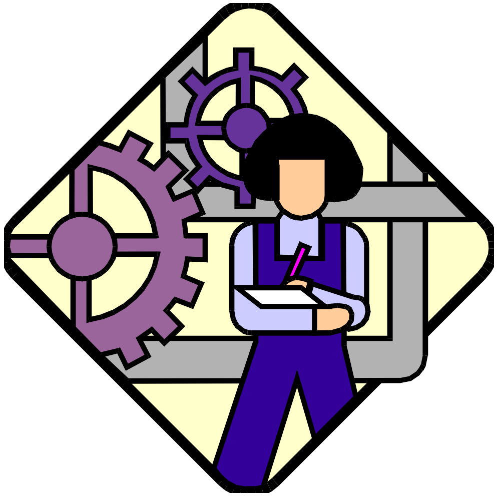


順序を決めるスケジューリング

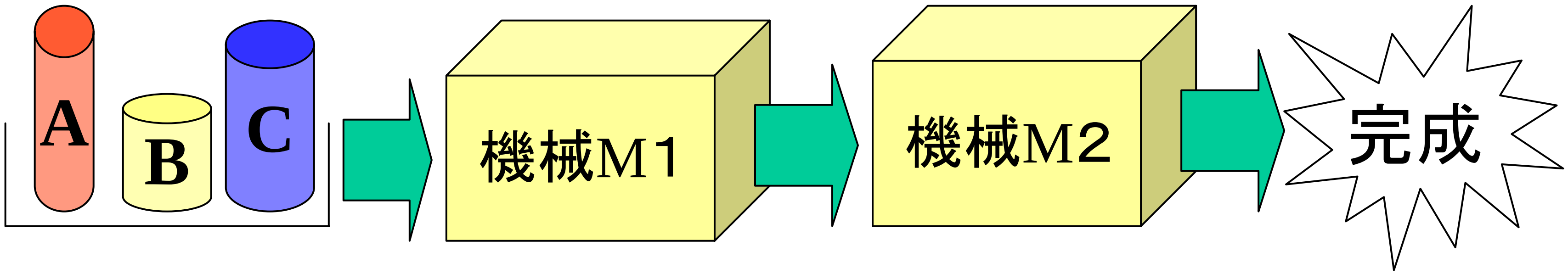
加工順序問題を題材に

ここで学ぶこと

- 最適な状況を欲する問題の紹介
  - 材料: 最適加工順序問題
- 素朴な解法 vs 工夫した解法
  - 理論的に解ける vs 実際に解く
- 特殊な問題設定 vs 汎用的な問題設定
  - 汎用的な問題は難しい

例題1 生産順序の効率化

先に機械M1，次に機械M2で加工する製品が3つある



各製品の各機械での加工時間

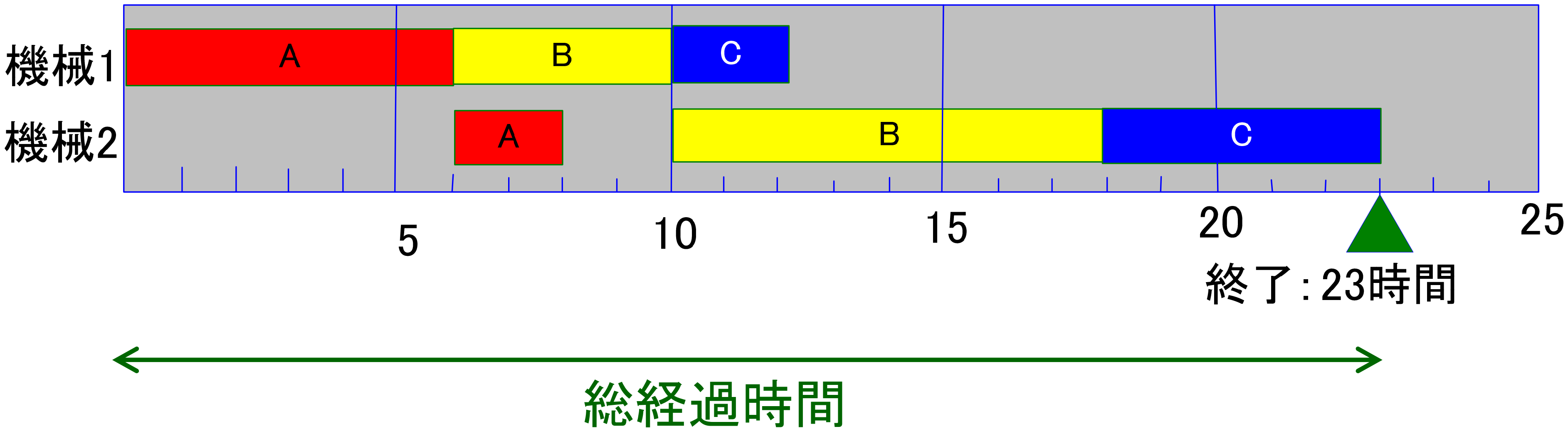
	機械M1	機械M2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

