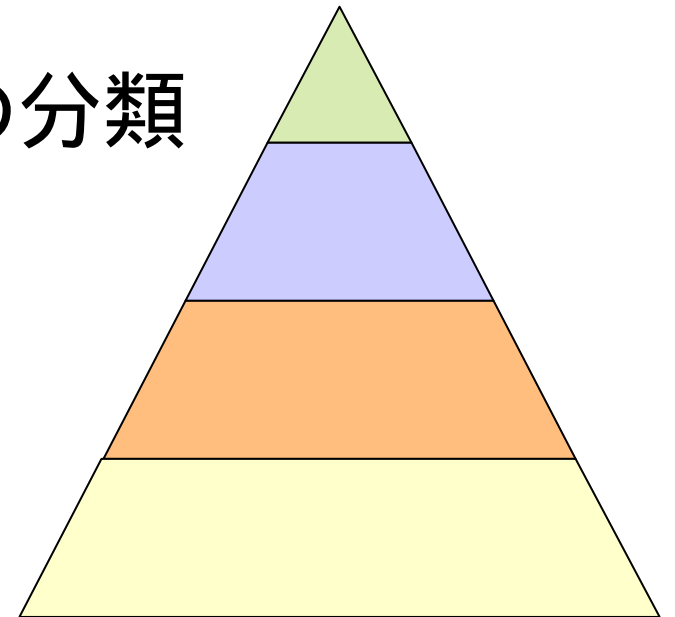


易しい問題・解きにくい問題

直面する問題の難しさの分類



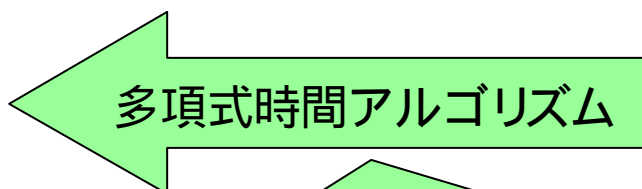
効率の良さの分岐線



計算時間の比較

計算機の速さ	1 億演算/秒				
nの大きさ	$n \log_2 n$	n^2	n^5	2^n	$n!$
10	3.3E-07	1.0E-06	1.0E-03	1.0E-05	3.6E-02
20	8.6E-07	4.0E-06	3.2E-02	1.0E-02	2.4E+10
30	1.5E-06	9.0E-06	2.4E-01	1.1E+01	2.7E+24
40	2.1E-06	1.6E-05	1.0E+00	1.1E+04	8.2E+39
50	2.8E-06	2.5E-05	3.1E+00	1.1E+07	3.0E+56
100	6.6E-06	1.0E-04	1.0E+02	1.3E+22	9.3E+149
1000	1.0E-04	1.0E-02	1.0E+07	1.1E+293	#NUM!
10000	1.3E-03	1.0E+00	1.0E+12	#NUM!	#NUM!
	1秒以内	1日以内	1年以内	宇宙暦以内 (約150億年)	宇宙暦以上

(秒)



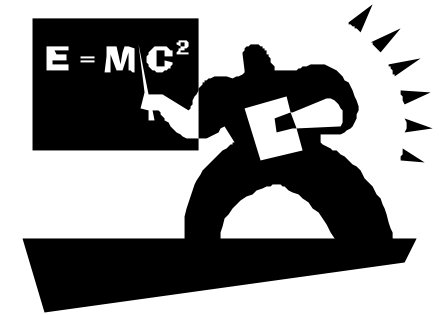
効率の良い解法の代名詞

この辺でどう?



効率の悪い解法の代名詞

豆知識講座 3.3E-07って？



- 電卓・EXCELで出てくる表示。(指数表示)

