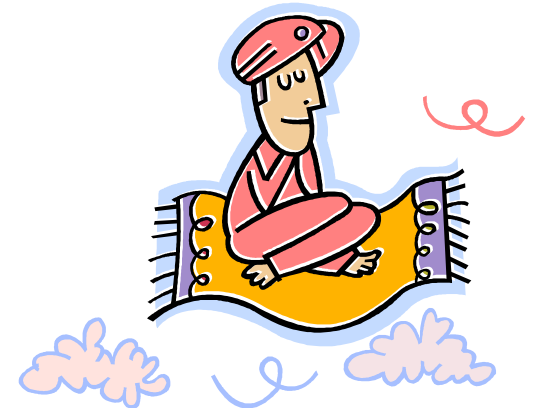


順序を決めるスケジューリング

加工順序問題を題材に

ここで学ぶこと

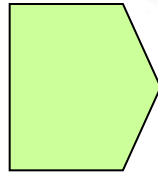
- 順序を決めるスケジューリング問題の紹介
 - 材料:最適加工順序問題
- 素朴な解法の落とし穴
 - 理論的に解ける vs 実際に解く
- 特殊な問題設定 vs 汎用的な問題設定
 - 汎用的な問題は難しい



段取り上手



溶く



焼く

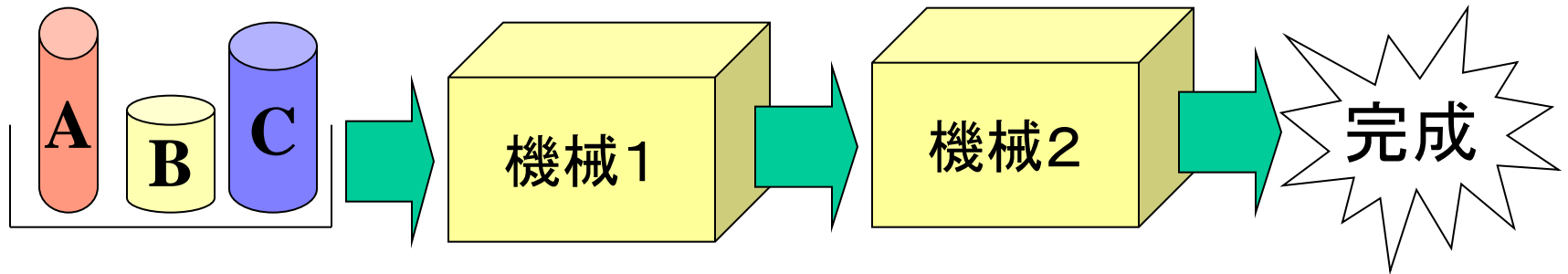


どういう順番でつくる？



例題1 処理順を考えよう

製品：先に機械1，次に機械2で加工



各製品の各機械での加工時間