作業を早く終えたい．
加工順序は？

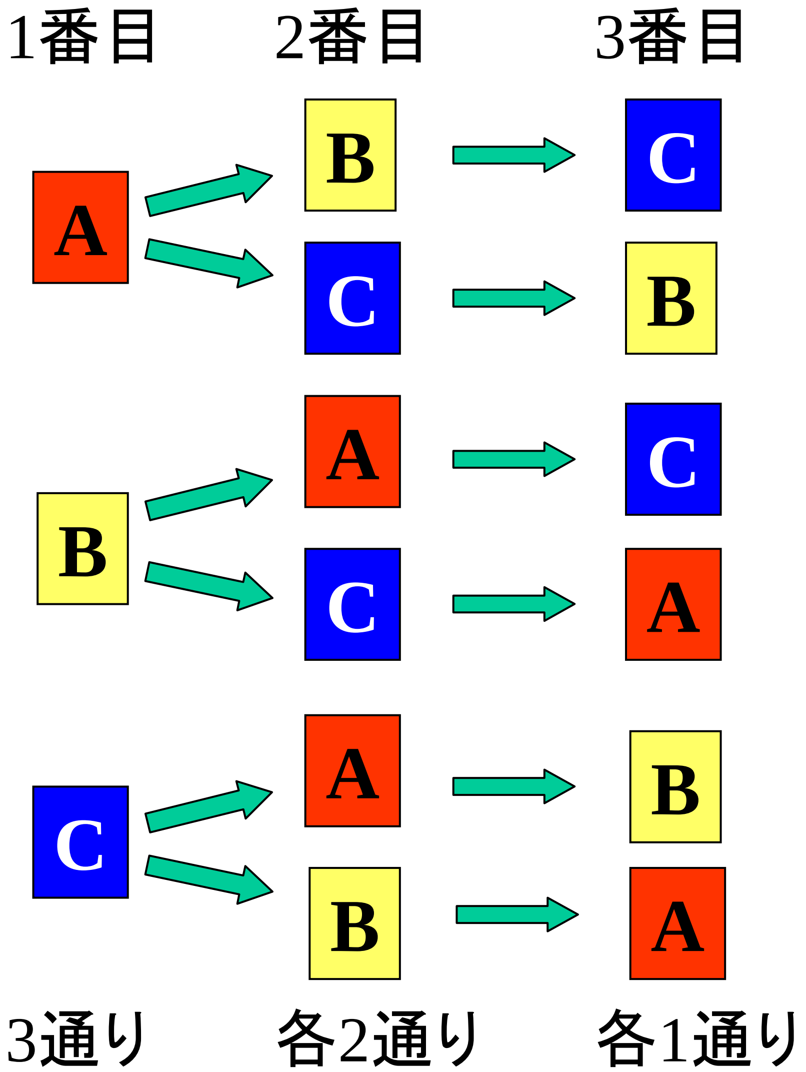
加工順序問題

例：A→B→C順で加工

	機械M1	機械M2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間



考えられる加工順は？



演習7-1

例題1において

- 全加工順でのガントチャートを作成せよ
  - 各加工順での総経過時間は？
- 総経過時間最小の加工順序は？

最適加工順序

ワークシート有

最適な加工順は？

1番目	2番目	3番目	稼動時間
A	B	C	23時間
	C	B	21時間
B	A	C	19時間
	C	A	19時間
C	A	B	20時間
	B	A	17時間 最適！

加工順序問題の素朴な解き方
(総当り法)