指数部 桁数を示す

- $3.3E-07 = 3.3 \times 10^{-7}$
 $= 3.3 \times 0.0000001$
 $= 0.00000033$

$$10^{-7} = \frac{1}{10^7}$$
$$= \frac{1}{10000000}$$

桁数の多い数字の桁数をイメージしやすくする表示方法

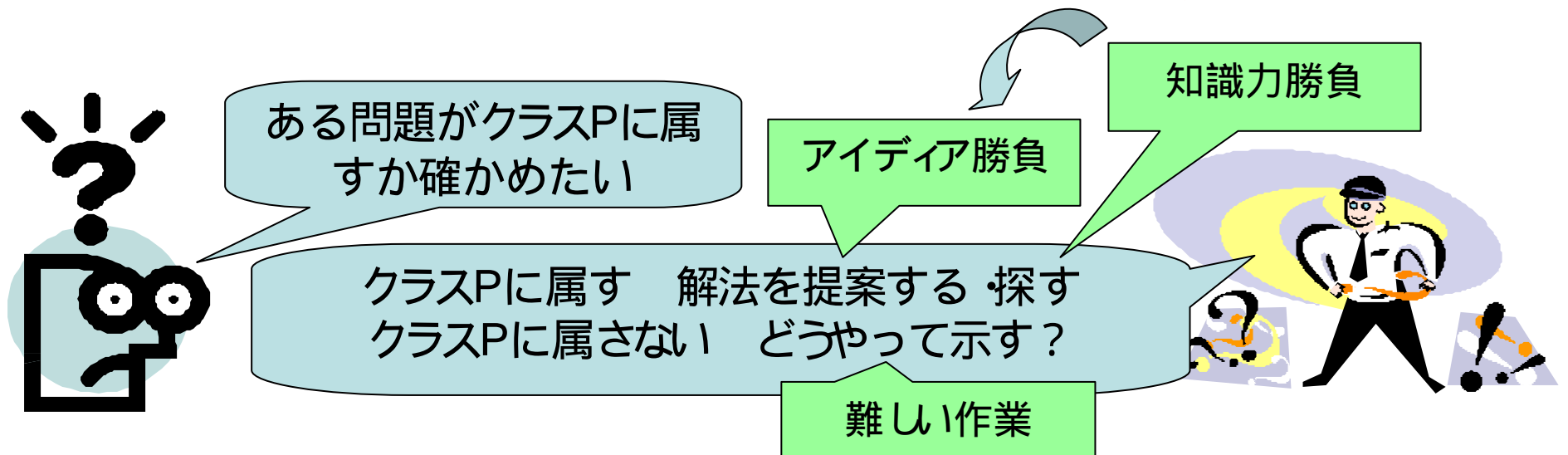
(他の例)

- $3.1E+00 = 3.1 \times 10^0 = 3.1$
- $1.1E+04 = 1.1 \times 10^4$
 $= 1.1 \times 10000$
 $= 11000$

多項式時間アルゴリズム (polynomial-time algorithm)

- 入力サイズ n
- 多項式 $f(n) = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0$
- 最悪計算量が $O(f(n))$

