

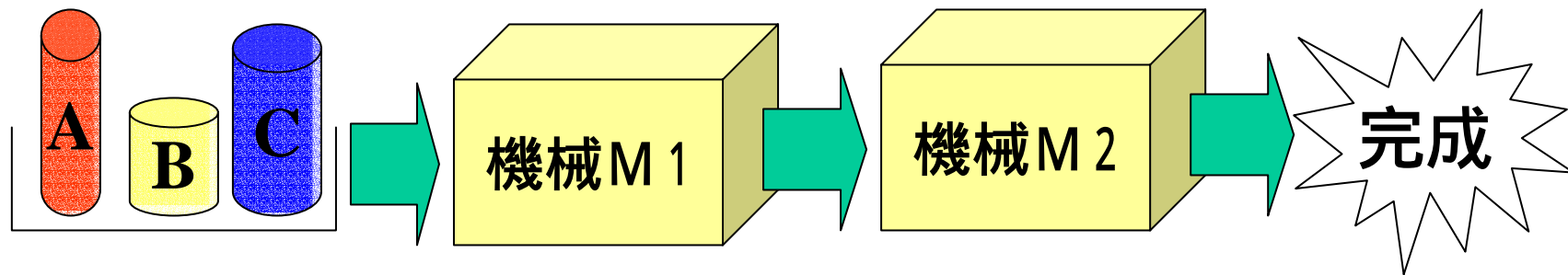
Scheduling

加工順序問題

どのような順で作れば早く終わる？

例題1 文教工業の生産効率化

文教工業には、はじめに機械1、次に機械2で仕上げる製品が3つある。



各製品が仕上げに必要なとする時間は右の通り。

	機械1	機械2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

工場長からの質問

早く作業を完了させたい。
3つの製品をどんな順番で加工する？

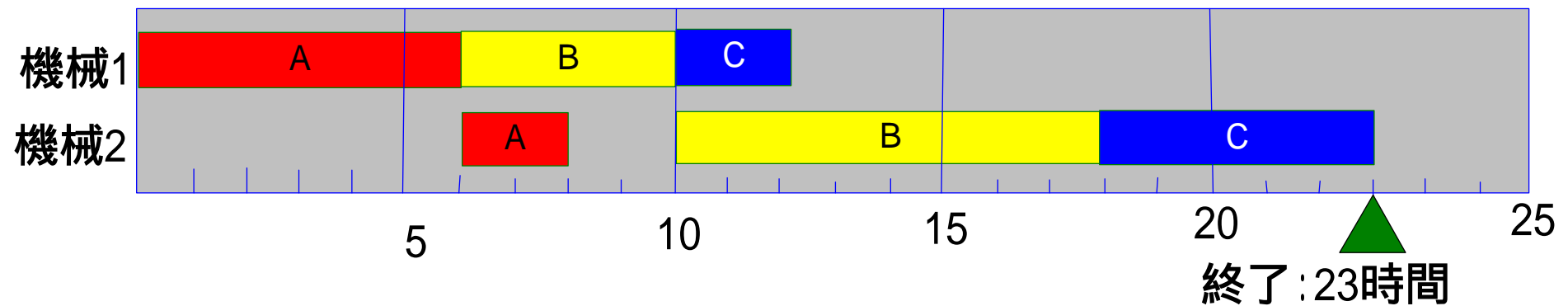


スケジューリング問題
(工程問題・加工順序問題)