すべての加工順のガントチャートを作成
⇒総経過時間を算出

ガントチャートの必要枚数

- 製品3個の時→6枚(=3×2×1)
- 製品4個の時→24枚(=4× 3×2×1)
- 製品10個の時→3,628,800枚(=10×…×1)
- 製品20個の時→約2,400,000,000,000,000,000枚
  =約240京枚

順序の総数

n個のものの並べ方は

n×(n-1)×・・・×1(=n!)通り

仮定:100万枚/秒のガントチャート作成可能

★製品20個の場合の必要時間

約675,806,113時間＝約28,158,588日

＝約77,146年

組合せ的爆発

コンピュータの限界

- 現在のコンピュータの速度　１億回演算/秒

　⇒製品100個の時　1.77×10^{132}宇宙年

- 計算機の速さの限界　約600億回/秒

　＋並列化：極小コンピュータを大気圏内に設置

　＝1.2×10^{30}回/秒くらい演算可能

　⇒1.61×10^{110}宇宙年かかる

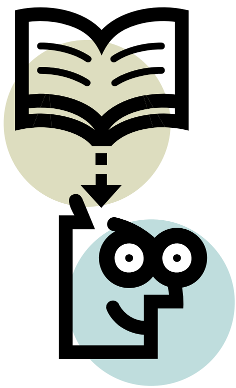
総当り法で最適解を求める困難性

- 高速のコンピュータでも**<u>事実上不可能</u>**!!
- ITの永遠の限界
- 最適化理論がチャレンジすべき課題

× 素朴な解き方

◎ 工夫した効率よい解法の開発が重要

工夫したいくつかの解法



工程の機械が2台の場合:　特殊化

- ジョンソン法
  - 最適性保証, 効率の良い解法
- 機械が3台である条件を満たす場合も適用可能

それ以外の場合:

- 分枝限定法(branch and bound):
  - 実行可能解を数え上げる→最適加工順序をみつける
  - 無用な実行可能解を探さない工夫
  - 最悪の場合:素朴な方法とほぼ同じ時間が必要.
- 近似解法:高速だが最適性の保証はない

2機械の時 ジョンソン法

先処理機械M1,後処理機械M2

ステップ1

表中で加工時間最小の数字を見つける

複数存在時は, 適当な順序付け

ない → 終了

M1側 / M2側

ステップ2

その作業を前に処理

その作業を後で処理

ステップ3

その作業を表から削除

例題1-1（続）ジョンソン法の適用

	機械M1	機械M2
~~製品A~~	~~6時間~~	~~2時間~~
~~製品B~~	~~4時間~~	~~8時間~~
~~製品C~~	~~2時間~~	~~5時間~~

最適加工順序 **C** ▶ **B** ▶ **A**

総経過時間は17時間

ガントチャートを描いて求める

繰り返し1回目

ステップ1：最短加工時間2 (M1, C)

ステップ2：Cは加工順1番

ステップ3：Cを表から除く

繰り返し2回目

ステップ1：最短加工時間2 (M2, A)

ステップ2：Aは加工順3番

ステップ3：Aを表から除く

繰り返し3回目

ステップ1：最短加工時間4 (M1, B)

ステップ2：Bは加工順2番

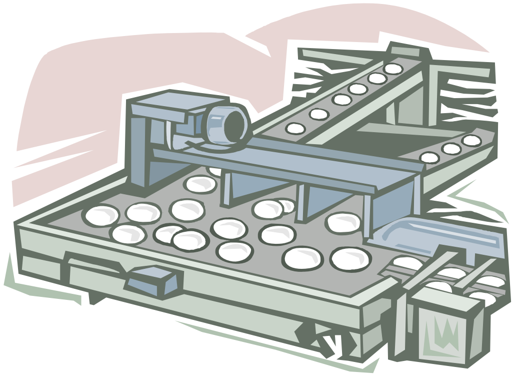
ステップ3：Bを表から除く

（終了）

演習7-2

まず旋盤で削って穴をあけ，次に研削盤で磨いて仕上げる製品が8個ある.

最適加工順序とその総経過時間を求めよ.