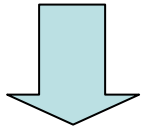
多項式時間アルゴリズムが存在する問題の集まり **クラスP**



クラスPに (まだ) 属さない問題達

問題の難しさ

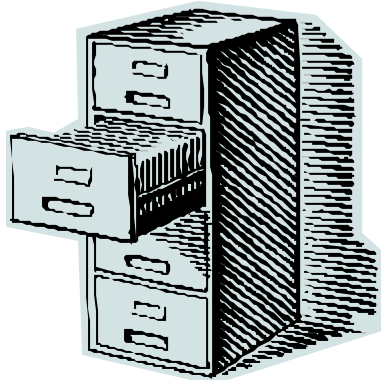
この部分をもう少し
整理したい



整理する問題の
タイプを限定 クラスNP



多くのORの問題



理論的にアルゴリズムで
解けない問題

(例) HALT

素朴な方法で理論的には解けるが、
現実的な時間では解けない問題

(例)
多機械の最適加工順序問題
ジョブショップ・オープンジョブ

多数の問題が
残っている

現実に解ける問題

既に多項式時間解法が
提案されている

- (例)
- 2機械の場合の最適加工順序問題
 - 日程計画 (PERT) 最小費用日程短縮 (CPM)
 - 最小木 最短路 最大流 最小費用流

更なる高速化
は重要な課題

クラスP

クラスNP

- 答えがYESである証拠が多項式時間で確認できる決定問題

次のページ

- 例：(決定問題)
22時間以内に終了する加工順序はある？

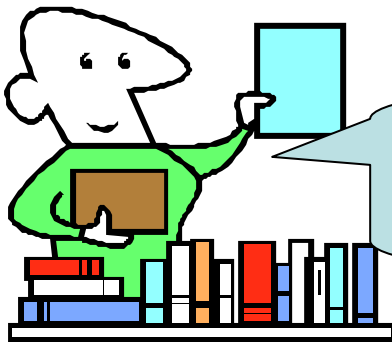
– (証拠)加工順序を1つ示す

22時間以内に終了するかは製品数(n)程度で確認可能

クラスNPに属する

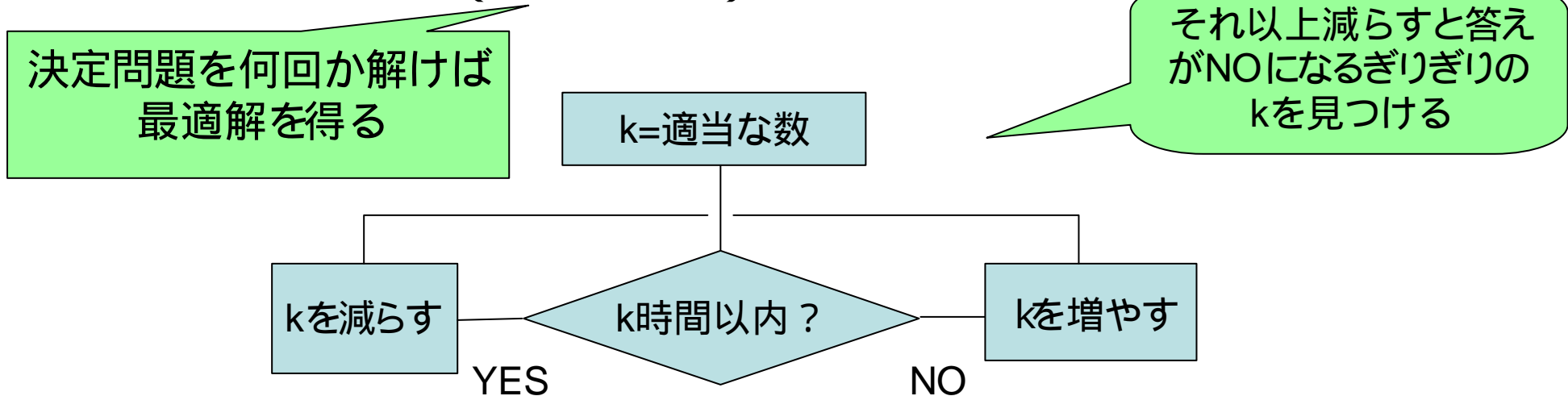
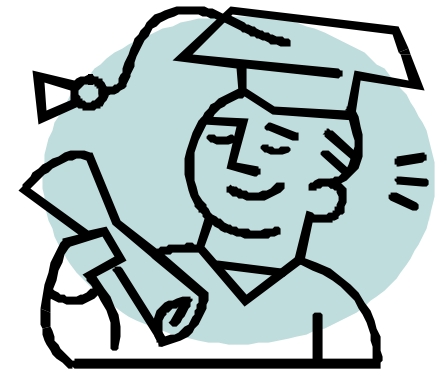
ORの問題の(決定問題版)はほぼクラスNP