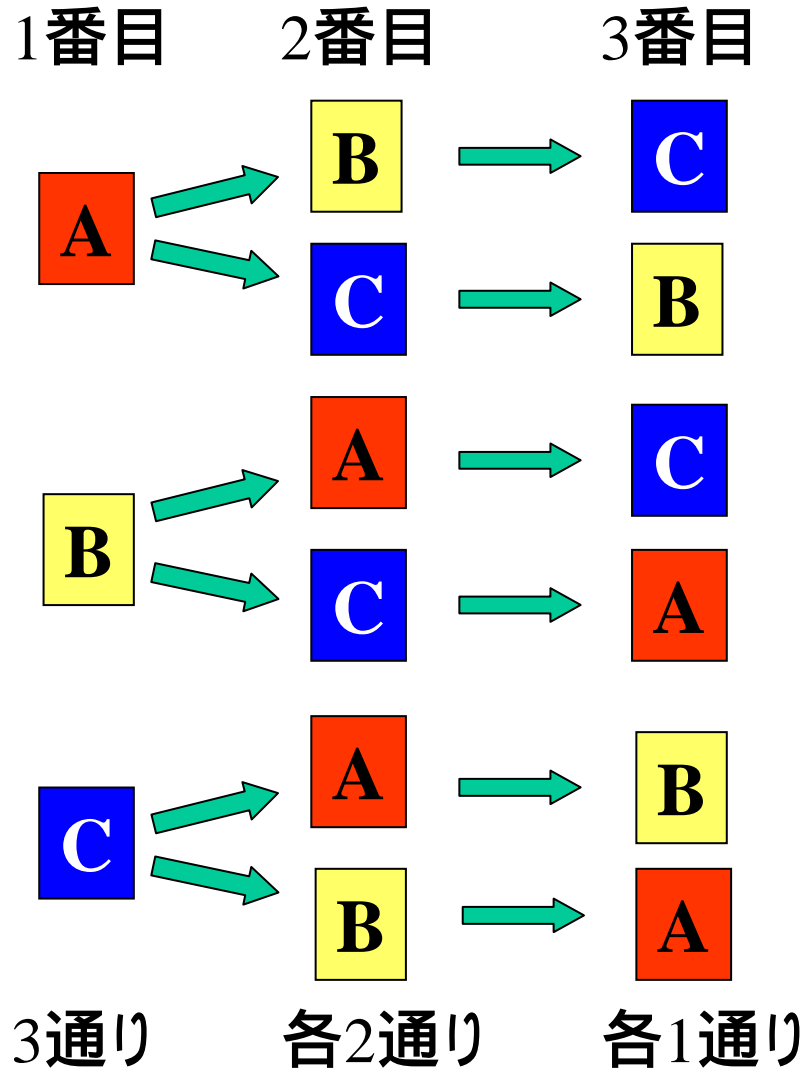
総経過時間が最小となるような
加工順番(最適加工順序)を求める

例：A B C順で加工してみる

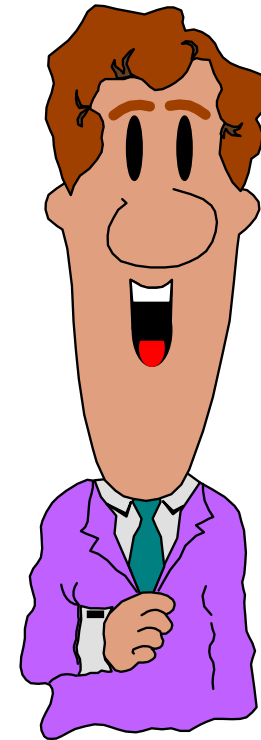
	機械 1	機械 2
製品 A	6時間	2時間
製品 B	4時間	8時間
製品 C	2時間	5時間



考えられる加工順は？



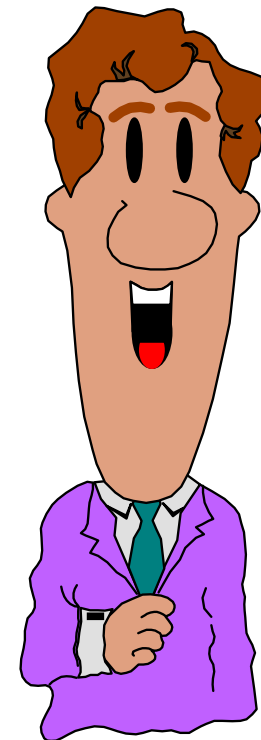
$3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

