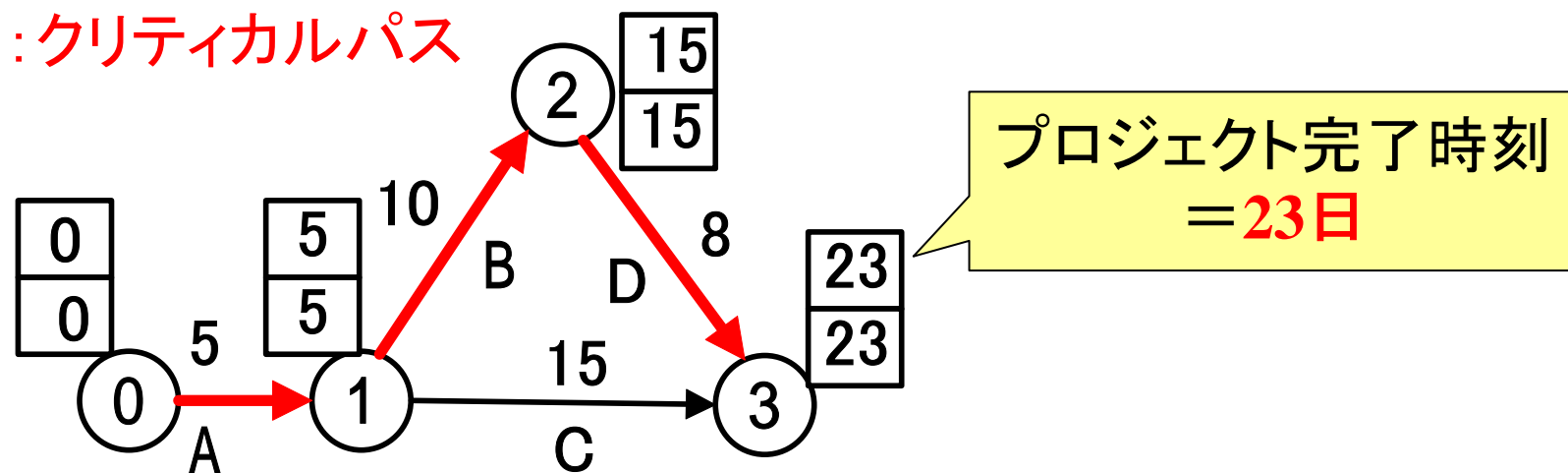
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

短縮費用=0の時
プロジェクト完了時刻=23

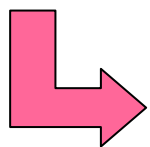


例題2-1(続) 基本的な性質

太矢印: クリティカルパス



- Q1. 作業Aを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日になる？
Q2. 作業Cを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日になる？

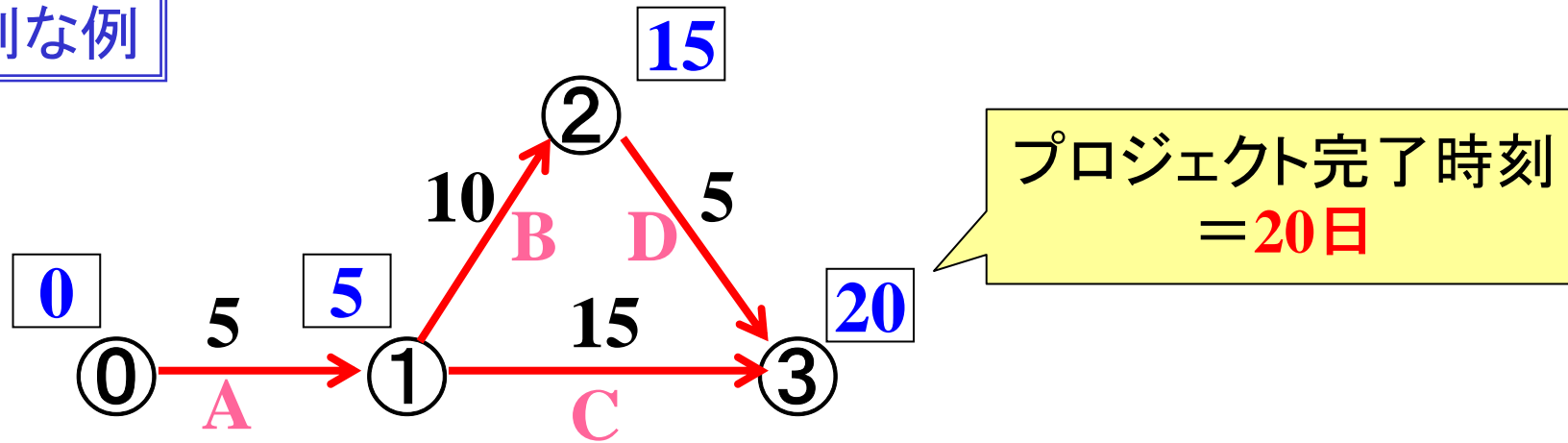


性質① プロジェクト完了時刻の短縮には
クリティカルな作業の短縮のみが有効

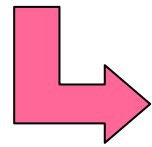
⇒どのクリティカルな作業の短縮も有効？

短縮に有効な作業(群)

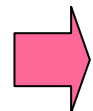
別な例



Q. 作業Bのみを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日短縮？



性質② 他のクリティカルな作業と並行していると
単独で日程を短縮しても有効ではない



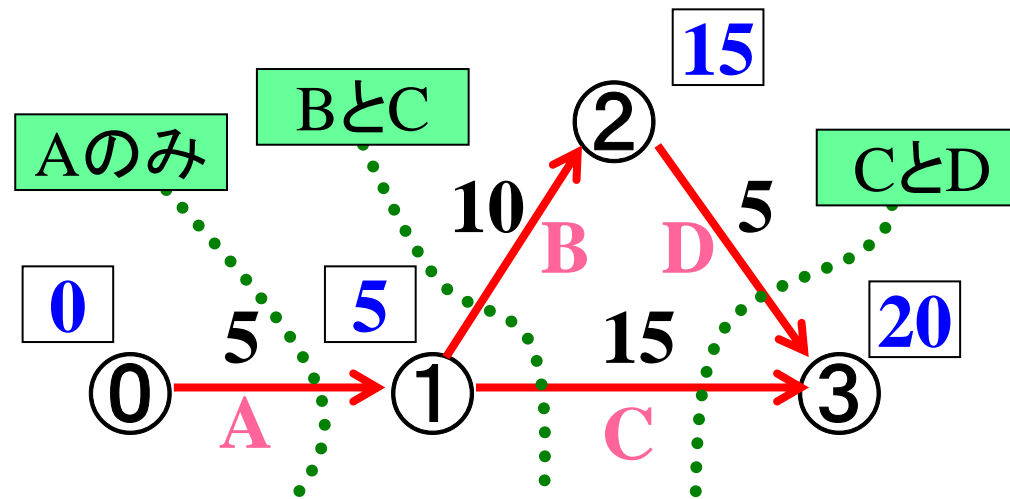
プロジェクト完了時刻の短縮に有効な作業群がある

短縮有効作業群

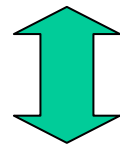
短縮有効作業群の見つけ方のヒント

Q. 短縮有効作業群をすべて書き出してみよう

その特徴は？



性質③ 短縮有効作業群を除くとクリティカルパスは分断される



カット (cut)