	機械1	機械2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

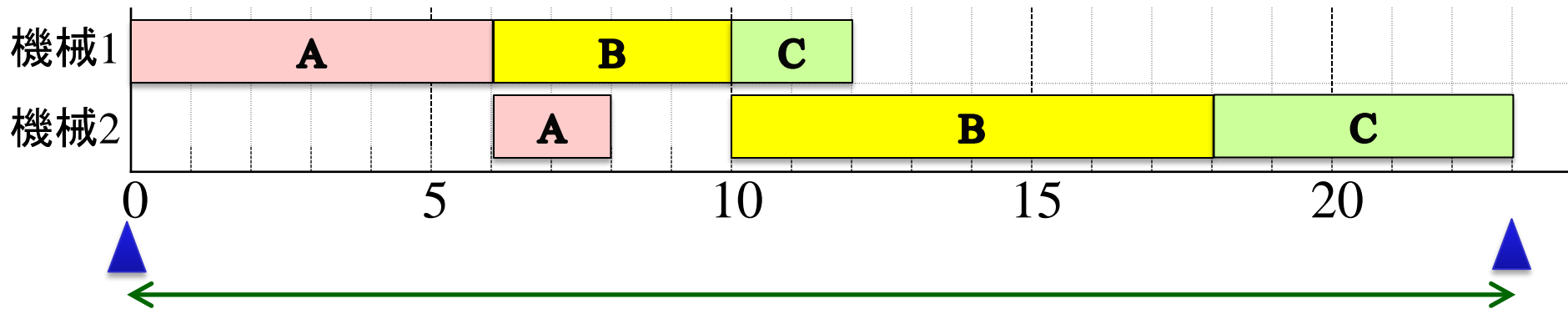
作業を早く終わりたい。
加工順序は？



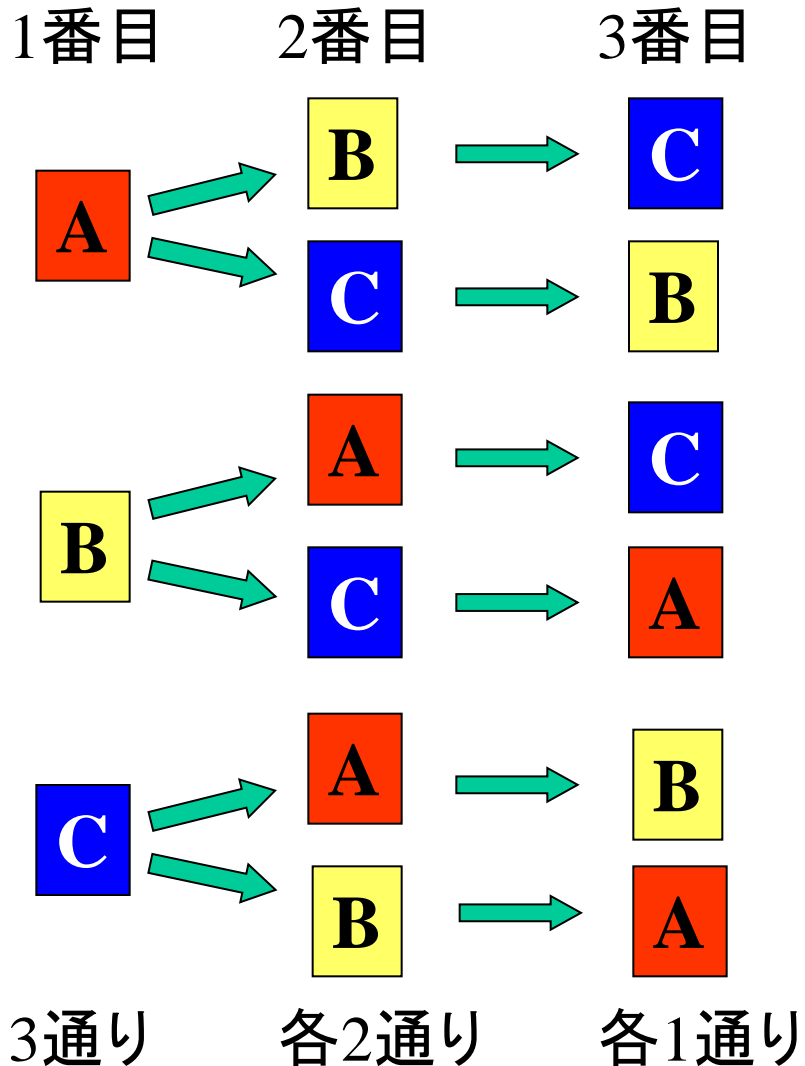
例：A→B→C順で加工

	機械1	機械2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

A⇒B⇒C



考えられる加工順は？



$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{通り})$$





演習1

例題1において

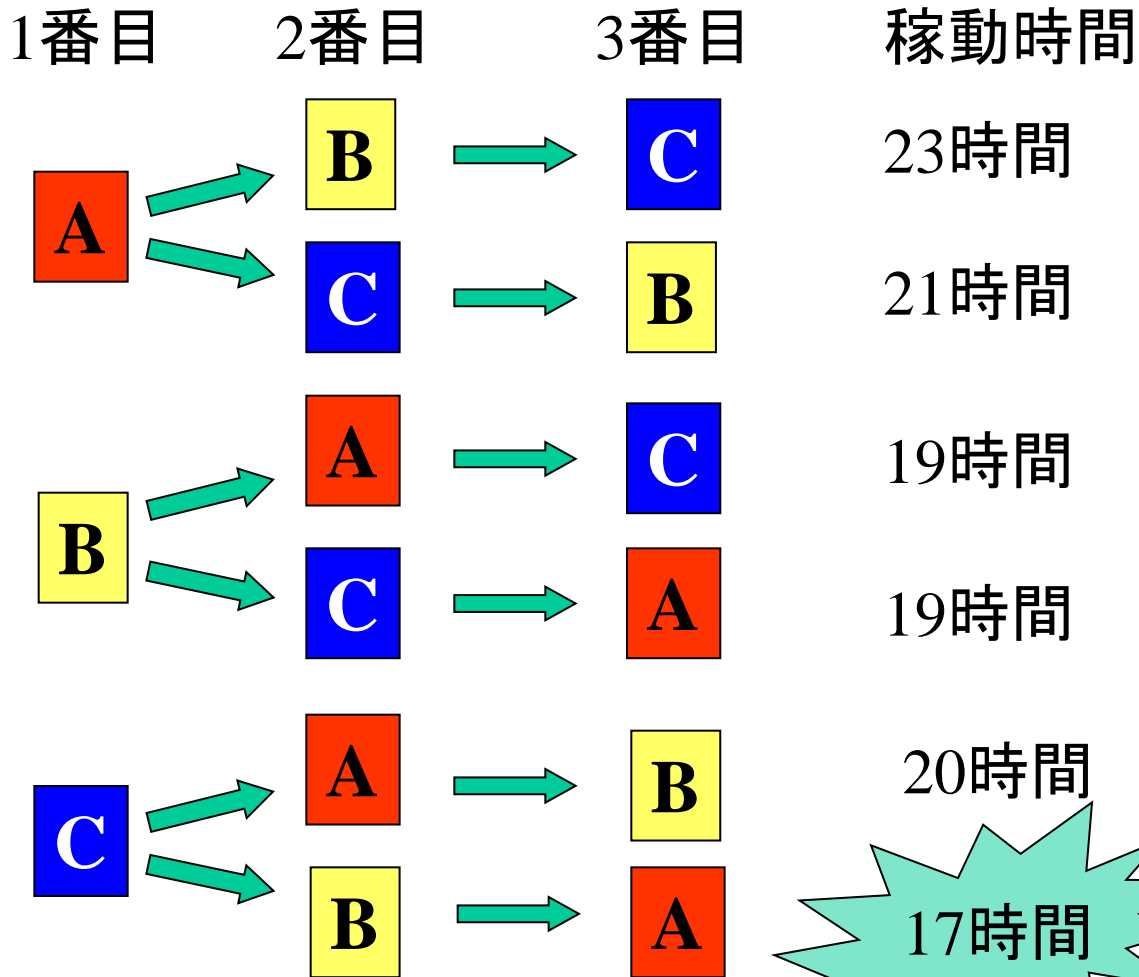
- 全加工順でのガントチャートを作成せよ