各製品の加工必要時間

製品	旋盤	研削盤
A	3	4
B	8	7
C	6	7
D	9	8
E	8	4
F	7	2
G	5	6
H	5	1

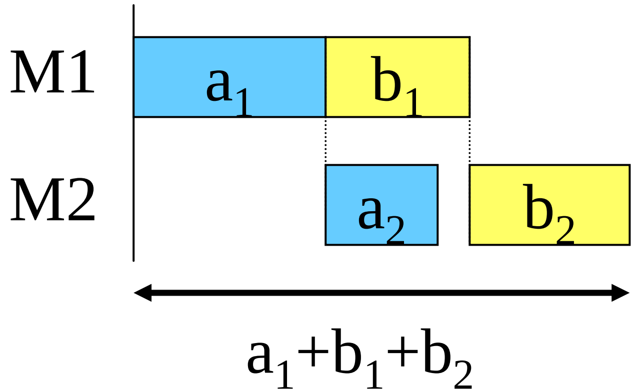
最適性の保証

ジョンソン法は最適加工順を求めているのだろうか?

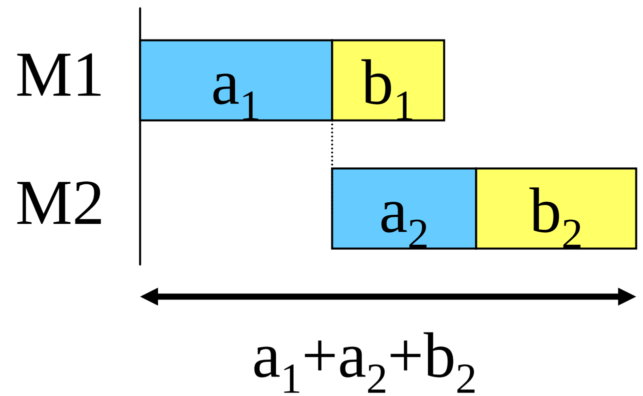
製品	M1	M2
A	a_1	a_2
B	b_1	b_2

A→B順の総経過時間

$b_1 > a_2$の時



$b_1 \leqq a_2$の時



まとめると

(A→B順の総経過時間)

$$= \begin{cases} a_1 + b_1 + b_2 & （b_1 > a_2 \text{の時}） \\ a_1 + a_2 + b_2 & （b_1 \leq a_2 \text{の時}） \end{cases}$$

$$= a_1 + b_2 + \max\{b_1, a_2\}$$

最適性の保証(続)

- (A→B順の総経過時間)=$a_1+b_2+\max\{a_2,b_1\}$
- (B→A順の総経過時間)=$b_1+a_2+\max\{b_2,a_1\}$

A→B順が良い

$$\Leftrightarrow a_1+b_2+\max\{a_2, b_1\} \leqq b_1+a_2+\max\{b_2, a_1\}$$

$$\max\{-b_1,-a_2\} \leqq \max\{-b_2,-a_1\}$$

$$-\min\{b_1,a_2\} \leqq -\min\{b_2,a_1\}$$

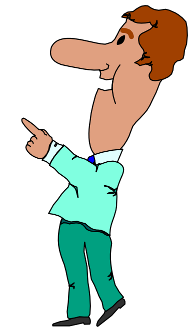
$$\min\{b_1,a_2\} \geqq \min\{b_2,a_1\}$$

⇔ a_1 又は b_2 が表中で最小の加工時間

問題設定の拡張

- 2機械n製品の時：ジョンソン法
- 3機械n製品の時は？
  - ジョンソン法の正当性から拡張可能？
    ⇒ある条件を満たす時のみ拡張可能
      ⇔条件を満たさない時の方法は未解明

機械が3台の場合



- ジョンソン法が適用できる条件:
  max{M2の加工時間}≦min{M1及びM3での加工時間}
- 適用方法
  2台の合成機械の問題に変形しジョンソン法を適用

	機械 M1	機械 M2	機械 M3
製品A	a1	a2	a3
製品B	b1	b2	b3

変形

	機械 M1+M2	機械 M2+M3
製品A	a1+a2	a2+a3
製品B	b1+b2	b2+b3

ジョンソン法

最適加工順序を導出

最適加工順序

演習7-3

8種類の資料(A～H)の整理･点検･製本の作業を順に行いたい．整理･点検･製本の作業は専門班(各1班)が行い，混乱を避けるため，異なる資料の作業を同時に行ってはならない．