クリティカルパスを分断する作業群
↓
短縮有効作業群の候補

プロジェクト開始イベントと
プロジェクト終了イベントが
クリティカルパスで繋がらない

短縮有効作業群の見つけ方

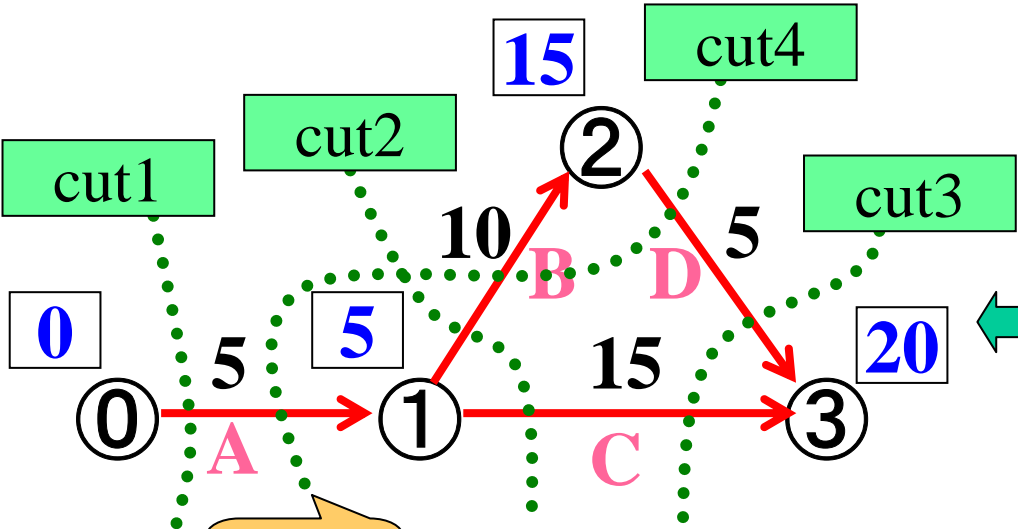
前のページで得られたヒント

カット
↓
短縮有効作業群の候補

アローダイアグラムから
見つけるのは少し大変かも

→ カットの全パターンを考える

開始・終了イベントを
分ける全パターンの
列挙は簡単



開始イベント側	終了イベント側	
①	①, ②, ③	cut1
①, ②	②, ③	cut2
①, ②, ③	③	cut3
①, ③	①, ③	cut4

冗長

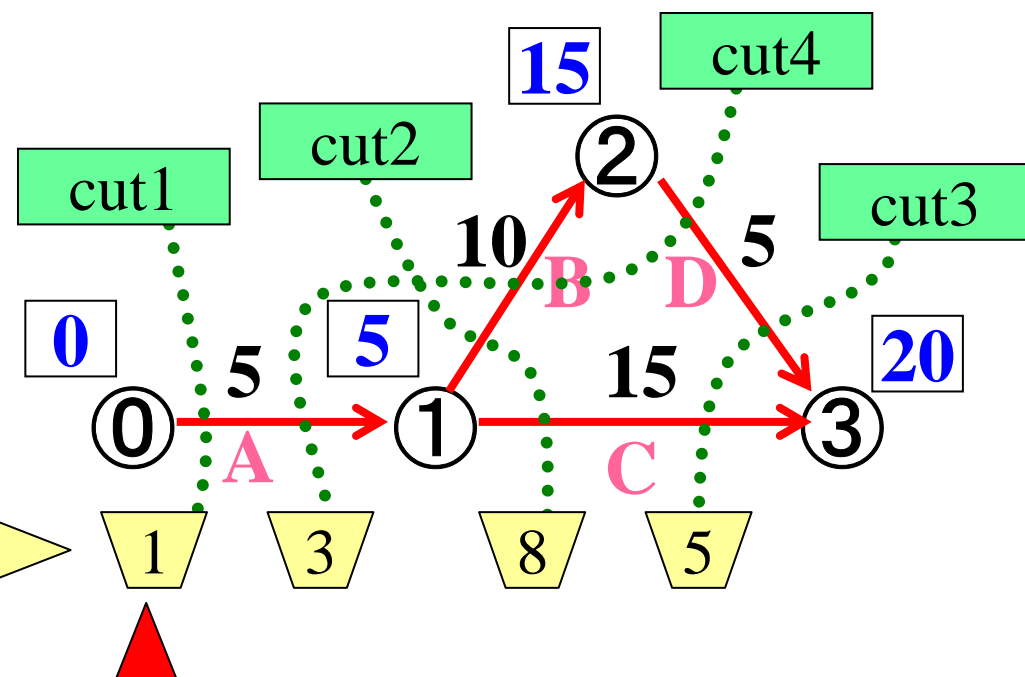
← 短縮有効作業群は全て列挙しているので、
冗長性は気にしない

例題2-1(続) カットの短縮費用(仮)

カットに沿って1日短縮するのに必要な費用
 =(クリティカルパス上の)正の向きの作業の短縮費用の合計

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

カットの短縮費用



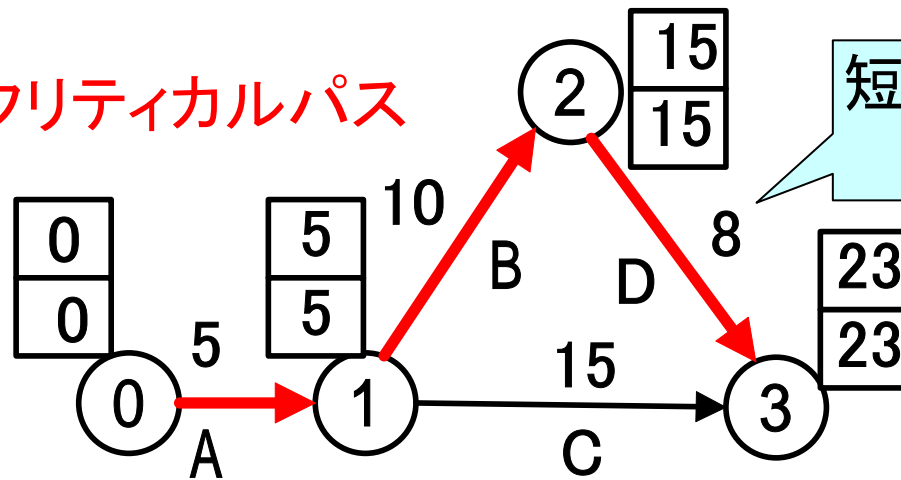
最小カット(minimum cut): 短縮費用最小のカット

例題2-1(続) 短縮可能な日数

クリティカルパス上の作業時間を短縮する → プロジェクト完了時刻短縮

どのくらい短縮できる？

太矢印: クリティカルパス



短縮費用: 2百万円/日
最大4日短縮可能

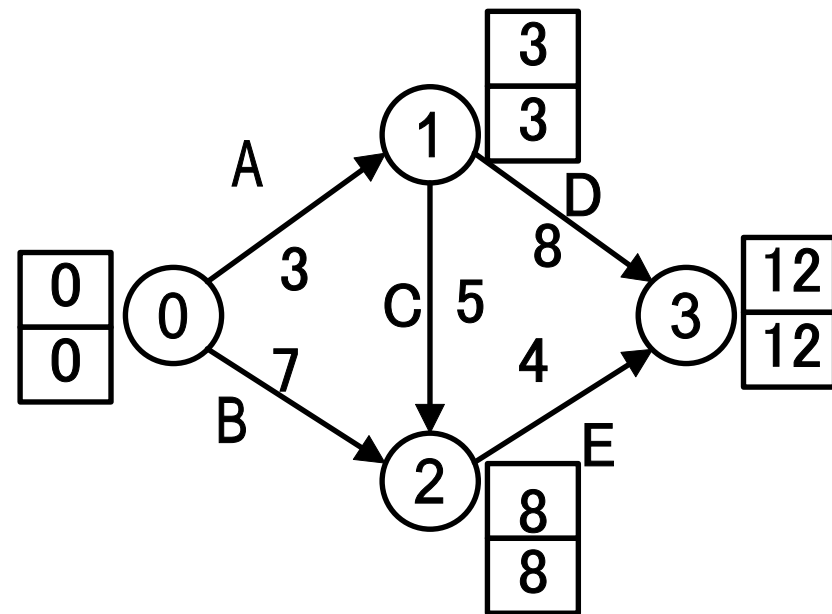
Q: 現在の状況から作業Dは何日短縮が可能？

⇒ 作業時間短縮時は周囲の作業の情報も考慮すべき

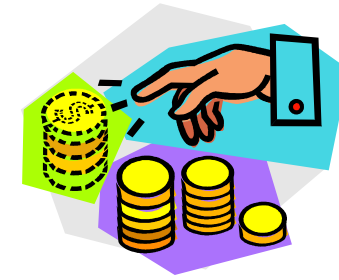
練習

- (1) すべてのカットを図示してみよう.
- (2) クリティカルパスを求めよう
- (3) 現在の状況で, すべてのカットに関する短縮費用を求めよう
- (4) 最小カットはどれ?
- (5) 最小カットかつクリティカルパス上の作業に投資することにより短縮できる最大日数は?

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

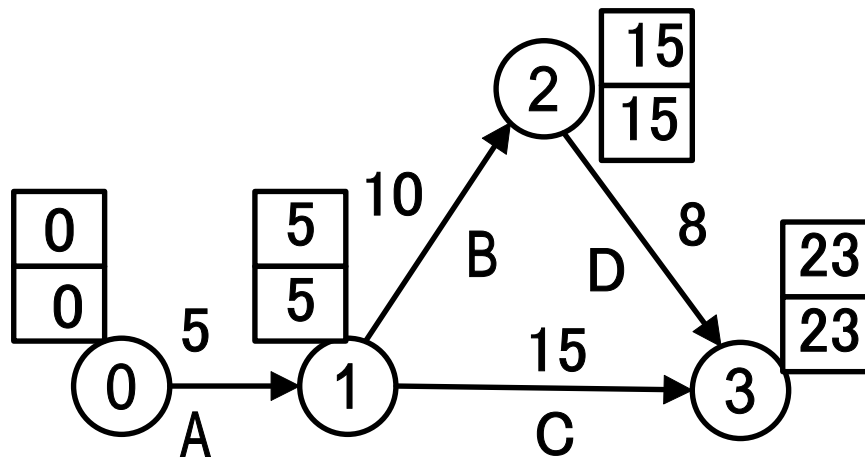


例題2-1(再掲)



右のようなプロジェクトがある。
プロジェクト完了時刻の経済的な短縮方法を提案せよ。

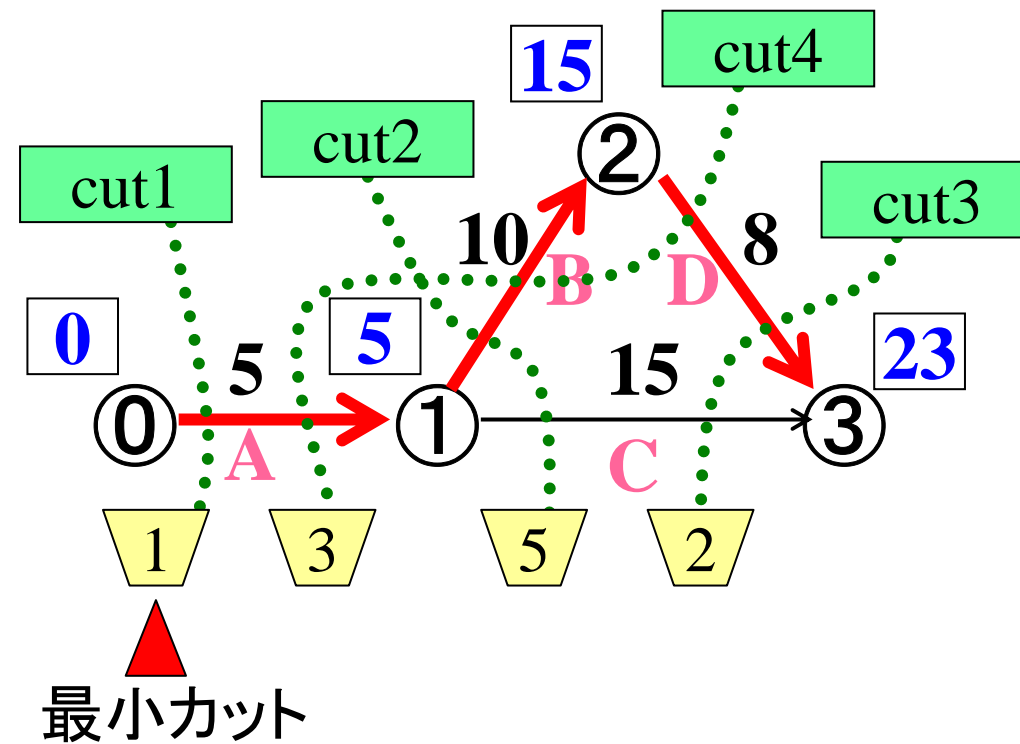
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)