 - 各加工順での総経過時間は？
- 総経過時間最小の加工順序は？

最適加工順序



ワークシート有

最適な加工順は？



最適!

加工順序問題の素朴な解き方 (総当り法)

すべての加工順でのガントチャート作成
⇒総経過時間を算出

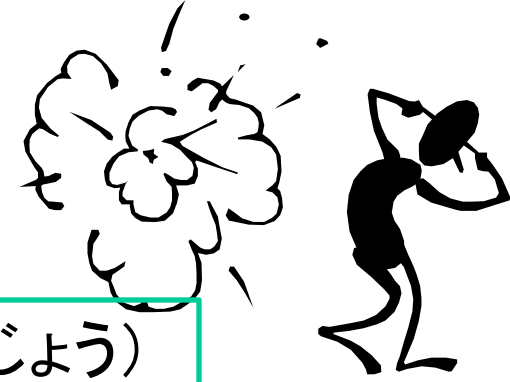


ガントチャートの必要枚数

- 製品 3個の時→6枚(=3 × 2 × 1)
- 製品 4個の時→24枚(=4 × 3 × 2 × 1)
- 製品 10個の時→3,628,800枚(=10 × ... × 1)
- 製品 20個の時→約2,400,000,000,000,000,000枚
=約240京枚
- 製品 50個の時→約 3.0×10^{64} 枚=約3不可思議



順序の総数



n個のものの並べ方:

階乗(かいじょう)

$$n \times (n - 1) \times \cdots \times 1 (=n!) \text{通り}$$

仮定: 100万枚/秒でガントチャート作成可能

計算時間

★製品20個の時 約675,806,113時間
= 約28,158,588日
= 約77,146年

★製品50個の時 約 9.6×10^{50} 年
= 約 7×10^{46} (約700極)宇宙年

組合せ的爆発

コンピュータの限界

2008年11月

- 超高速コンピュータの速度 1105TFlops(兆回演算/秒)
 - 製品 20個のとき 2202秒=約37分
 - 製品 50個のとき 約 6×10^{32} 宇宙年(約6溝宇宙年)
- ひとつの計算機の速さの限界 約600億回/秒
+ 並列化: 極小コンピュータを大気圏内に設置
= 1.2×10^{30} 回/秒くらい演算可能
 - ⇒ 製品50個のとき
約 6×10^{20} 宇宙年(=約6該宇宙年)



総当り法で最適解を求める困難性

- 高速コンピュータでも事実上不可能!!
- 情報技術(IT)の永遠の限界
- 最適化理論がチャレンジすべき課題

限界じゃ
あきらめなさい



アイデア...



ORスタッフ

× 素朴な解法

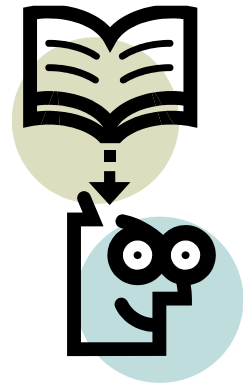
◎ 工夫

順番を決
めてよ!



現場

工夫したいいくつかの解法



機械2台の場合:

特殊化

– ジョンソン法

- 最適性保証, 効率良い

– 機械が3台: ある条件下で適用可

それ以外の場合:

– 分枝限定法(branch and bound):

- 実行可能解を列挙→最適加工順序をみつける
- 無用な列挙を避ける工夫
- 最悪の場合: 総当たり法とほぼ同じ時間要

– 発見的解法: 高速が基本, 最適性保証無



2機械の時 ジョンソン法

先処理機械M1,後処理機械M2

複数存在時は,
適当な順序付け

ステップ1

表中で加工時間最小の数字を見つける

ない

終了

M1側

M2側

ステップ2

その作業を前に処理

その作業を後で処理

ステップ3

その作業を表から削除



例題1(続) ジョンソン法の適用

	機械1(M1)	機械2(M2)
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

最適加工順序 **C** ▶ **B** ▶ **A**

総経過時間は17時間

↑
ガントチャートを描いて求める



繰り返し1回目

ステップ1: 最短加工時間2 (M1, C)

ステップ2: Cは加工順1番

ステップ3: Cを表から除く

繰り返し2回目

ステップ1: 最短加工時間2 (M2, A)

ステップ2: Aは加工順3番

ステップ3: Aを表から除く

繰り返し3回目

ステップ1: 最短加工時間4 (M1, B)

ステップ2: Bは加工順2番

ステップ3: Bを表から除く

(終了)

練習

三つの製品 A, B, C を, 2 台の機械 M1, M2 で加工する。
加工は, M1→M2 の順で行う。

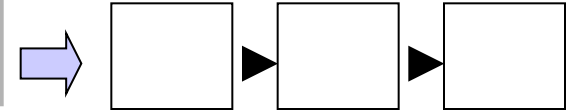
各製品を各機械で加工するのに要する時間は, 表のとおりである。
このとき, 三つの製品をどの順序で加工すれば,
全製品の加工終了までの時間が最短になるか。
(平成15年秋初級シスアド午前問72)

