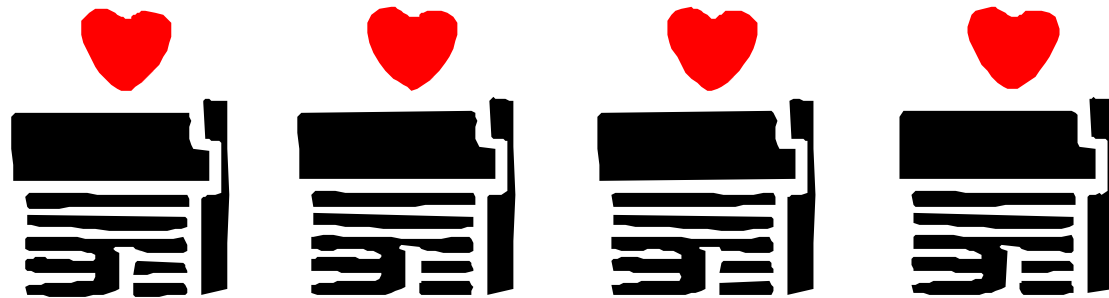


# 乱数を用いたシミュレーション

釣り銭は何枚準備すればよいか?



# コンパの釣り銭の準備



- 会費6000円のコンパを開く.
- 参加者は20人 .
- (仮定) 使用紙幣は1万円札か千円札  
一万円札で支払う確率は $1/2$   
到着順に参加費を払う
- 「問題」  
幹事は千円札を何枚用意しておけばよいの  
だろうか?

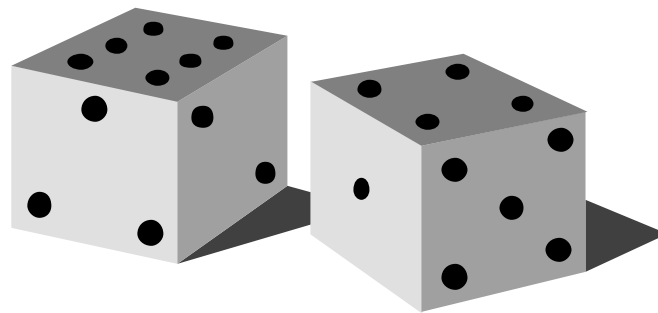
# 数理モデルの作成

- 状態の変化を数式で表そう
- ある時点 : 一万円札  $x$  枚 , 千円札  $y$  枚
  - 次の参加者が1万円札で支払った  
 $x \quad x+1, y \quad y-4$
  - 次の参加者が千円札で支払った  
 $x \quad x, \quad y \quad y+6$
  - どちらの支払いをするかはわからない.  
**確率的**



# 確率的現象のモデルへの導入

- 次々とやってくる参加者の支払い方法のパターン 確率的
- 確率的な現象といえは
  - コイン投げ
  - サイコロ振り



# 手作業での確率的シミュレーション

コイン投げ

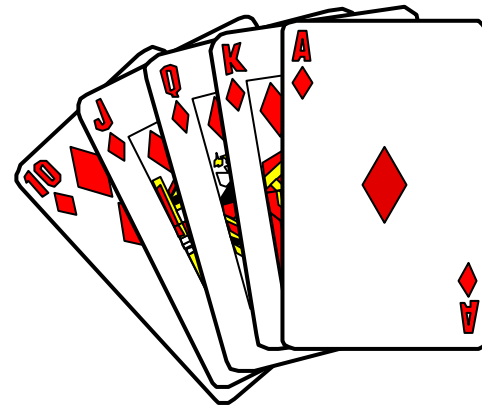
表 : 一万円札  
× 1枚

裏 : 千円札  
× 6枚

参加者	コイン投げの結果		支払方法	初期状態	一万円札	千円札
				0	0	
1	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
2	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
3	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
4	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
5	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
6	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
7	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
8	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
9	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
10	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
11	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
12	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
13	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
14	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
15	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
16	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
17	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
18	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
19	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
20	表	裏	一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
					(枚)	(枚)
			幹事が準備しておくべきだった千円札の枚数 =			