短縮費用=0の時
プロジェクト完了時刻=23

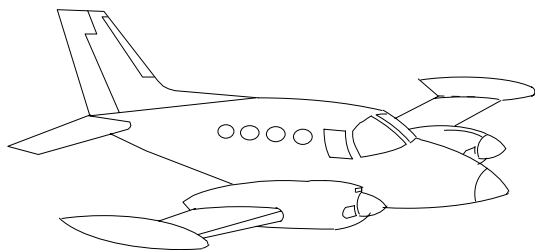
例題2-1 (続) 最小カットを求める

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

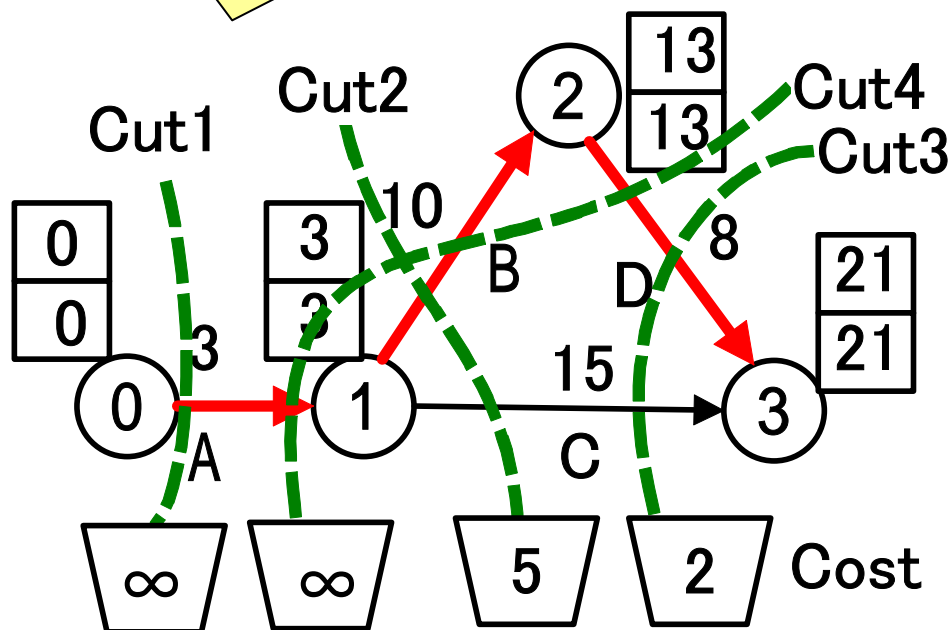
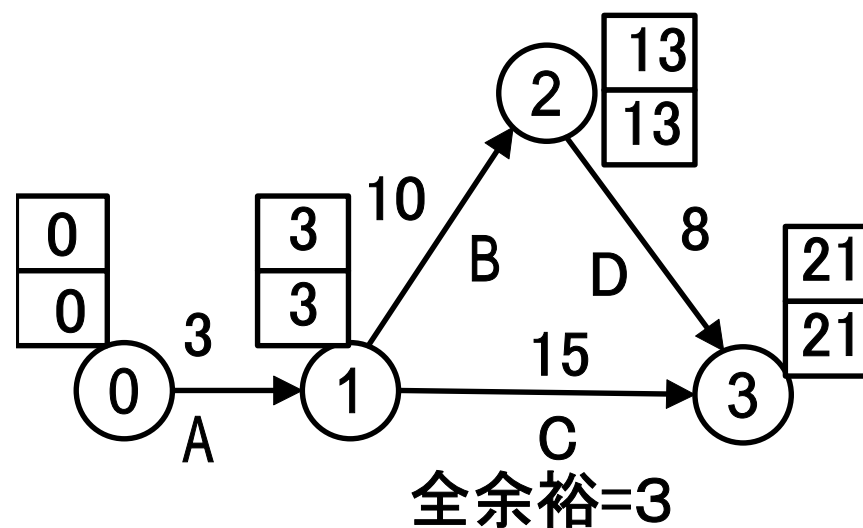


⇒最大2日短縮可能
短縮費用は1百万円×2日=2百万円

例題2-1 (続) 作業A短縮後



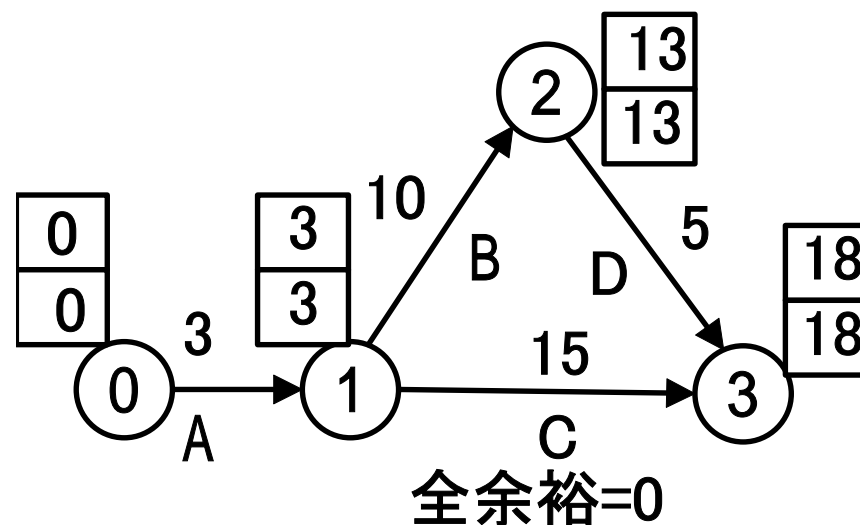
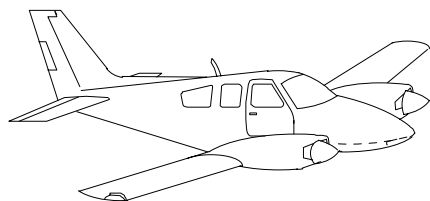
※作業Aはこれ以上の短縮不可=費用は ∞



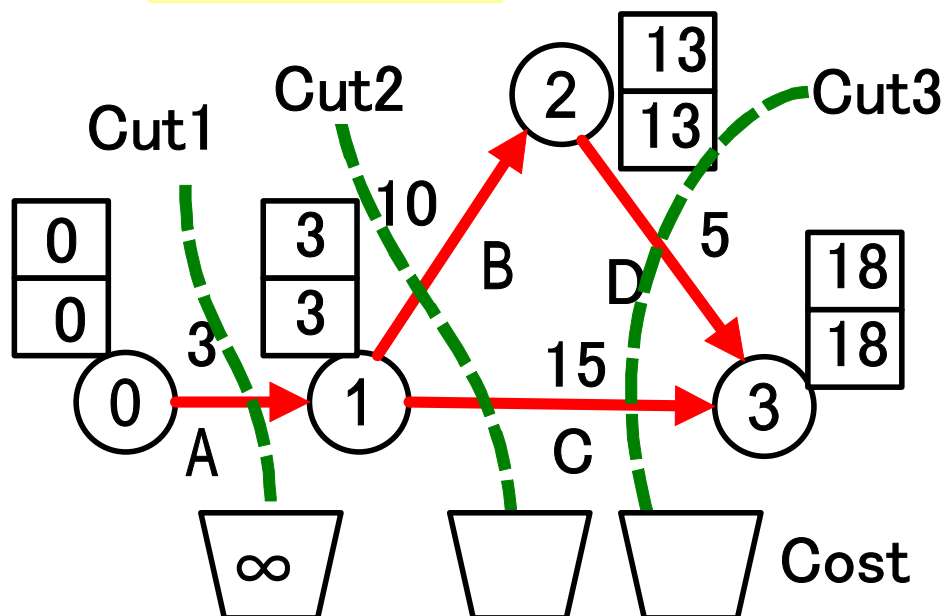
⇒最小カットはCut3
作業Dを短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