	機械M1	機械M2
製品A	7	3
製品B	5	6
製品C	4	2

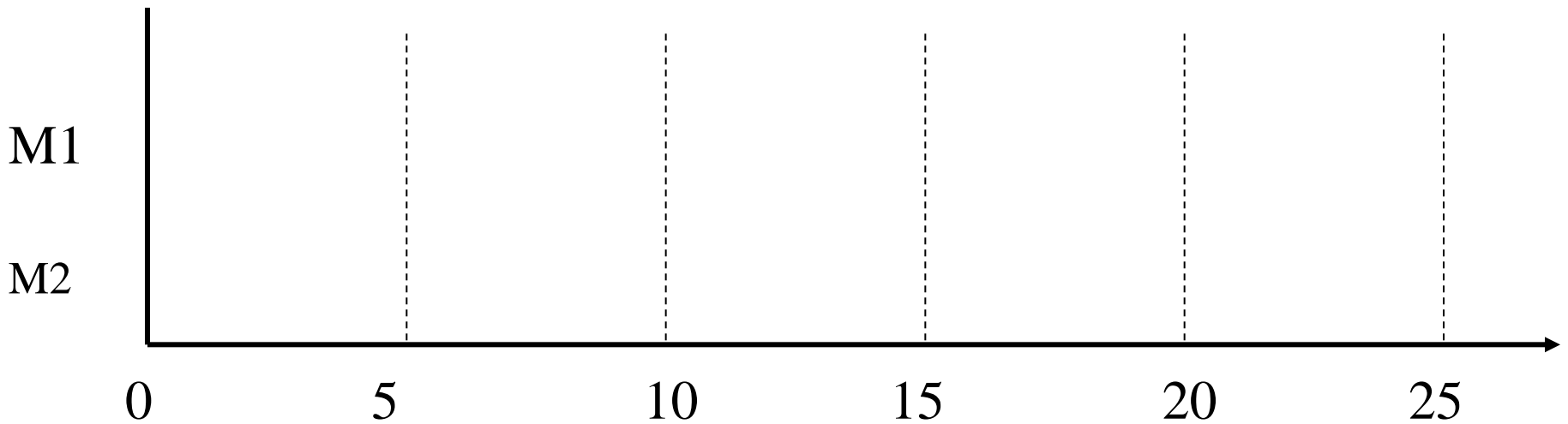


練習 作業シート

(1) ジョンソン法で最適加工順を導出しよう



(2) 最適加工順でのガントチャートを描こう



(3) 総経過時間を求めてみよう

→ 時間

学籍番号 _____

氏名 _____



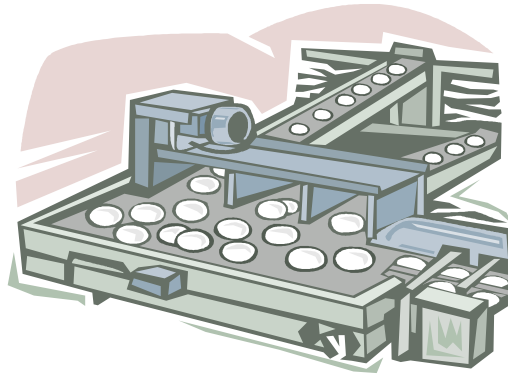
演習2

各製品の加工必要時間

製品	旋盤	研削盤
A	3	4
B	8	7
C	6	7
D	9	8
E	8	4
F	7	2
G	5	6
H	5	1

まず旋盤で削って穴をあけ，次に研削盤で磨いて仕上げる製品が8個ある。

最適加工順序とその総経過時間を求めよ。



最適性の保証

ジョンソン法は最適加工順を求めているのだろうか？

製品	M1	M2
A	a_1	a_2
B	b_1	b_2

A→B順の
総経過時間

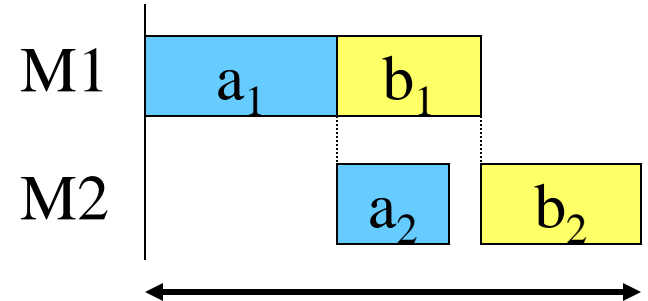
まとめると

(A→B順の総経過時間)