総当り法(素朴な方法)で理論的には解ける決定問題は、ほとんどクラスNPに属す

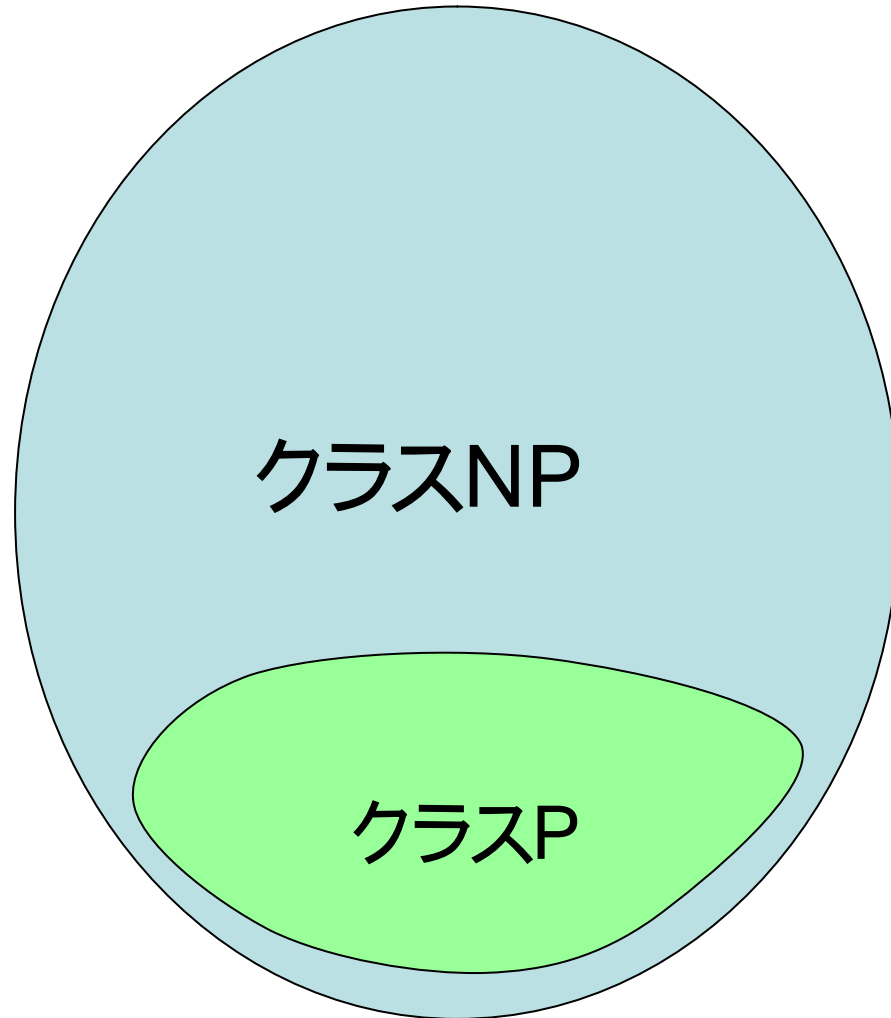


決定問題

- 決定問題 :YES/NOで答える問題
 - (最適化問題)
最適加工順序を求めよ
 - (決定問題)
22時間以内に終了する加工順序はある？
- 最適化問題 (変換可能) 決定問題