例題2-1 (続) 作業D短縮後



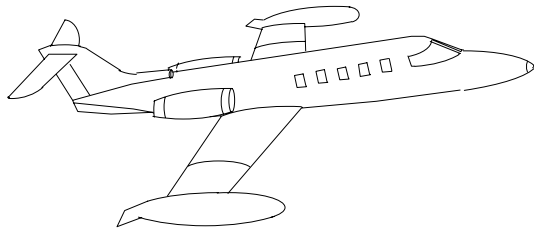
Cut4は省略



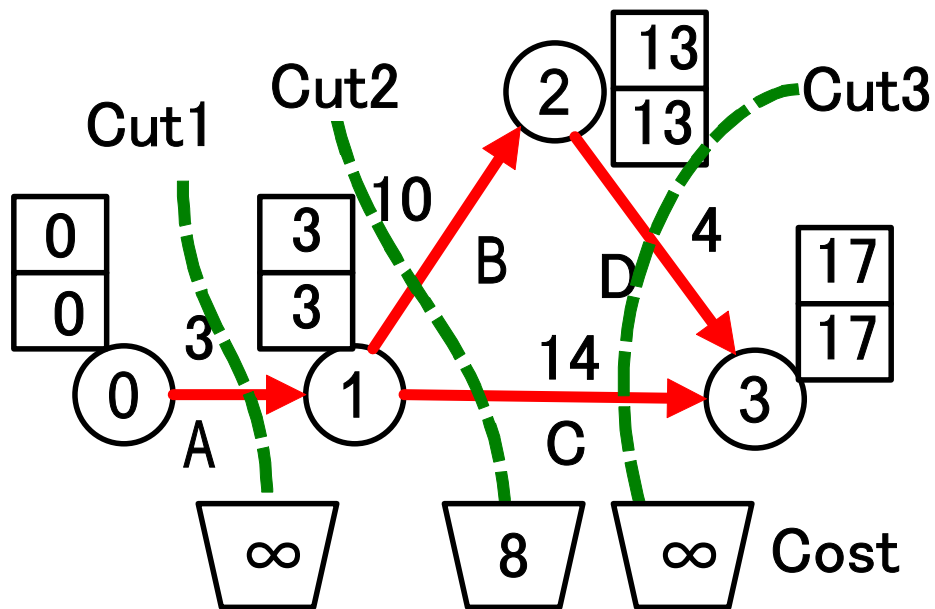
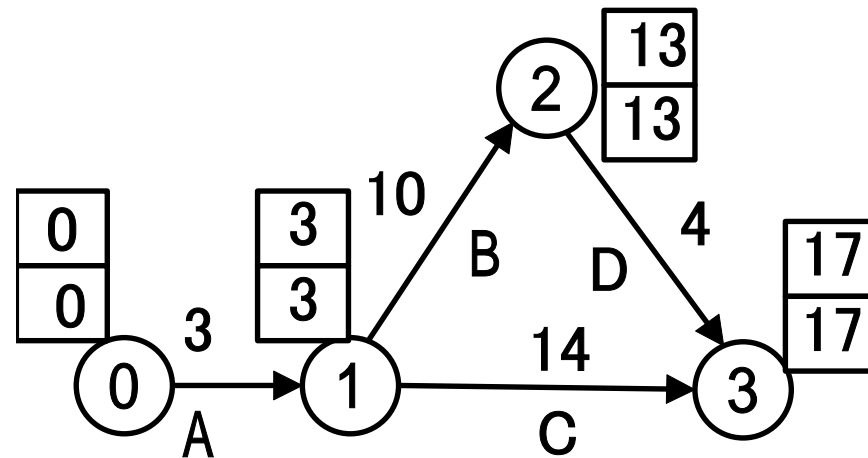
⇒最小カットはCut3
作業CとDを同時に短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

例題2-1 (続) 作業C・D短縮後



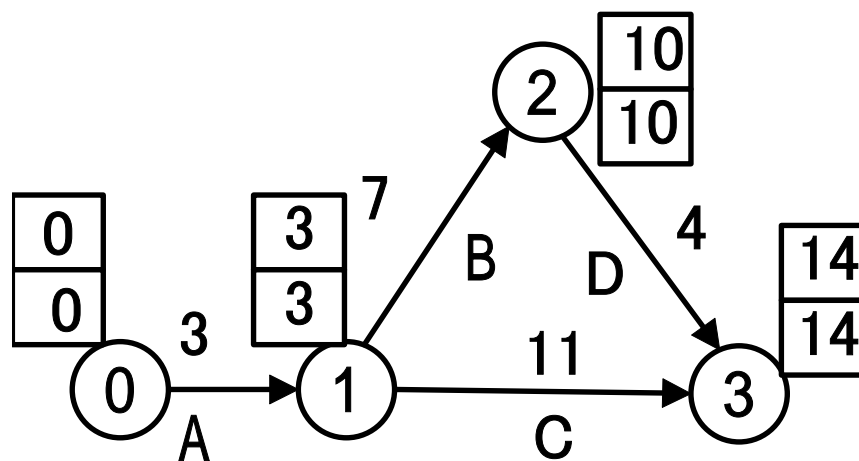
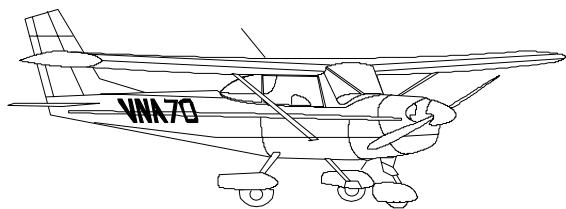
Cut4は省略



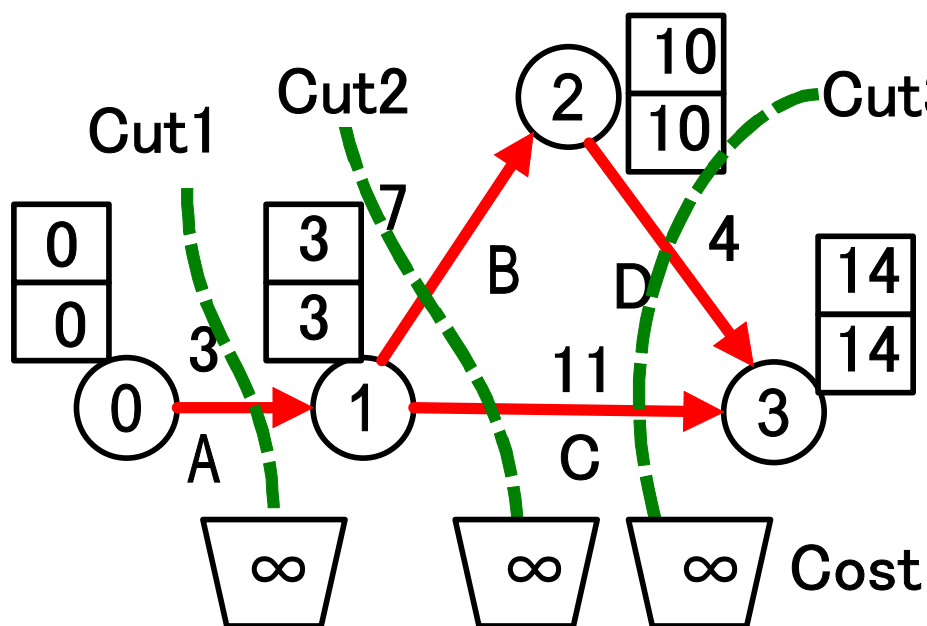
⇒最小カットはCut2
作業BとCを同時に短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

例題2-1 (続) 作業B・C短縮後



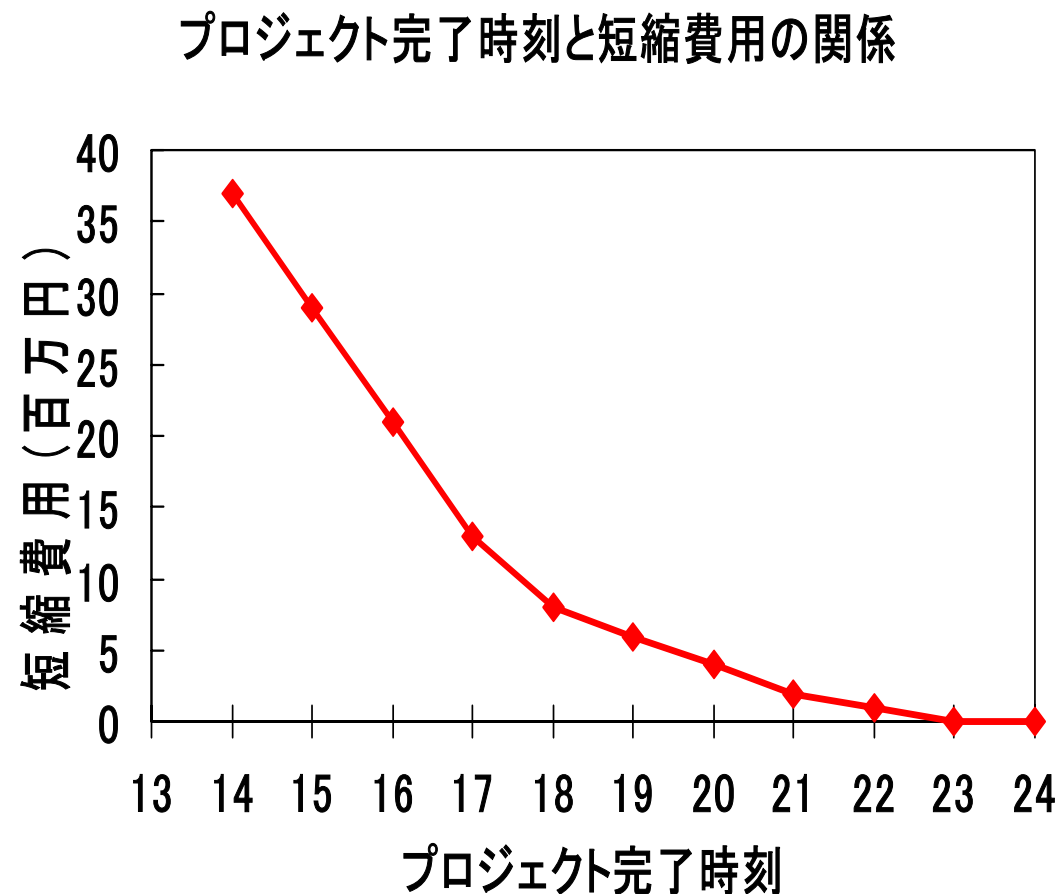
Cut4は省略



⇒この後はどこを短縮しても効果はない。(なぜ?)