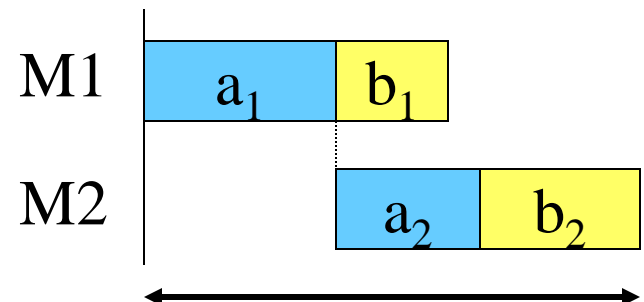
$$= \begin{cases} a_1 + b_1 + b_2 & (b_1 > a_2 \text{の時}) \\ a_1 + a_2 + b_2 & (b_1 \leq a_2 \text{の時}) \end{cases}$$

$$= a_1 + b_2 + \max\{b_1, a_2\}$$

$b_1 > a_2$ の時



$b_1 \leq a_2$ の時



$a_1 + a_2 + b_2$

最適性の保証(続)

- (A→B順の総経過時間) $=a_1+b_2+\max\{a_2,b_1\}$
- (B→A順の総経過時間) $=b_1+a_2+\max\{b_2,a_1\}$

A→B順が良い

$$\Leftrightarrow a_1+b_2+\max\{a_2, b_1\} \leq b_1+a_2+\max\{b_2, a_1\}$$

$$\max\{-b_1,-a_2\} \leq \max\{-b_2,-a_1\}$$

$$-\min\{b_1,a_2\} \leq -\min\{b_2,a_1\}$$

$$\min\{b_1,a_2\} \geq \min\{b_2,a_1\}$$

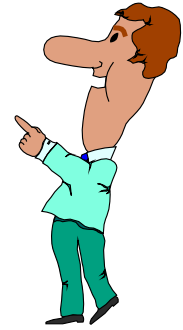
$\Leftrightarrow a_1$ 又は b_2 が表中で最小の加工時間



問題設定の拡張

- 2機械 n 製品の時: ジョンソン法
- 3機械 n 製品の時は何?
 - ジョンソン法の正当性から拡張可能?
 - ある条件下でのみ拡張可
 - ⇔条件を満たさない時は未解明





機械が3台の場合

- ジョンソン法が適用できる条件:

$$\max \{ M2 \text{の加工時間} \} \leq \min \{ M1 \text{及び} M3 \text{での加工時間} \}$$

- 適用方法

2台の合成機械の問題に変形しジョンソン法を適用

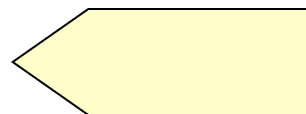
	機械	機械	機械
	M1	M2	M3
製品A	a1	a2	a3
製品B	b1	b2	b3



	機械	機械
	M1+M2	M2+M3
製品A	a1+a2	a2+a3
製品B	b1+b2	b2+b3



最適加工順序



最適加工順序を導出

演習3

8種類の資料(A~H)の整理・点検・製本の作業を順に行いたい。整理・点検・製本の作業は専門班(各1班)が行い、混乱を避けるため、異なる資料の作業を同時に行ってはならない。

- ① 総作業日数を最小にする作業順を求めよ。
- ② そのときの総作業日数を求めよ。



各資料毎の作業日数

資料	整理	点検	製本
A	7	3	5
B	3	2	5
C	6	2	4
D	9	3	6
E	3	3	7
F	4	1	3
G	7	2	5
H	5	2	6

単位:日

3機械以上の場合

- 厳密性優先 **分枝限定法**(Branch and Bound)
 - 加工順パターンを工夫しながら探索する
- 時間優先 **発見的解法**(ヒューリスティックス)
 - 経験・実験で良い解を出すと知られている方法
 - 最適性の保証無