クラスPとクラスNP



最適解を多項式時間で
見つけることが可

クラスPに属す決定問題は
必ずクラスNPに属す

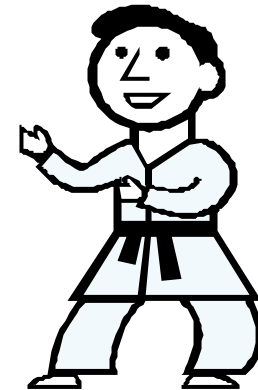
YESの証拠を多項式時
間で確認可



(まだ)クラスPではないクラスNPの問題たち

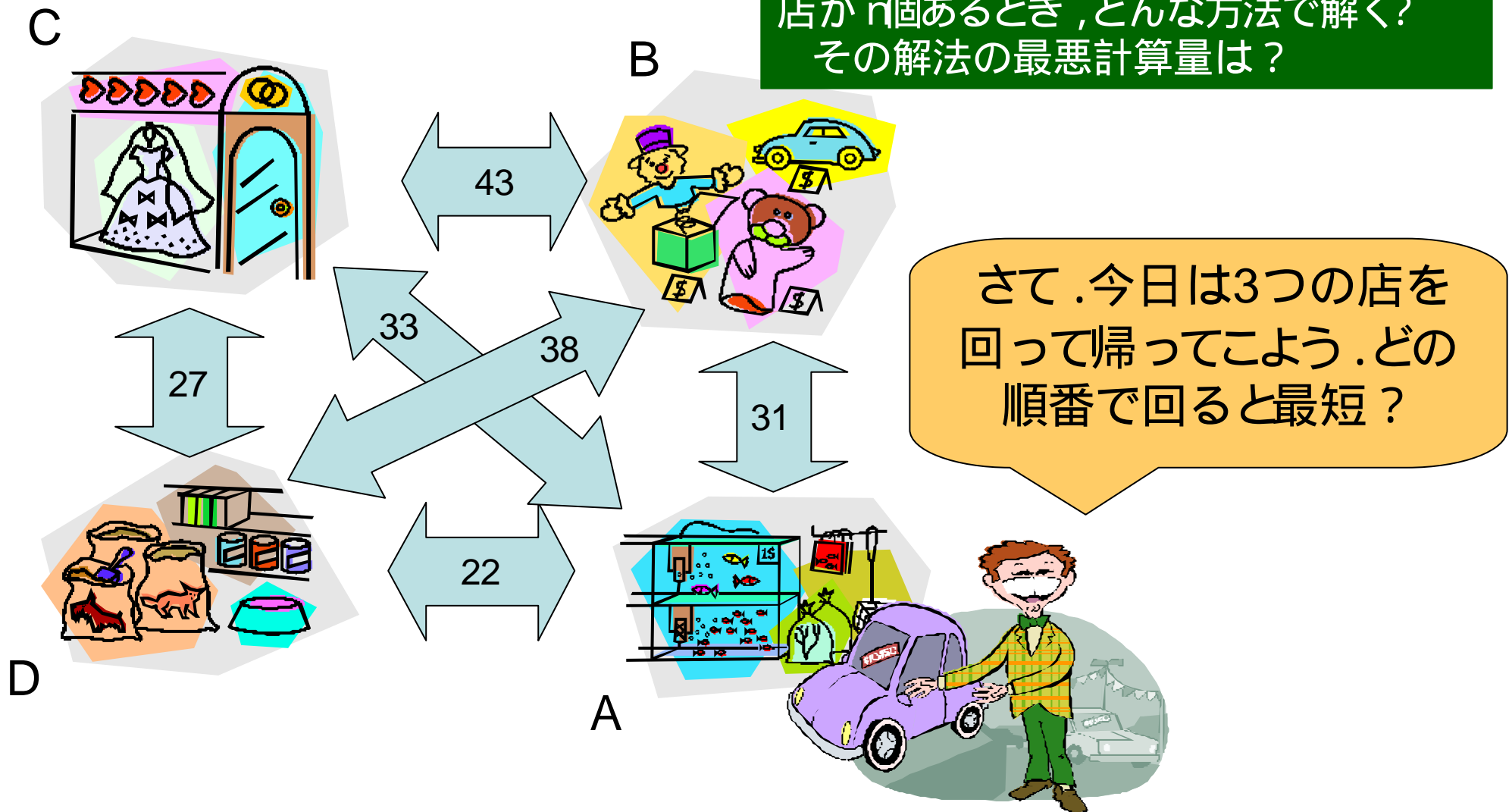
- 配送便の配達経路 .最短の配達経路は？
 - 巡回セールスマン問題
- 限られた積載量 .利益最大積荷選択方法は？
 - ナップサック問題
- ある県の営業区域 .平等な区域割りとは？
 - 集合分割問題

他にも多数の問題がある



巡回セールスマン問題 traveling salesman problem (TSP)

店が n 個あるとき, どのような方法で解く?
その解法之最悪計算量は?