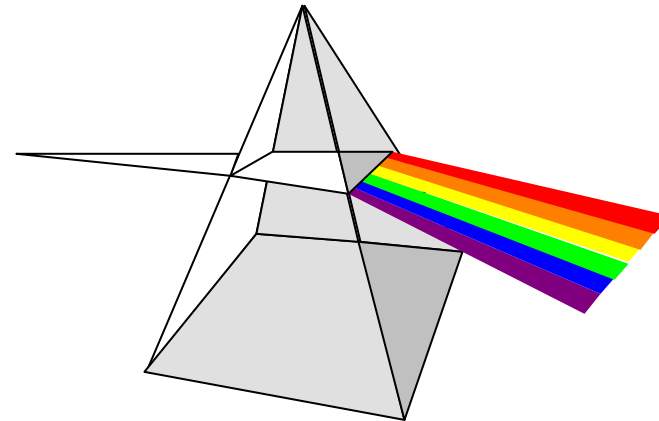
# 実験からわかること 必要枚数の分布

- 千円札は何枚程準備しておけば妥当なのだろうか?
  - 寄り精度の高い結果を得るためには数多くの実験が必要になる.
- コイン投げでは実験回数に限界がある.
  - 乱数の利用.



# 乱数とは

- 乱数 = でたらめな数列
- でたらめ:
  - 出現回数がほぼ同じ割合 ( 一様乱数)
  - 出現の非規則性



# 乱数表

- 0から9までの数字がでたらめに出現するように作られた表.
  - 注意:長い系列ででたらめになっている .短い範囲では必ずしもでたらめではない .  
シミュレーションもあまり短い系列について行っても意味が無い
- 使い方:適当な場所から適当な方向に進み数字の系列を得る.



# 乱数表を利用したシミュレーション

数字

0~ 4 :  
一万円札 × 1枚

5~ 9 :  
千円札 × 6枚

参加者	乱数	支払方法		一万円札	千円札
			初期状態	0	0
1		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
2		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
3		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
4		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
5		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
6		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
7		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
8		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
9		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
10		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
11		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
12		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
13		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
14		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
15		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
16		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
17		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
18		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
19		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
20		一万円 × 1枚	千円 × 6枚		
				(枚)	(枚)
幹事が準備しておくべきだった千円札の枚数 =					

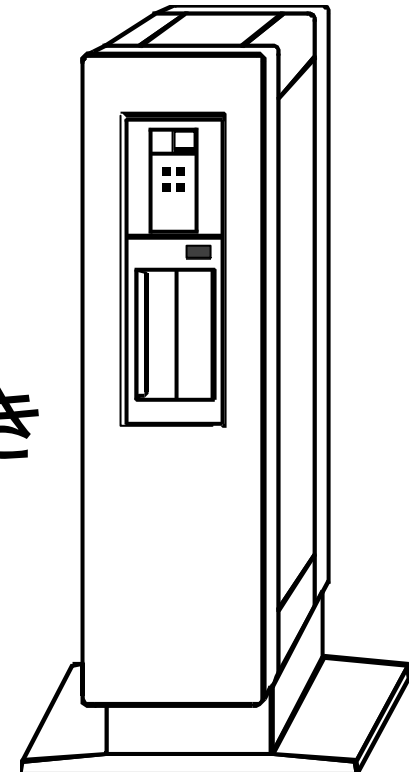
# 乱数利用の長所

- 出現回数を自由に設定できる
  - 例 :一万円札での支払確率が0.3の時
    - 0 ~ 2 :一万円での支払
    - 3 ~ 9 :千円札での支払
- シミュレーションを再現できる
  - 実験の正当性の証明が可能



# Excelを用いた実験

- 今までやってきた作業はコンピュータの得意分野 利用しよう!
- MS Excelにおいて
  - $[0,1]$ -乱数発生関数 :=rand()
  - 条件文 :=if(条件,true,false) で実現
- シミュレーション実験をExcelで実現できる