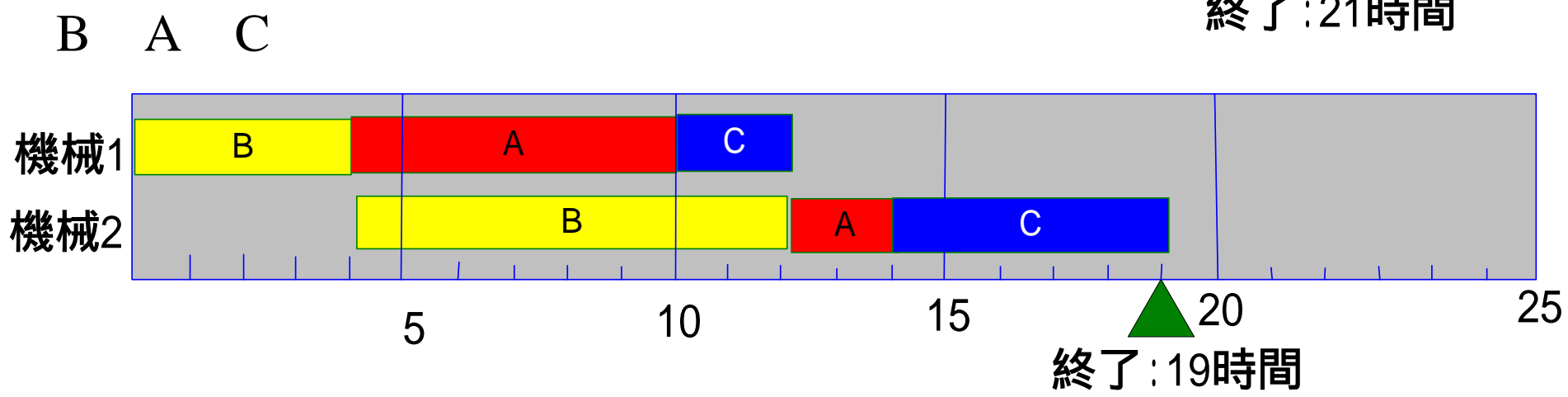
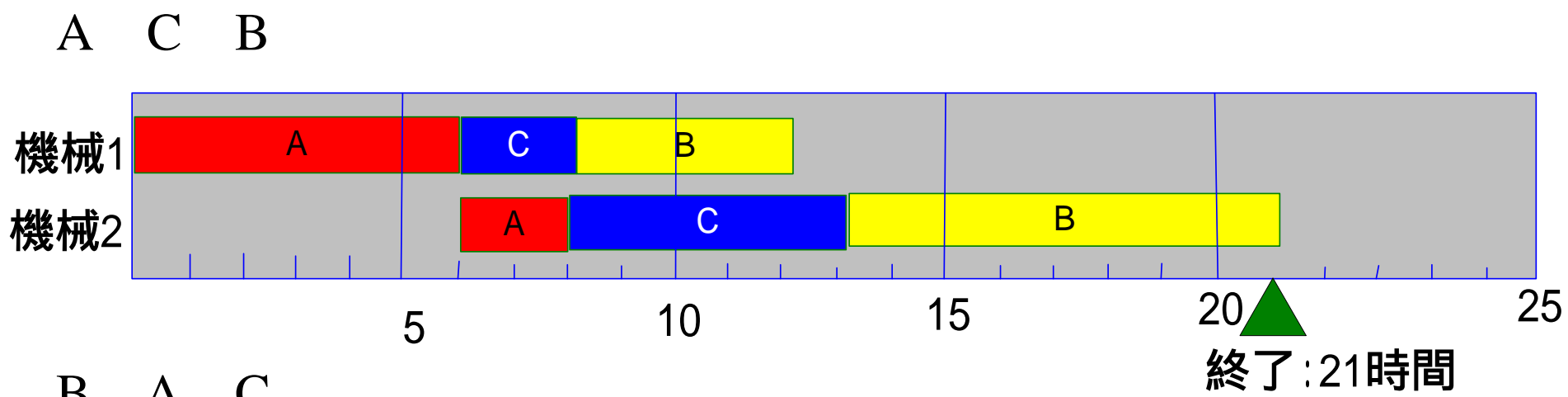