ナップサック問題



- 貨物船で以下の在庫を輸出し利益を得たい
- 貨物船の最大積載重量 :100t
- 在庫管理の都合上 ,輸出する製品は在庫すべてを積む

製品名	小麦	米	大豆	コーン	澱粉
在庫量 (t)	30	45	35	10	50
利益見込	25	15	30	10	20

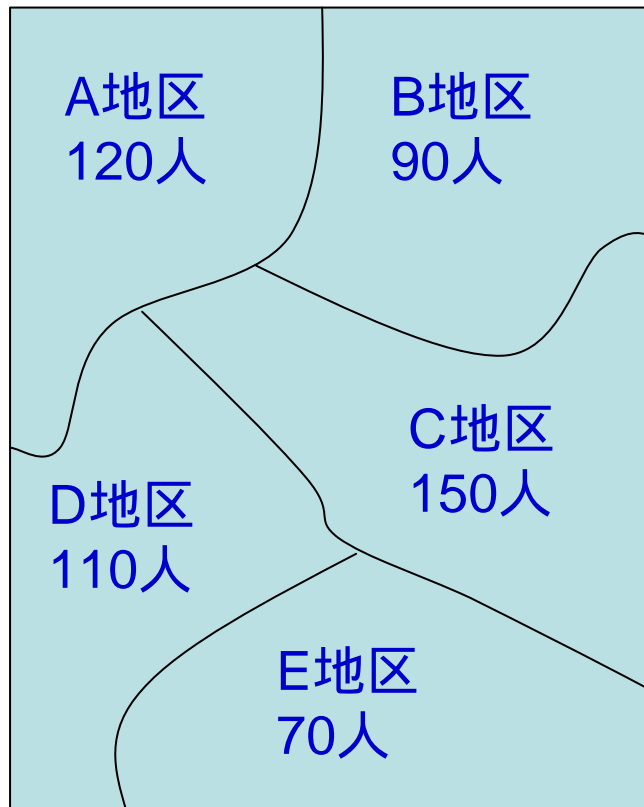
在庫すべてを輸出した
場合

Q. 総利益を最大にするには ,何を積む？

製品数が n 個の時 ,どんな解法で解く？
その解法 of 最悪計算量は？



集合分割問題



- 5地区を3人の営業マンが担当する
- 1地区は1人だけで担当
- 隣接しない地区を1人が併せて担当することはできない
- 3人の負担をなるべく平等にする担当地区の割当を考えてくれ！