# 釣り銭問題 の実行例

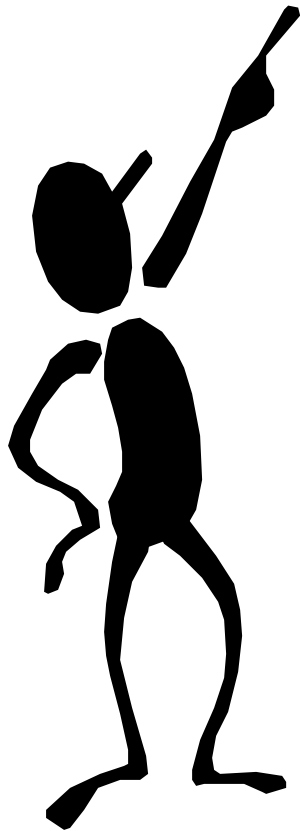


会費		6000		
一万円札で支払う確率		0.6		
千円札で支払う確率		0.4		
出席人数		20		
出席者	乱数	支払い	一万円札	千円札
			0	0
1	0.398	10000	1	-4
2	0.693	6000	1	2
3	0.986	6000	1	8
4	0.339	10000	2	4
5	0.165	10000	3	0
6	0.530	10000	4	-4
7	0.956	6000	4	2
8	0.847	6000	4	8
9	0.543	10000	5	4
10	0.764	6000	5	10
11	0.148	10000	6	6
12	0.131	10000	7	2
13	0.179	10000	8	-2
14	0.648	6000	8	4
15	0.382	10000	9	0
16	0.512	10000	10	-4
17	0.560	10000	11	-8
18	0.782	6000	11	-2
19	0.780	6000	11	4
20	0.513	10000	12	0
			不足枚数	8