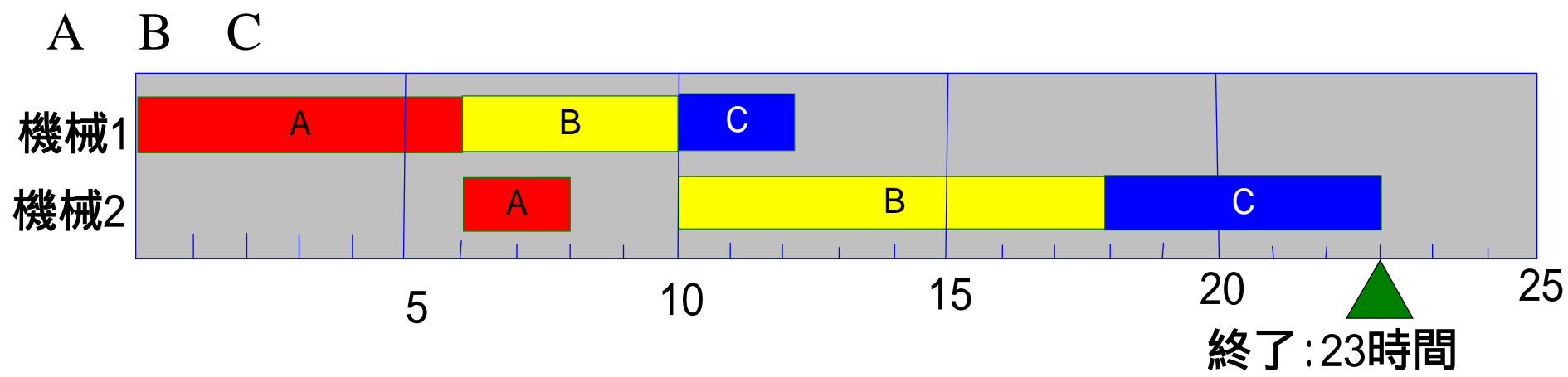