例題2-1(続) まとめると

短縮日数	短縮作業	プロジェクト完了時刻	短縮費用(百万円/日)	短縮費用(百万円)
0		23	0	0
1	A	22	1	1
2	A	21	1	2
3	D	20	2	4
4	D	19	2	6
5	D	18	2	8
6	C,D	17	5	13
7	B,C	16	8	21
8	B,C	15	8	29
9	B,C	14	8	37
10	短縮不可能			



⇒ **CPM**の手法

CPMとは

- CPM: Critical Path Method
- 1957-58年 Du Pont社が開発.
PERTの全機能＋費用と工期の調節機能

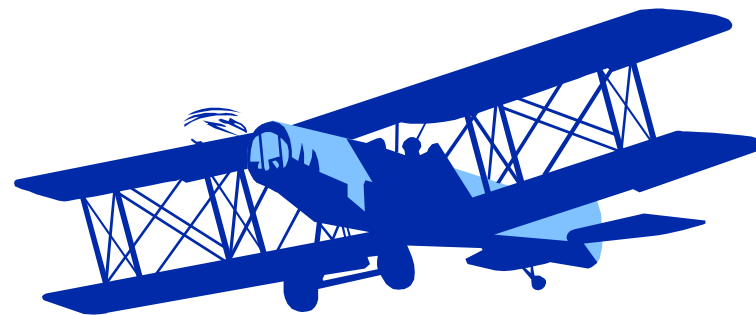
作業時間と費用に
トレードオフの関係

プロジェクト完了時刻を
経済的に短縮する手法



CPMの概略

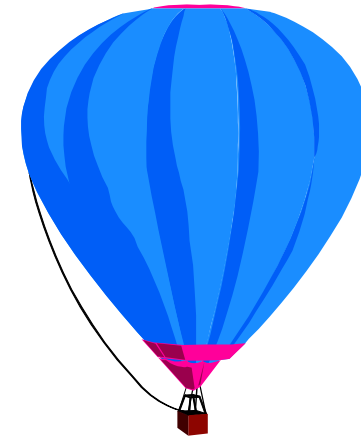
- 短縮可能な限り以下を繰り返す。
 - 各種時刻情報を算出する
(クリティカル・パスの情報は特に重要)
 - 最小カットを見つける
 - 最小カット上の作業に費用を投入し可能な限り作業日程の短縮を行う



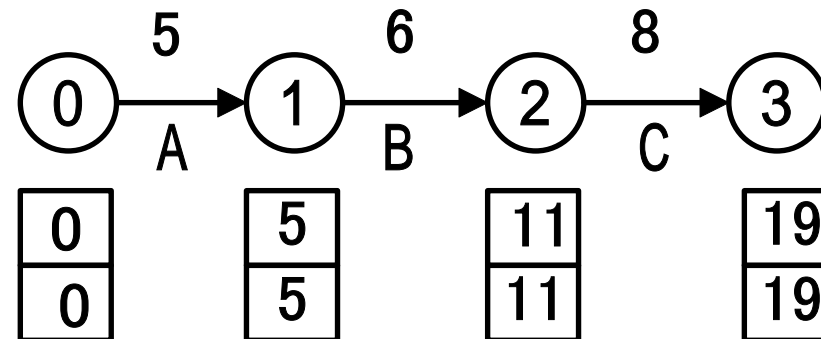
演習2-1

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	200(万円)
B	A	6	5	500(万円)
C	B	8	4	100(万円)



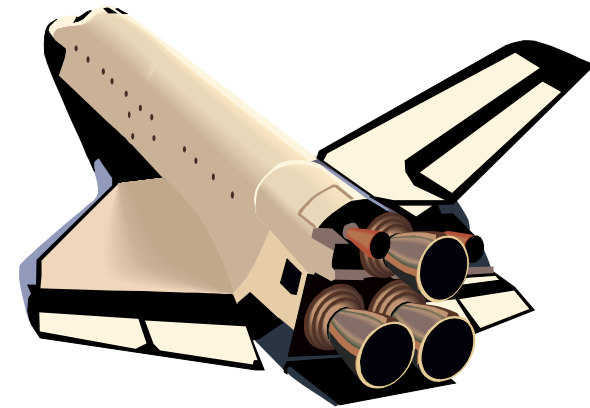
短縮費用=0の時
プロジェクト完了時刻=19



演習2-2

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	1
B	なし	6	3	2
C	A	3	2	4
D	B	8	5	1
E	C,D	2	1	4
F	C,D	6	3	3
G	E	8	5	3



ヒント

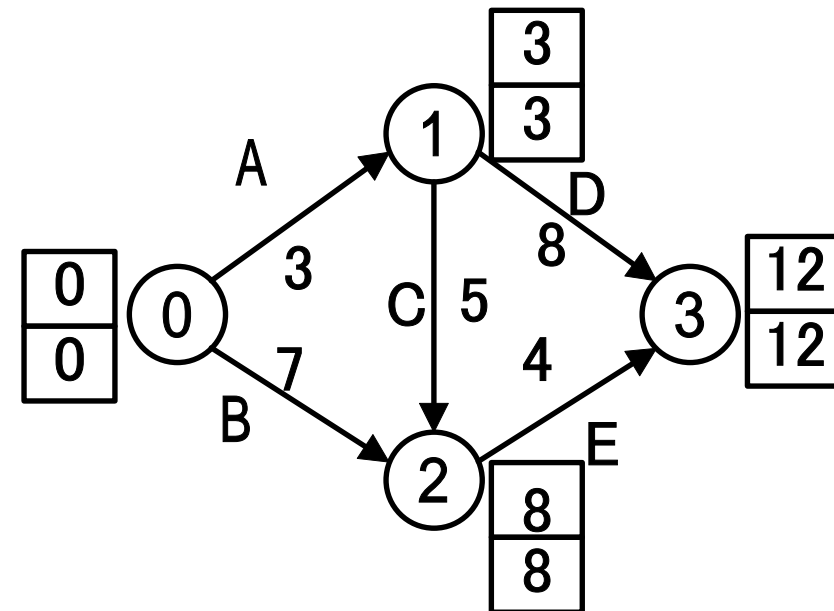
明らかに冗長なカットは
最小カットの候補から
除いてよい

例題2-2 逆向き作業を含んだカット

一度短縮を決めた作業を，延ばした場合がよい時もある。

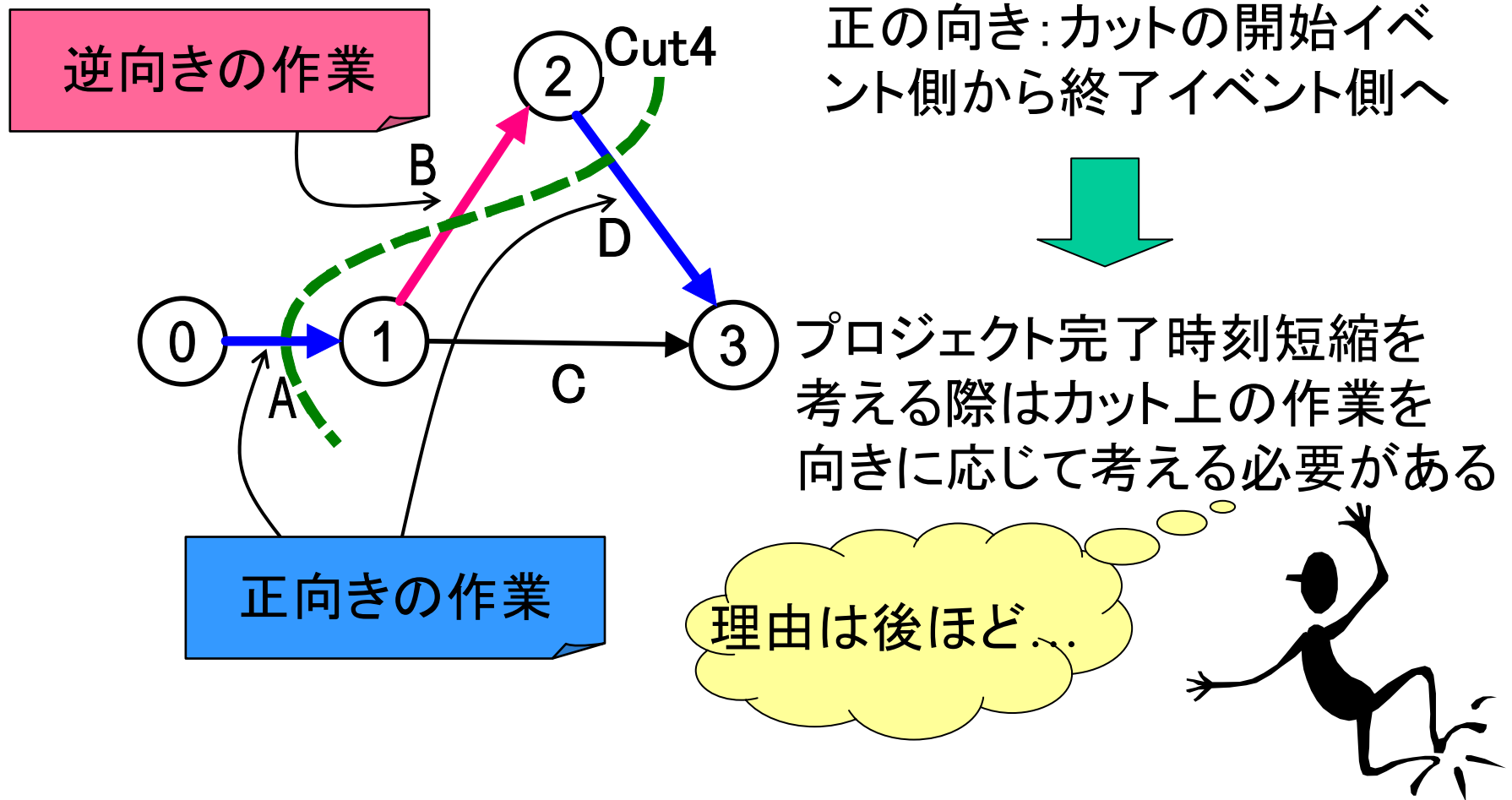
- 以下のプロジェクトの，プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係を見てみよう。

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	4	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