# program

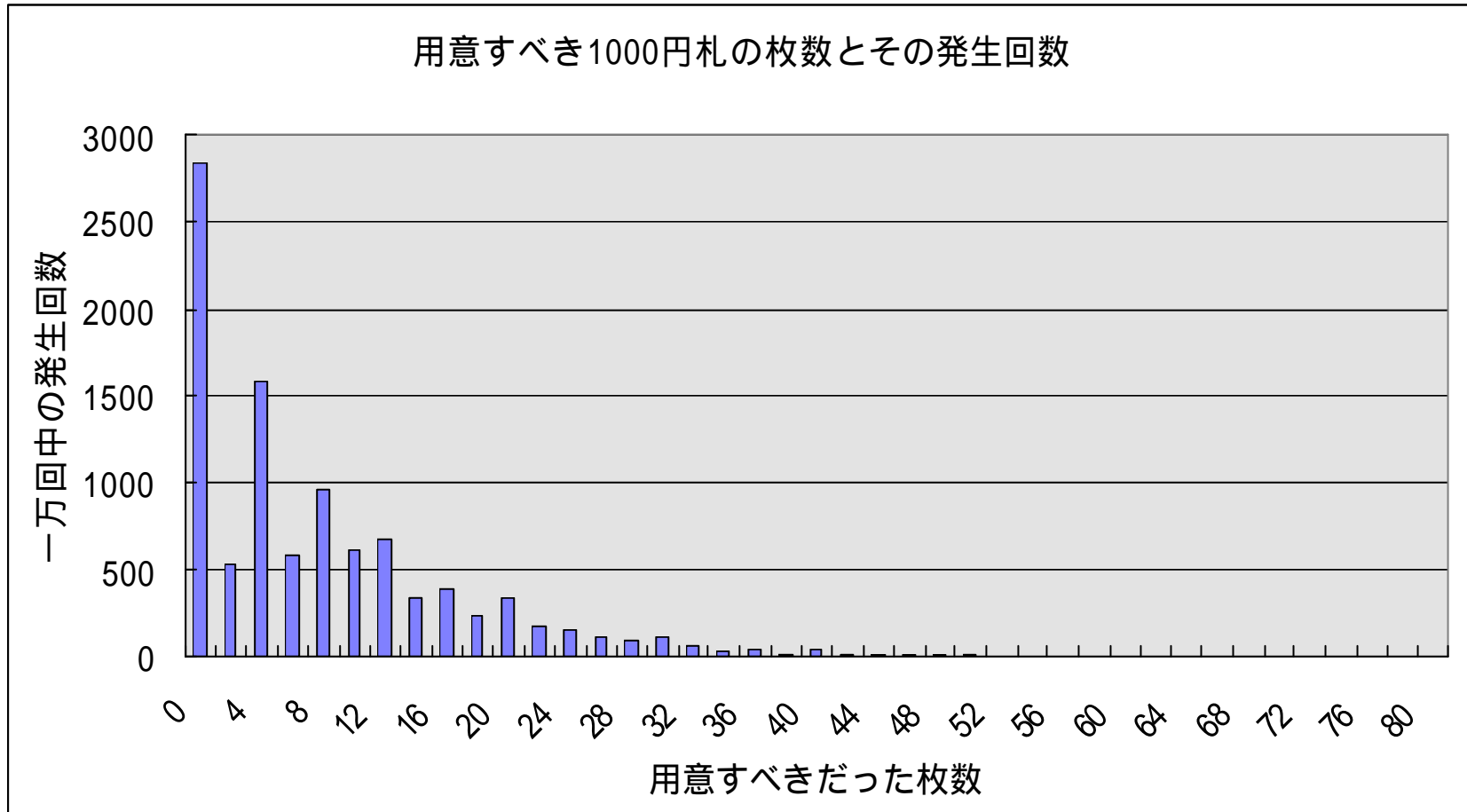
	A	B	C	D	E
1	釣り銭問題				
2					
3	会費		6000		
4	一万円札で支払う確		0.6		
5	千円札で支払う確率		=1-\$C\$4		
6	出席人数		20		
7					
8	出席者	乱数	支払い	一万円札	千円札
9				0	0
10	1	=RAND()	=IF(B10<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B10<\$C\$4,D9+1,D9)	=IF(B10<\$C\$4,E9-4,E9+6)
11	2	=RAND()	=IF(B11<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B11<\$C\$4,D10+1,D10)	=IF(B11<\$C\$4,E10-4,E10+6)
12	3	=RAND()	=IF(B12<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B12<\$C\$4,D11+1,D11)	=IF(B12<\$C\$4,E11-4,E11+6)
13	4	=RAND()	=IF(B13<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B13<\$C\$4,D12+1,D12)	=IF(B13<\$C\$4,E12-4,E12+6)
14	5	=RAND()	=IF(B14<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B14<\$C\$4,D13+1,D13)	=IF(B14<\$C\$4,E13-4,E13+6)
15	6	=RAND()	=IF(B15<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B15<\$C\$4,D14+1,D14)	=IF(B15<\$C\$4,E14-4,E14+6)
16	7	=RAND()	=IF(B16<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B16<\$C\$4,D15+1,D15)	=IF(B16<\$C\$4,E15-4,E15+6)
17	8	=RAND()	=IF(B17<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B17<\$C\$4,D16+1,D16)	=IF(B17<\$C\$4,E16-4,E16+6)
18	9	=RAND()	=IF(B18<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B18<\$C\$4,D17+1,D17)	=IF(B18<\$C\$4,E17-4,E17+6)
19	10	=RAND()	=IF(B19<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B19<\$C\$4,D18+1,D18)	=IF(B19<\$C\$4,E18-4,E18+6)
20	11	=RAND()	=IF(B20<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B20<\$C\$4,D19+1,D19)	=IF(B20<\$C\$4,E19-4,E19+6)
21	12	=RAND()	=IF(B21<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B21<\$C\$4,D20+1,D20)	=IF(B21<\$C\$4,E20-4,E20+6)
22	13	=RAND()	=IF(B22<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B22<\$C\$4,D21+1,D21)	=IF(B22<\$C\$4,E21-4,E21+6)
23	14	=RAND()	=IF(B23<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B23<\$C\$4,D22+1,D22)	=IF(B23<\$C\$4,E22-4,E22+6)
24	15	=RAND()	=IF(B24<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B24<\$C\$4,D23+1,D23)	=IF(B24<\$C\$4,E23-4,E23+6)
25	16	=RAND()	=IF(B25<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B25<\$C\$4,D24+1,D24)	=IF(B25<\$C\$4,E24-4,E24+6)
26	17	=RAND()	=IF(B26<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B26<\$C\$4,D25+1,D25)	=IF(B26<\$C\$4,E25-4,E25+6)
27	18	=RAND()	=IF(B27<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B27<\$C\$4,D26+1,D26)	=IF(B27<\$C\$4,E26-4,E26+6)
28	19	=RAND()	=IF(B28<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B28<\$C\$4,D27+1,D27)	=IF(B28<\$C\$4,E27-4,E27+6)
29	20	=RAND()	=IF(B29<\$C\$4,10000,6000)	=IF(B29<\$C\$4,D28+1,D28)	=IF(B29<\$C\$4,E28-4,E28+6)
30					
31				不足枚数	=MAX(0,-MIN(E10:E29))