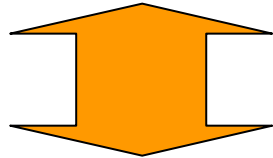


地区数が n 個の時、
どんな解法で解く？
その解法之最悪計算量は？

クラスNPでの大発見

Karp博士の発見 (1972年) の大雑把な解釈

クラスNPに属する**すべての問題**はTSP (の決定問題) に簡単に (多項式時間の手間で) 変形可能



TSPはクラスNPに属する問題の中で**最も難しい**

TSPに対して多項式時間解法があれば、
クラスNPに属する問題は
すべて多項式時間で解ける

更なる事実

TSP ナップサック問題

TSP 集合分割問題

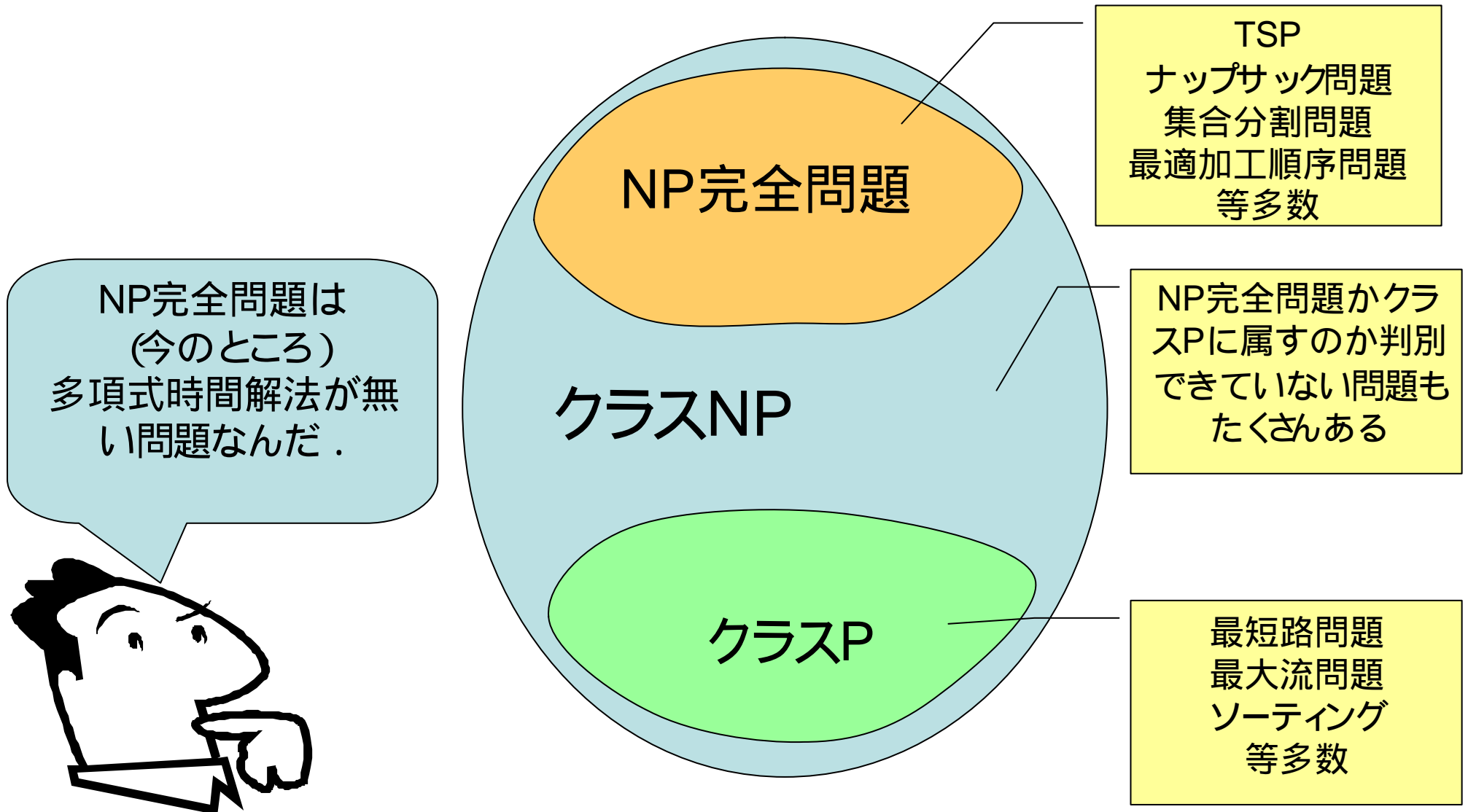
⋮

両者は同じ位
難しい

TSPの仲間たち

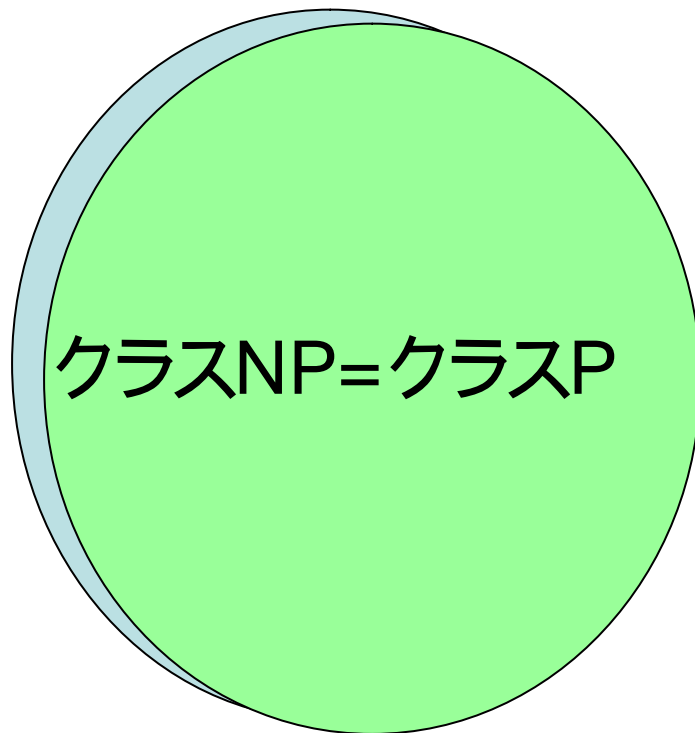
NP完全問題

クラスPとクラスNPとNP完全問題



P=NP?

- NP完全問題のひとつに対して多項式時間解法が存在したら...



多くの研究者は
NP Pと思っている



NP Pも未だ謎

誰も示していない。
未だ謎

NP完全問題

近似解法や
分枝限定法での
アプローチが得策

- NP完全問題 = 難しい? たぶん本当



まとめ



- 問題の難しさには階層がある
 - 解けない問題
 - クラスNP
 - クラスP
- クラスNPの中にも難しさの階層がある
 - NP完全問題
- 問題への解法を考える際は、まず問題の難しさのレベルに気を配るべき