厳密な
高速解法は
知られていない



最先端研究者の挑戦テーマ

分枝限定法のイメージ

1番目

A

B

C

2番目

A B

A C

B A

B C

C A

C B

3番目

~~A B C~~

~~A C B~~

B A C

B C A

C A B

C B A

18時間

18時間

17時間

詳しくは後日の講義で

発見的解法のひとつの例

- 字引式順序法

- 先機械の加工時間が短い製品を優先

	M1	M2	M3	M4
A	4	2	3	5
B	6	4	2	5
C	6	4	2	5
D	7	2	4	4
E	5	3	1	6
F	5	1	3	5

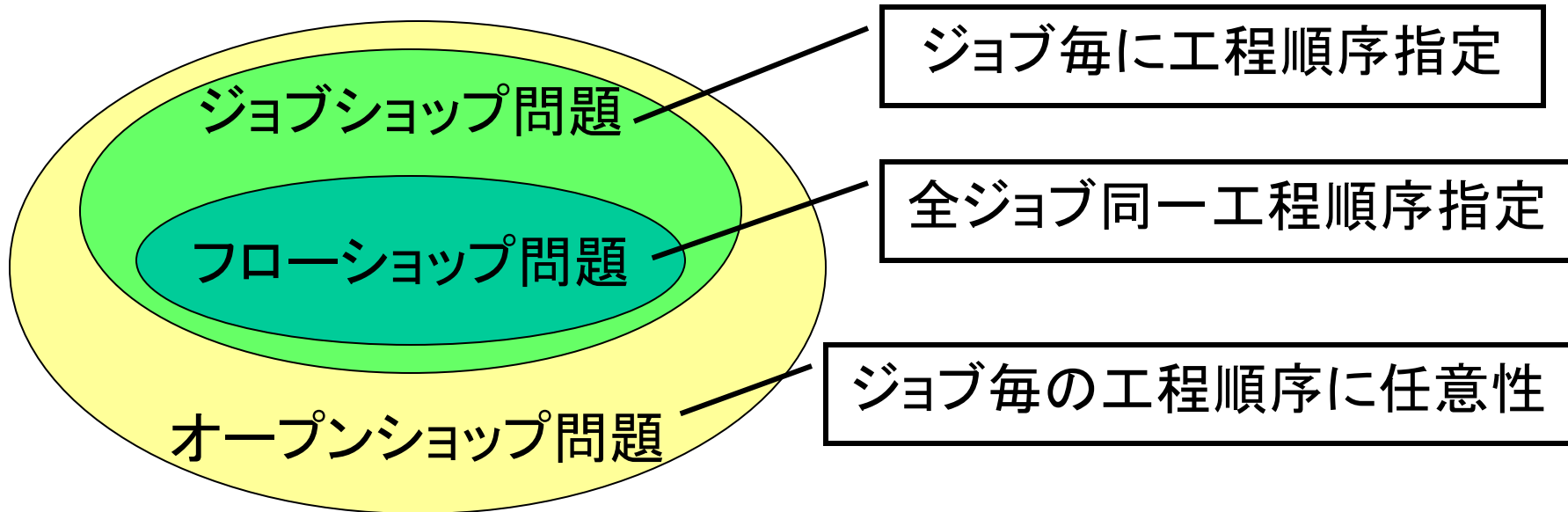
A→F→E→B→C→Dがひとつの加工順として導かれる。

最適性の保証はない

近傍解での吟味が必要

さらに現実的なモデルへ

基本的(古典的)なスケジューリング問題



より利用効果の高い問題の解決へ

- ▶ FMS スケジューリング
(flexible manufacturing system)
- ▶ 資源制約付きスケジューリング
- ▶ グループスケジューリング

等

様々な評価基準

- 終了時間の最小化

他にも

- 滞留時間和の最小化
- 最大納期遅れの最小化
- 納期遅れ和の最小化 等

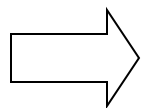
様々なスケジューリングの問題に対応するには多くの手法を身につけないといけないんだな~