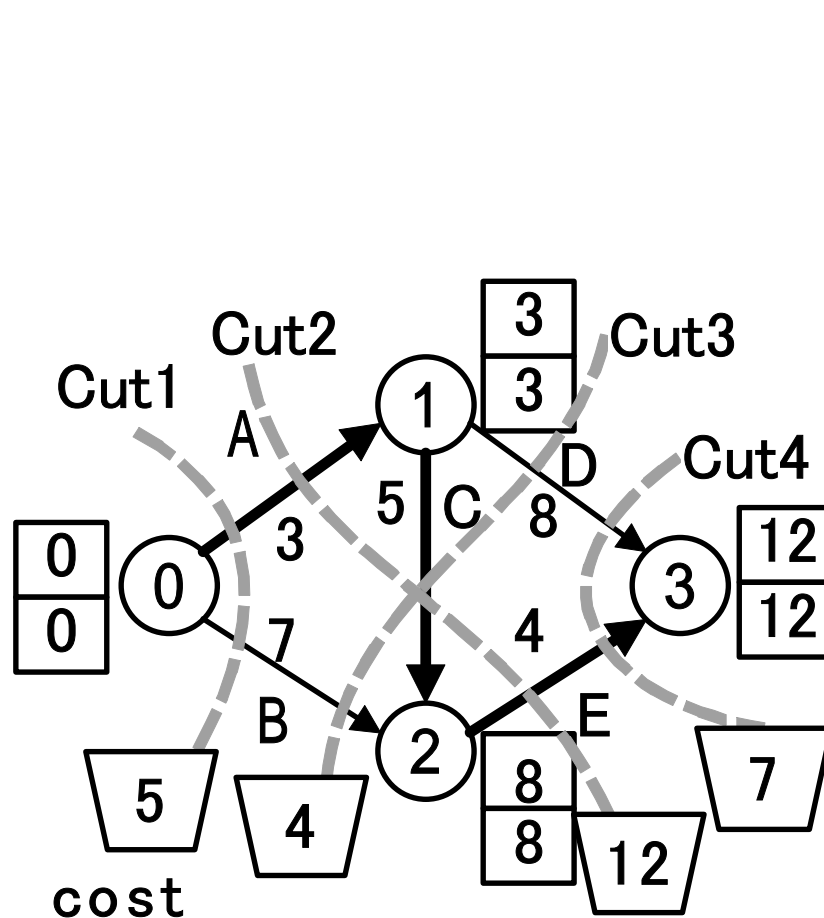


用語準備: カットと作業の向き

例: cut4上の作業の向き



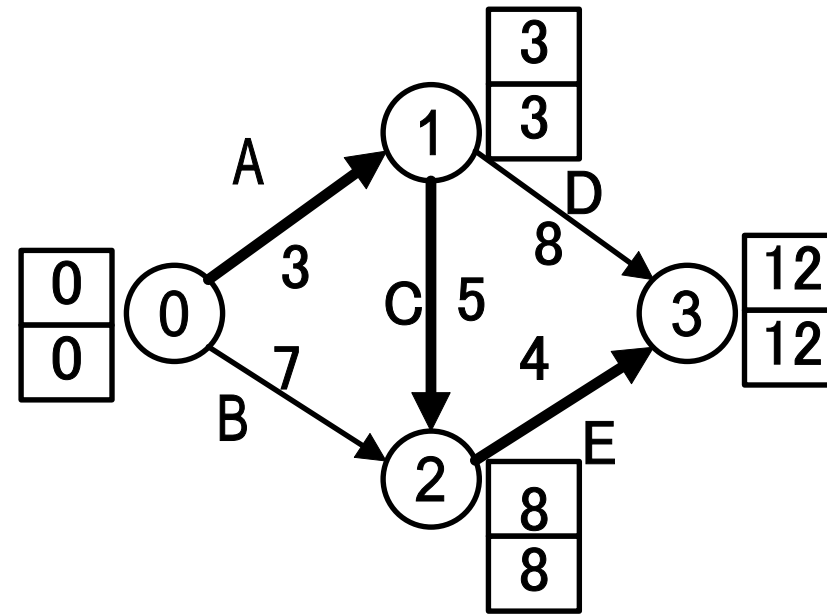
例題2-2(続き) カットを探す



cost

作業Bの全余裕:1日

作業Dの全余裕:1日

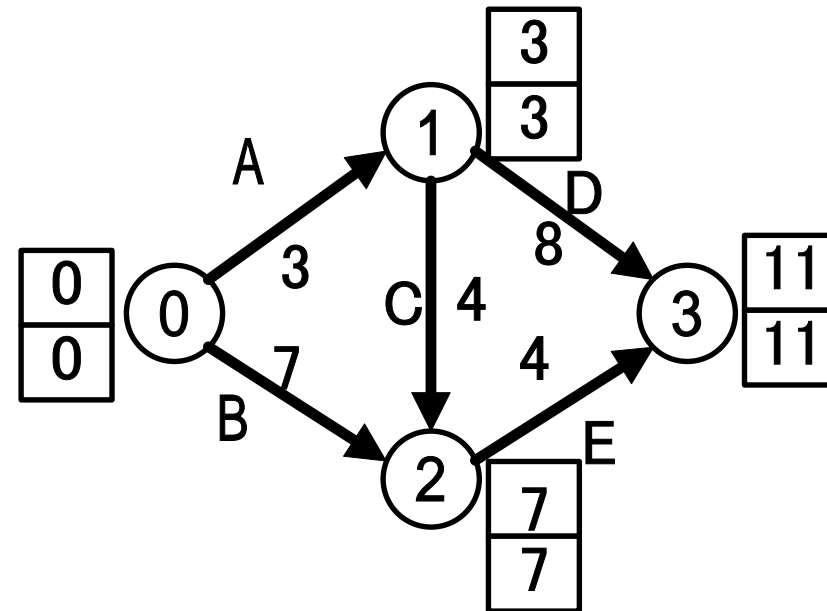
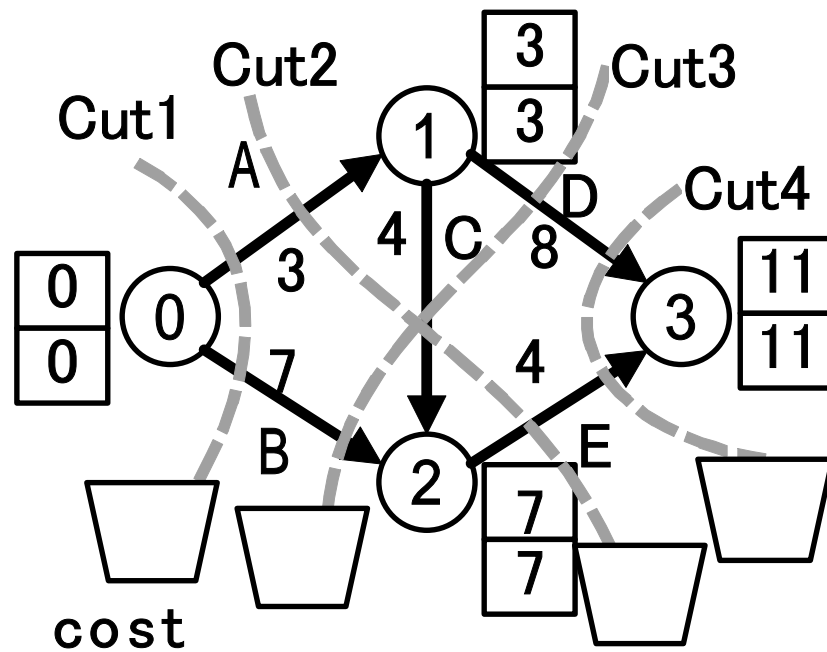