① 総作業日数を最小にする作業順を求めよ．
② そのときの総作業日数を求めよ．

各資料毎の作業日数

資料	整理	点検	製本
A	7	3	5
B	3	2	5
C	6	2	4
D	9	3	6
E	3	3	7
F	4	1	3
G	7	2	5
H	5	2	6

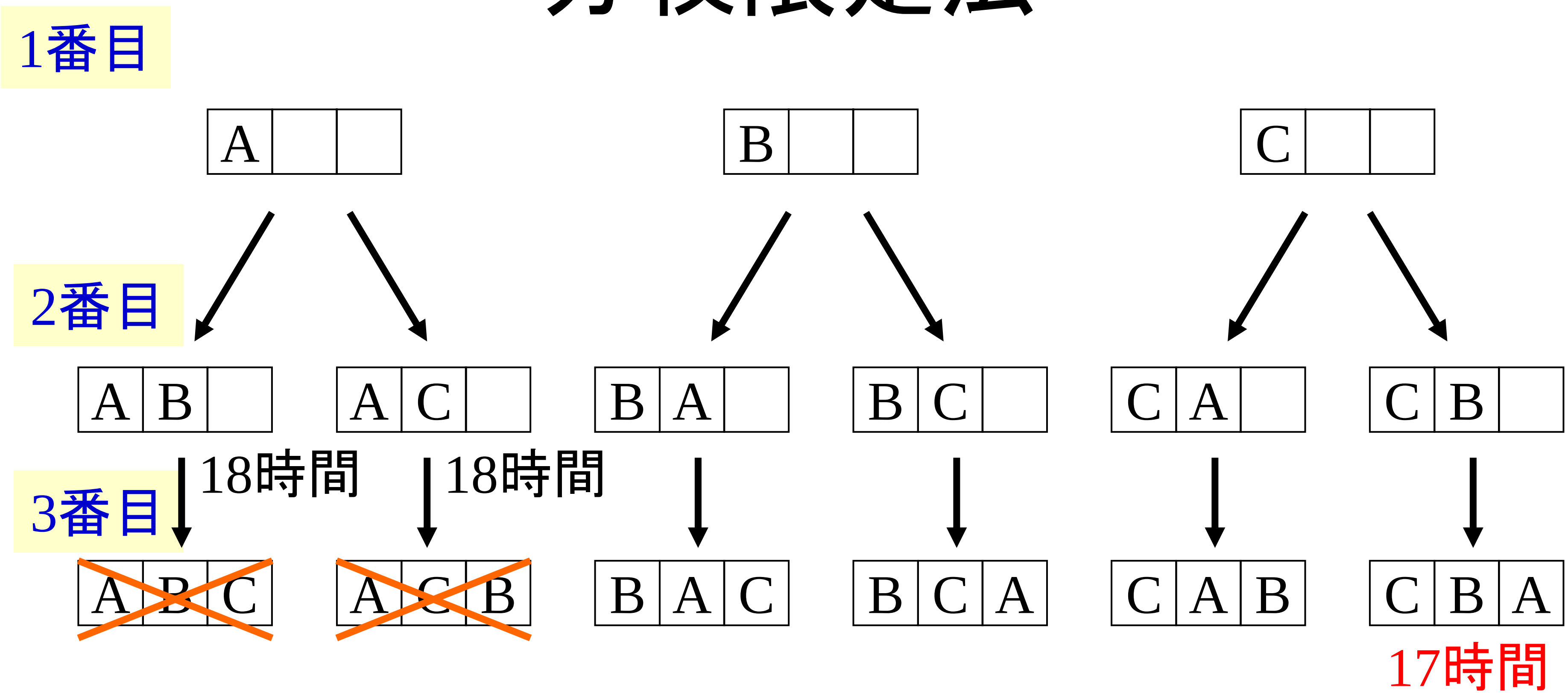
単位：日

3機械以上の場合

詳しくは，
後日の講義で

- 厳密に最適加工順序を求めたい時
  分枝限定法(Branch and Bound)
  - 加工順のパターンを枝別れしながら，結果が不利になるまで網羅的に探索する．
- 早い時間で良い加工順序を知りたい
  近似解法
  - 経験的･実験的に良い解を出すと知られている方法を用いる．（ヒューリスティックス）
  - 最適性の保証は無い