様々なモデル

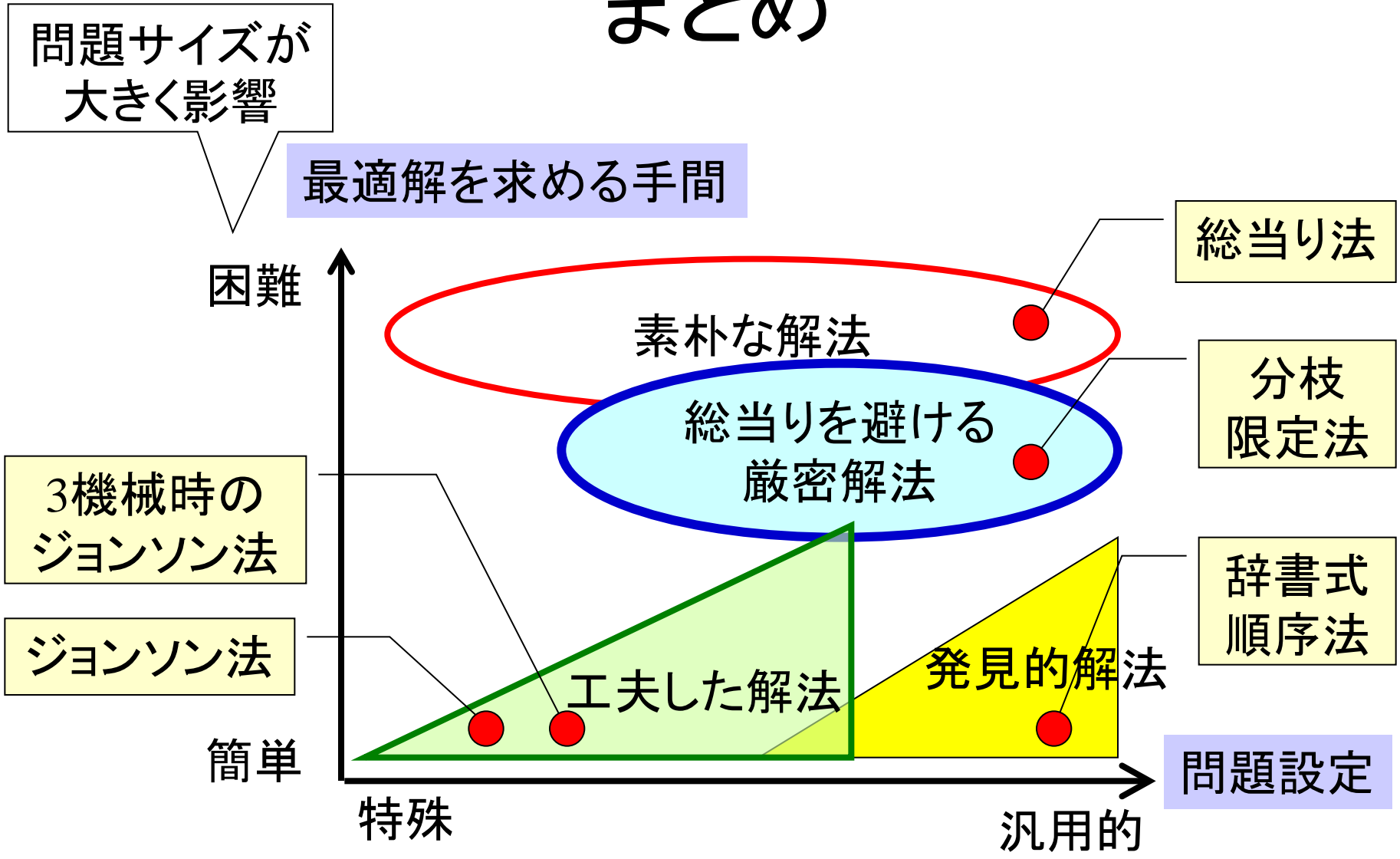
+

様々な評価基準



多くのスケジューリング問題が存在する

まとめ



加工順序問題の場合

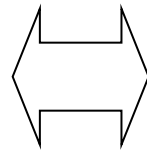
この先続く議論

- 手間のかかる \leftrightarrow 手間のかからない解法
 - 解法の比較, 評価の方法
- 問題ごとの難易度の見極め
 - 問題の難しさのランク付け



寄り道：数詞

日本
4桁上がり



- 米語, 仏語: 3桁上がり
- 独語, (英語): 6桁上がり

- 一, 十, 百, 千
- 万, 億, 兆
- 京(けい) = 10^{16}
- 垓(がい), し, 穰(じょう), 溝(こう), 澗(かん), 正(せい), 載(さい), 極(ごく), 恒河沙(ごうがしゃ), 阿僧祇(あそうぎ), 那由他(なゆた), 不可思議(ふかしぎ)
- 無量大数(むりょうたいすう) = 10^{68}

(例)

ミリオン = 10^6 (共通)

ビリオン = 10^9 (米, 仏), 10^{12} (英, 独)

Google: 「googol(ゴーゴル) = 10^{100} 」が元