⇒ Minimum Cut はCut3
作業Cを短縮

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

例題2-2(続) 最小カットは？

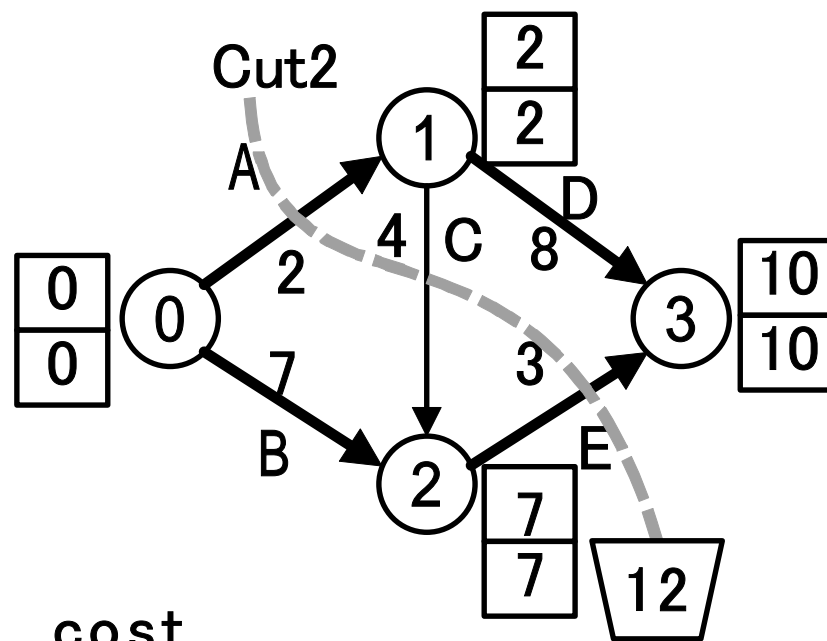
↓すべての作業がクリティカル



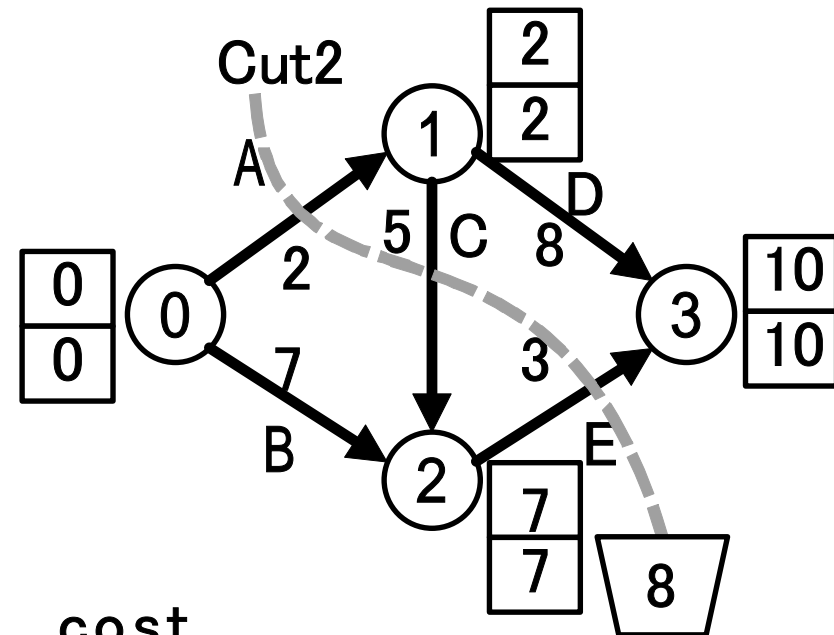
⇒最小カットは？

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

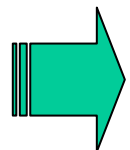
例題2-2(続き) 逆向きのクリティカルな作業がカットに含まれる場合



cost
作業A,Eを1日短縮した場合



cost
作業A,Eを1日短縮
+作業Cを1日再延長した場合

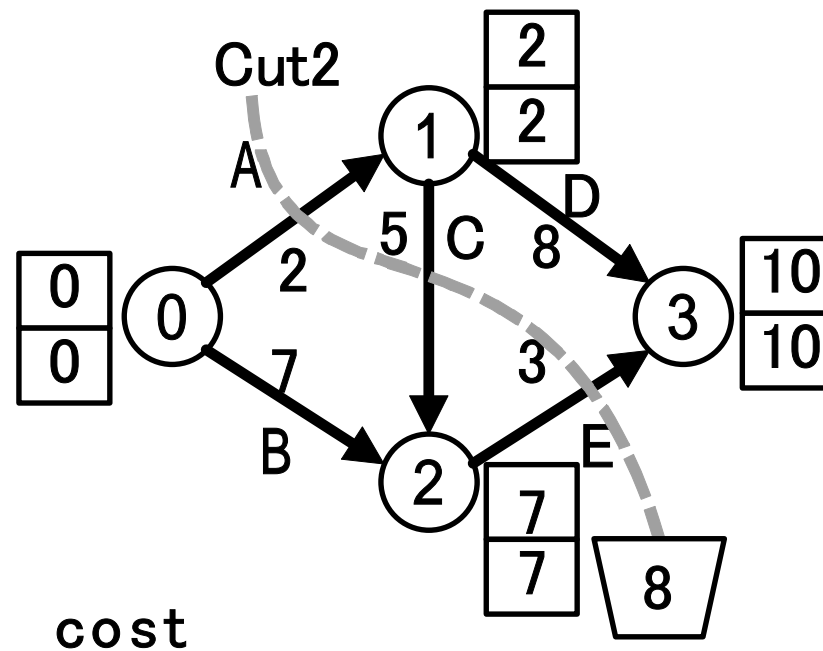


逆向きの作業が過去に短縮された時は考慮する必要がある

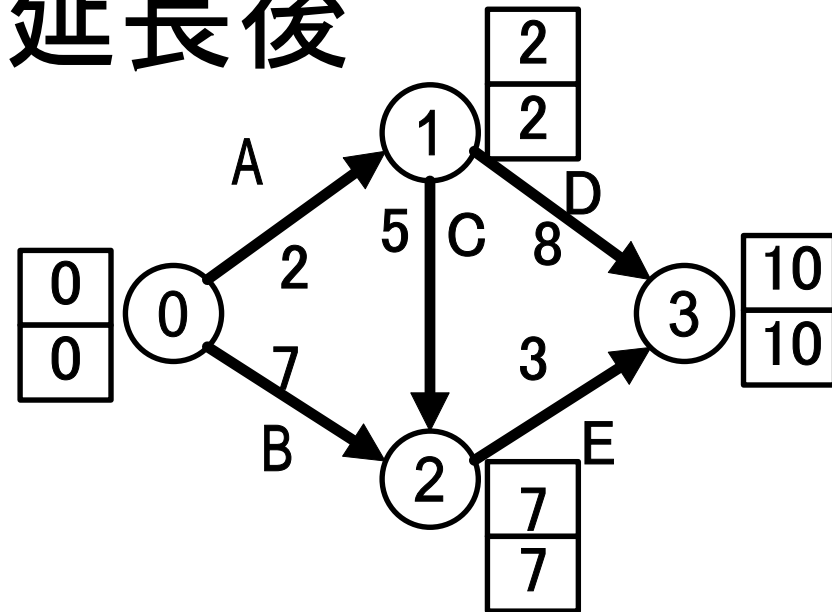
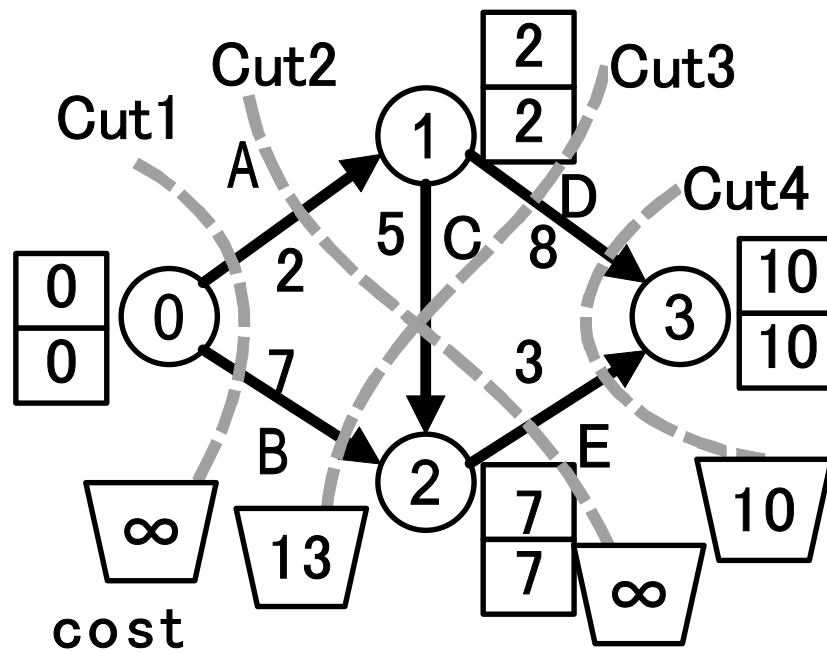
カットの短縮費用(正)

= (カットに含まれるクリティカルパス上の)
正の向き作業の短縮費用の合計

— 既に短縮されたことのある逆向きの作業の短縮費用の合計



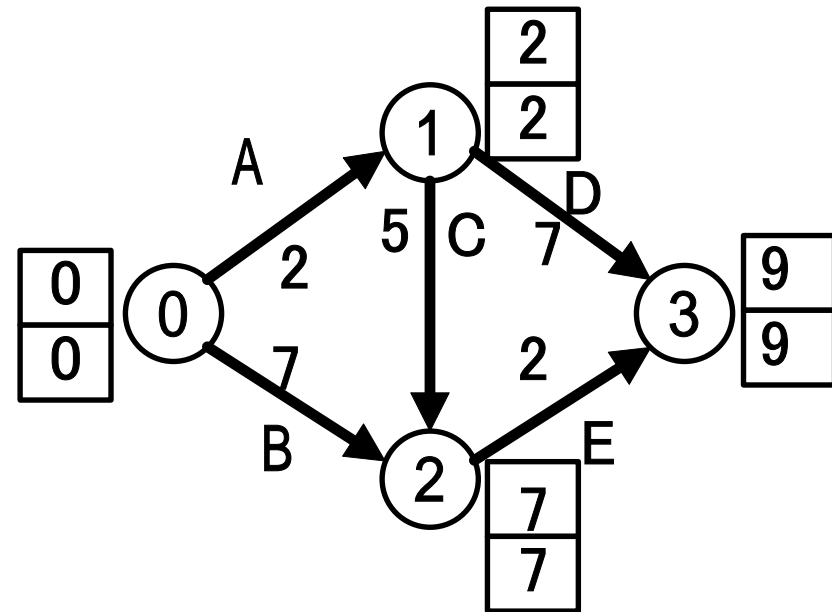
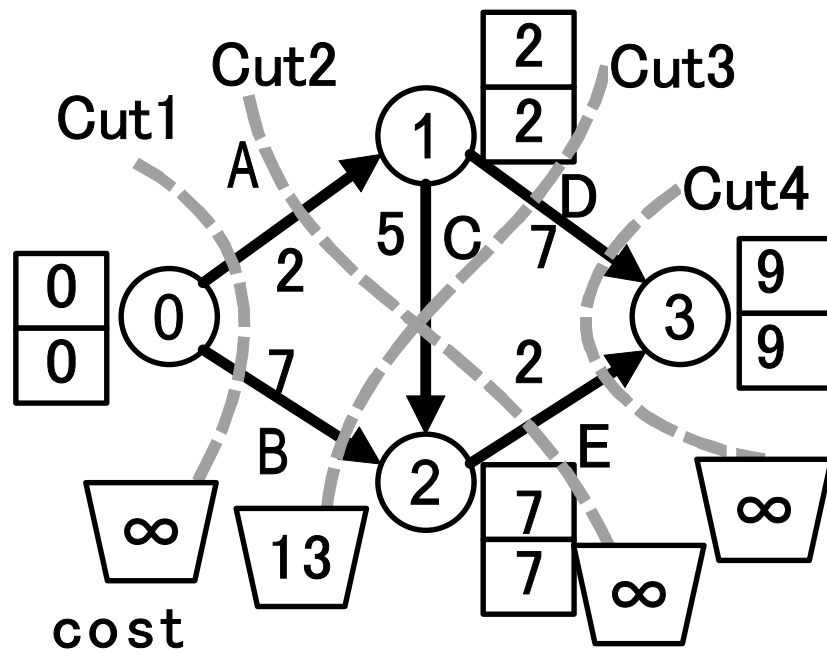
例題2-2(続き)作業A・E短縮 + 作業C再延長後