分枝限定法



詳しくは後日の講義で

近似解法のひとつの例

- 字引式順序法
  - 先機械の加工時間が短い製品を優先

	M1	M2	M3	M4
A	4	2	3	5
B	6	4	2	5
C	6	4	2	5
D	7	2	4	4
E	5	3	1	6
F	5	1	3	5

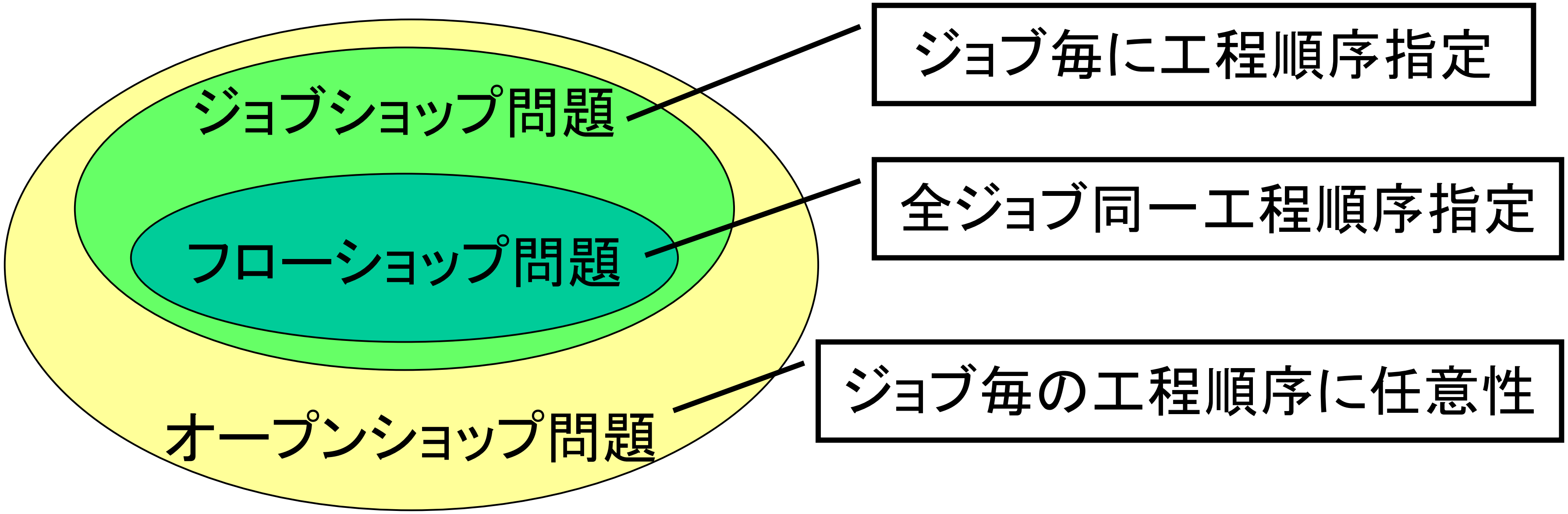
A→F→E→B→C→Dがひとつの加工順として導かれる.