# データ収集



釣り銭問題					必要枚数の集計			実験回数	10018
					必要枚数	割合			
会費		6000							
一万円札で支払う確率	0.5				0	2838	0.28		
千円札で支払う確率	0.5				2	531	0.05		
出席人数		20			4	1586	0.16		
					6	589	0.06		
出席者	乱数	支払い	一万円札	千円札	8	961	0.10		
			0	0	10	615	0.06		
1	0.058	10000	1	-4	12	677	0.07		
2	0.117	10000	2	-8	14	344	0.03		
3	0.551	6000	2	-2	16	392	0.04		
4	0.361	10000	3	-6	18	235	0.02		
5	0.948	6000	3	0	20	336	0.03	90%	
6	0.152	10000	4	-4	22	177	0.02	90%	
7	0.631	6000	4	2	24	157	0.02	90%	
8	0.631	6000	4	8	26	118	0.01	90%	
9	0.519	6000	4	14	28	98	0.01	90%	
10	0.065	10000	5	10	30	111	0.01	90%	
11	0.690	6000	5	16	32	63	0.01	90%	
12	0.488	10000	6	12	34	36	0.00	90%	
13	0.302	10000	7	8	36	43	0.00	90%	
14	0.774	6000	7	14	38	16	0.00	90%	
15	0.687	6000	7	20	40	37	0.00	90%	
16	0.201	10000	8	16	42	18	0.00	90%	
17	0.485	10000	9	12	44	6	0.00	90%	
18	0.374	10000	10	8	46	10	0.00	90%	
19	0.535	6000	10	14	48	5	0.00	90%	
20	0.467	10000	11	10	50	13	0.00	90%	
					52	2	0.00	90%	
			不足枚数	8	54	2	0.00	90%	
					56	0	0.00	90%	
					58	1	0.00	90%	
					60	2	0.00	90%	
					62	0	0.00	90%	
					64	0	0.00	90%	
					66	0	0.00	90%	
					68	0	0.00	90%	
					70	0	0.00	90%	
					72	0	0.00	90%	
					74	0	0.00	90%	
					76	0	0.00	90%	
					78	0	0.00	90%	
					80	0	0.00	90%	