⇒ Minimum Cut はCut4

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

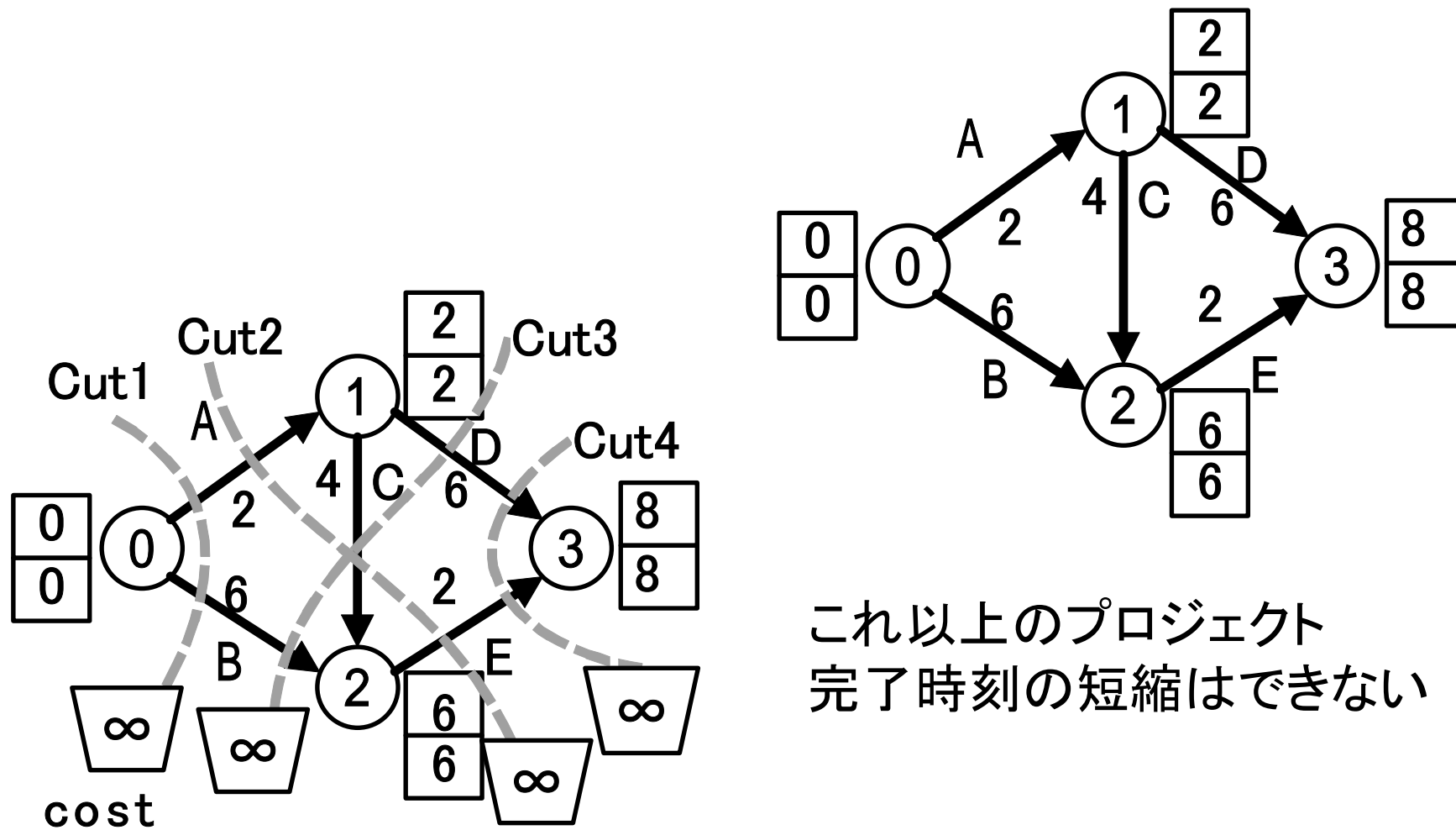
例題2-2(続き) 作業D・E短縮後



⇒ Minimum Cut は Cut3

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

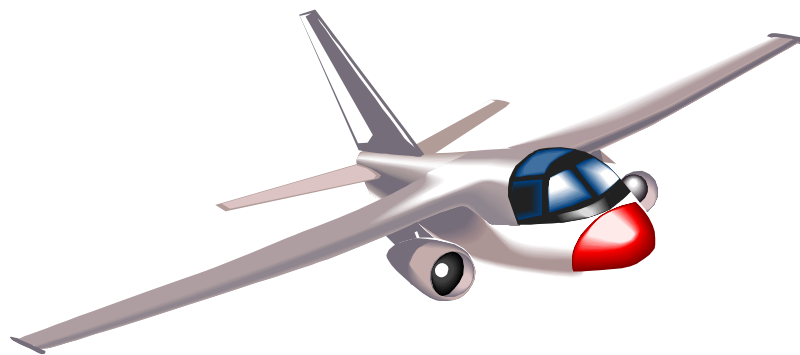
例題2-2(続き) 作業B・C・D短縮後



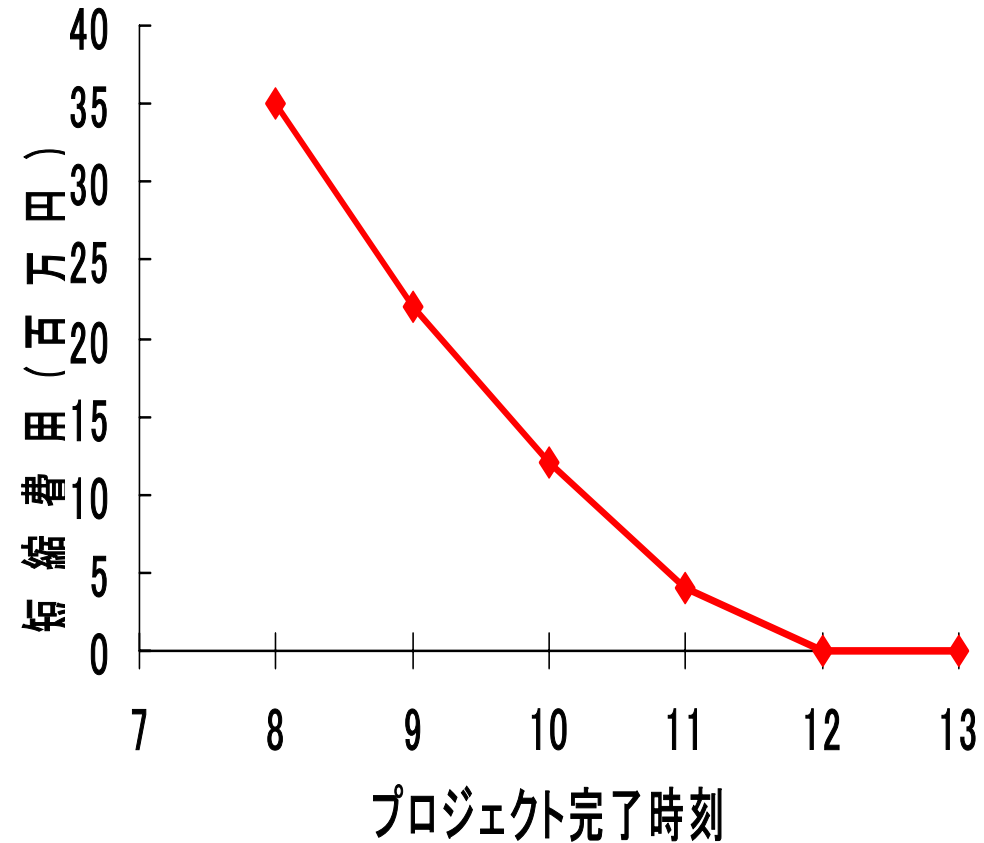
これ以上のプロジェクト
完了時刻の短縮はできない

例題2-2(続き)まとめ

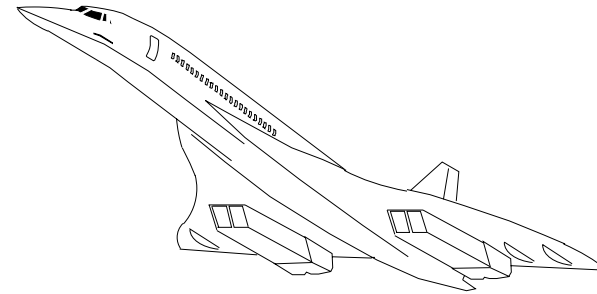
短縮日数	短縮作業	再延長作業	プロジェクト完了時刻	短縮費用(百万円)
0			12	0
1	C		11	4
2	A,E	C	10	12
3	D,E		9	22
4	B,C,D		8	35
5	短縮不可能			



プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係



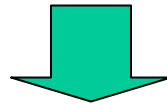
まとめ



- CPMにより, 最小費用日程計画を求めることができる.
- 逆向き作業を含むカットの扱いには注意する.

最小カットの求め方

図を見ながら最小カットを捜していく方法では,
プロジェクトが複雑になった場合限界がある



「ネットワーク計画」の手法を用いて最小カットを見つけると
効率がよい.

演習2-3

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	10	6	70
B	なし	13	10	50
C	A	9	6	20
D	A	6	5	90
E	D	9	7	30
F	B,C	8	6	30
				(万円)