最適性の保証はない

近傍解での吟味が必要

さらに現実的なモデルへ

基本的(古典的)なスケジューリング問題



より利用効果の高い問題の解決へ

- FMS スケジューリング
  (flexible manufacturing system)
- 資源制約付きスケジューリング
- グループスケジューリング

等

様々な評価基準

- 終了時間の最小化

他にも

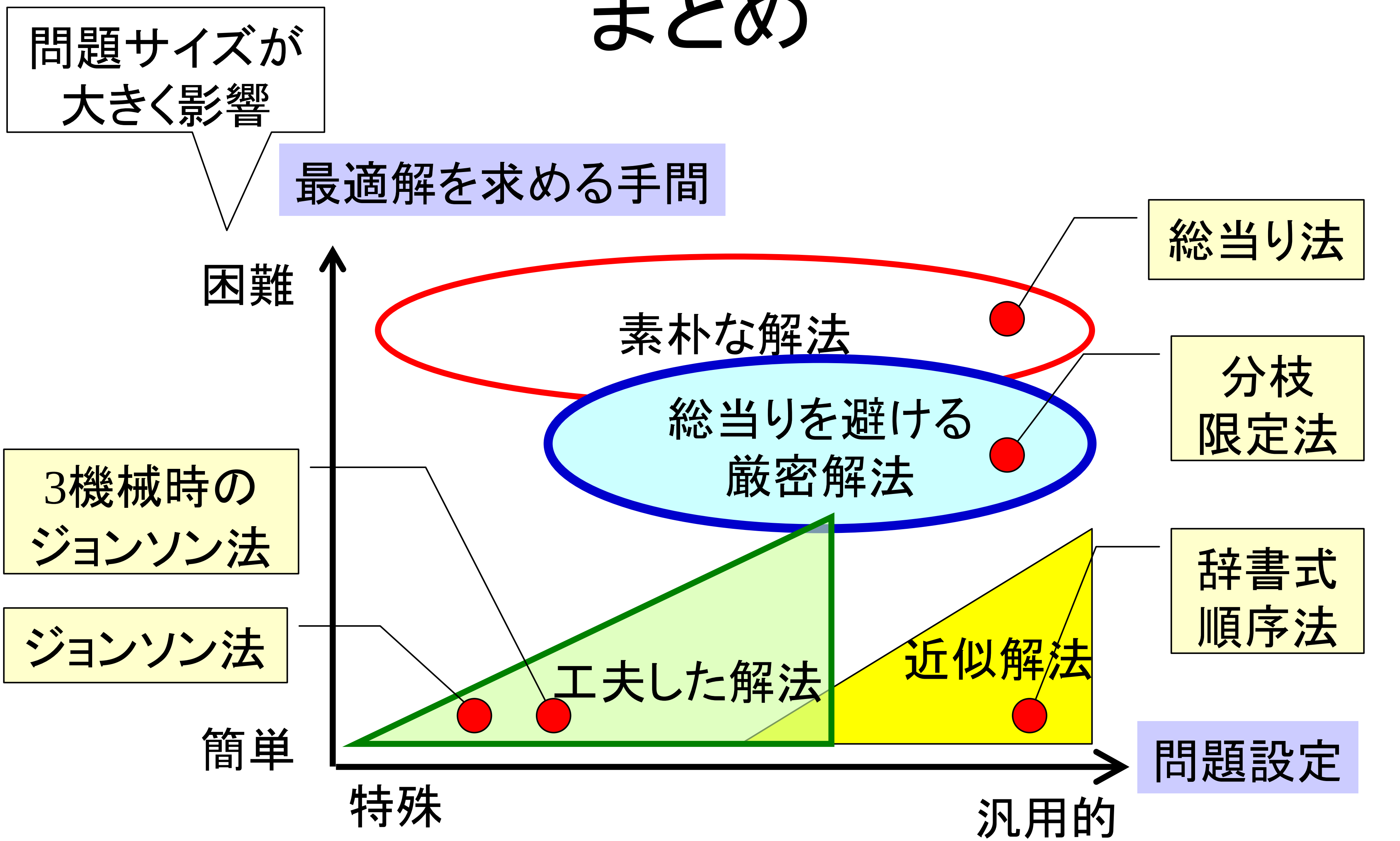
- 滞留時間和の最小化
- 最大納期遅れの最小化
- 納期遅れ和の最小化　等

様々なスケジューリングの問題に対応するには多くの手法を身につけないといけないんだな~

様々なモデル ＋ 様々な評価基準

⇒ 多くのスケジューリング問題が存在する

まとめ



加工順序問題の場合

このあとは

- 手間のかかる⇔手間のかからない解法
  - 解法の比較，評価の方法
- 問題ごとの難易度の見極め
  - 問題の難しさのランク付け

寄り道：数詞

日本
4桁上がり

⇔

•米語，仏語：3桁上がり
•独語，（英語）：6桁上がり

(例)
ミリオン＝ 10^6(共通)
ビリオン＝10^9(米,仏)、10^{12}(英,独)

- 一,十,百,千
- 万,億,兆
- 京(けい)＝10^{16}
- 垓(がい),し,穣(じょう),溝(こう),澗(かん),正(せい),載(さい),極(ごく),恒河沙(ごうがしゃ),阿僧祇(あそうぎ),那由他(なゆた),不可思議(ふかしぎ)
- 無量大数(むりょうたいすう)=10^{68}

Google:「googol(ゴーゴル)＝10^{100}」が元