# グラフ



# 集計用プログラムの例

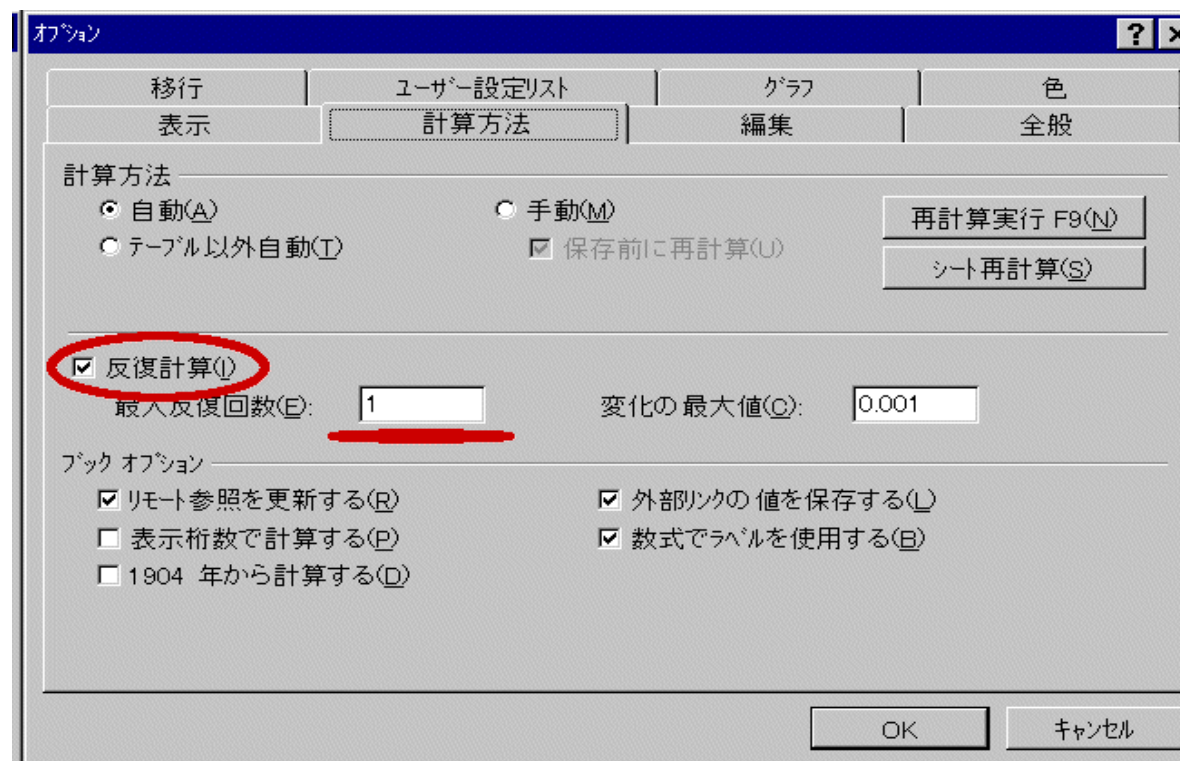
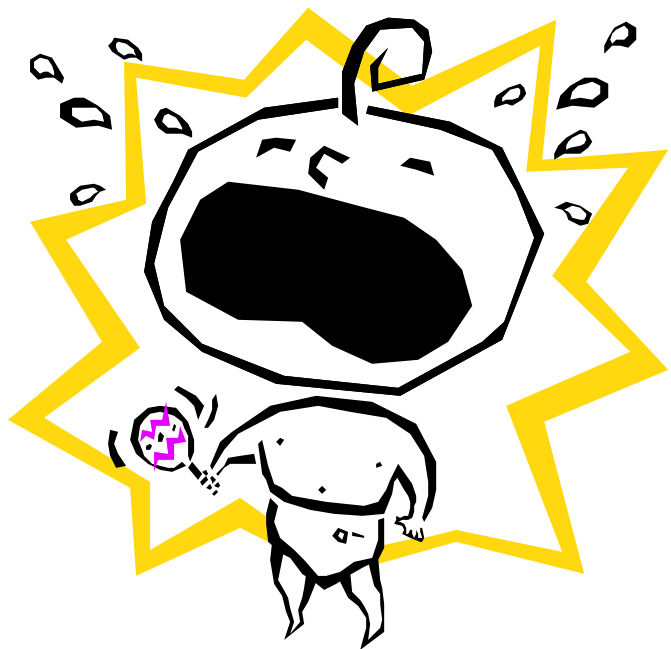
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	釣り銭問題						必要枚数の集計			
2									実験回数	=SUM(H4:H44)
3	会費	###					必要枚数		割合	
4	一万円札	0.5					=IF(\$E\$31=G4,H4+1,H4)		=H4/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H4)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
22	13	=RAI	=IF(B22<\$	=IF(B22<\$			36	=IF(\$E\$31=G22,H22+1,H22)	=H22/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H22)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
23	14	=RAI	=IF(B23<\$	=IF(B23<\$			38	=IF(\$E\$31=G23,H23+1,H23)	=H23/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H23)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
24	15	=RAI	=IF(B24<\$	=IF(B24<\$			40	=IF(\$E\$31=G24,H24+1,H24)	=H24/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H24)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
25	16	=RAI	=IF(B25<\$	=IF(B25<\$			42	=IF(\$E\$31=G25,H25+1,H25)	=H25/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H25)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
26	17	=RAI	=IF(B26<\$	=IF(B26<\$			44	=IF(\$E\$31=G26,H26+1,H26)	=H26/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H26)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
27	18	=RAI	=IF(B27<\$	=IF(B27<\$			46	=IF(\$E\$31=G27,H27+1,H27)	=H27/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H27)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
28	19	=RAI	=IF(B28<\$	=IF(B28<\$			48	=IF(\$E\$31=G28,H28+1,H28)	=H28/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H28)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
29	20	=RAI	=IF(B29<\$	=IF(B29<\$			50	=IF(\$E\$31=G29,H29+1,H29)	=H29/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H29)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
30							52	=IF(\$E\$31=G30,H30+1,H30)	=H30/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H30)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
31			不足枚数	=MAX(0,-			54	=IF(\$E\$31=G31,H31+1,H31)	=H31/\$J\$2	=IF(SUM(\$H\$4:H31)>0.9*\$J\$2,"▲90%","")
46										





# 自己参照セルの注意

- Excelでセルの自己参照は通常の設定ではうまくできません
- 自己参照の設定
  - 「ツール」 「オプション」を開いて 「計算方法」のタブを選択
  - 「反復計算」をチェックし 「最大反復回数」は「1」にする



# 演習1

- 例題のシミュレーション実験をExcelを用いて実際に行ってみてください。
  - C言語等のプログラミング言語を用いて実験を試みても結構です。



## 演習2



- 例題と同じ設定で,利用可能金種が一万円札,五千円札,千円札である時,幹事はどの札を何枚用意しておくべきか?
  - 支払パターン(お釣の渡し方のパターン)およびその確率は各自で設定せよ.
  - どのようなモデルを作成し,どのような実験を行い,どのような結果を得たかを明示せよ.
  - 十分なデータを基に結論を導くこと