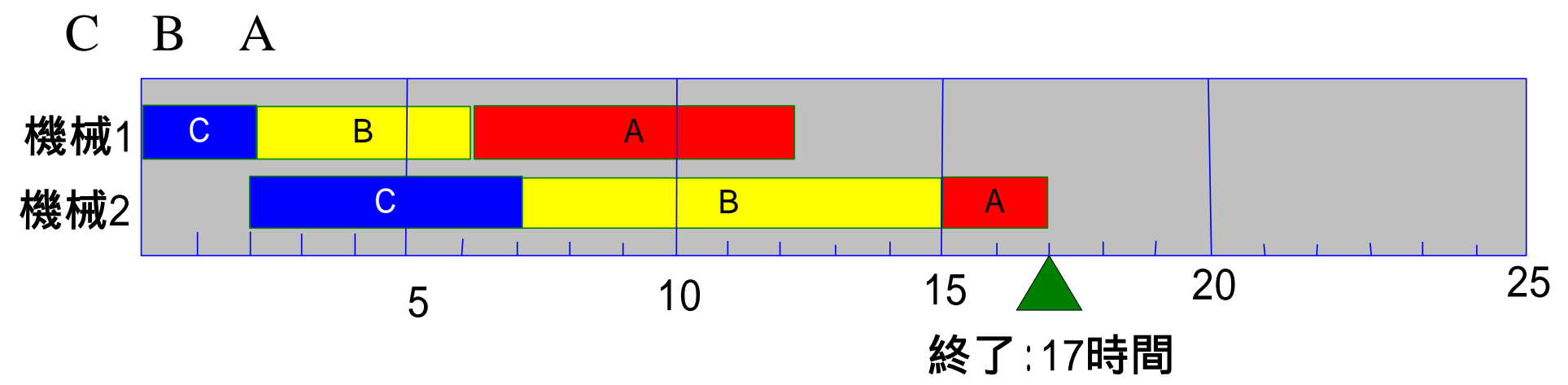
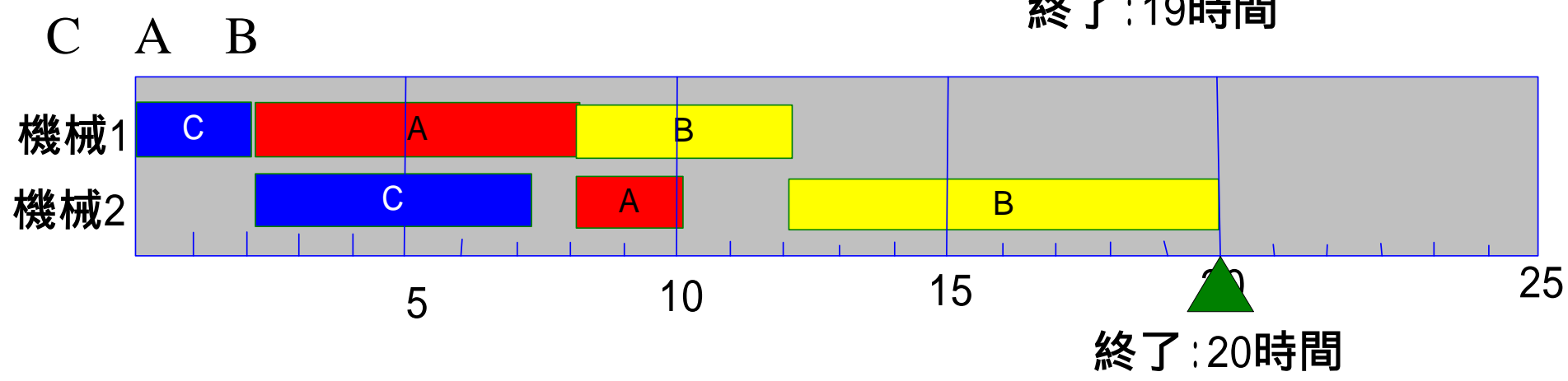
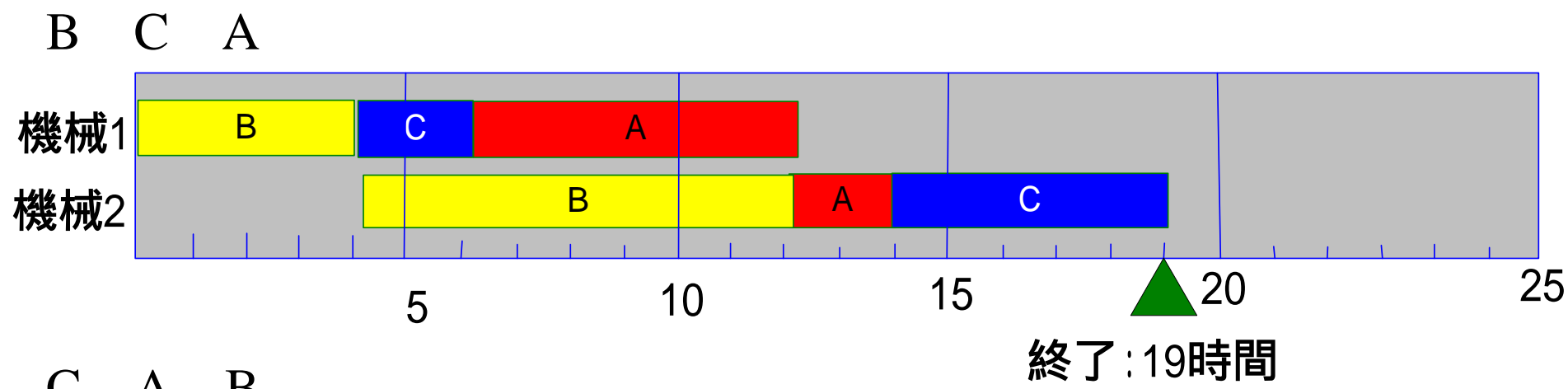
演習1-1

例題1において

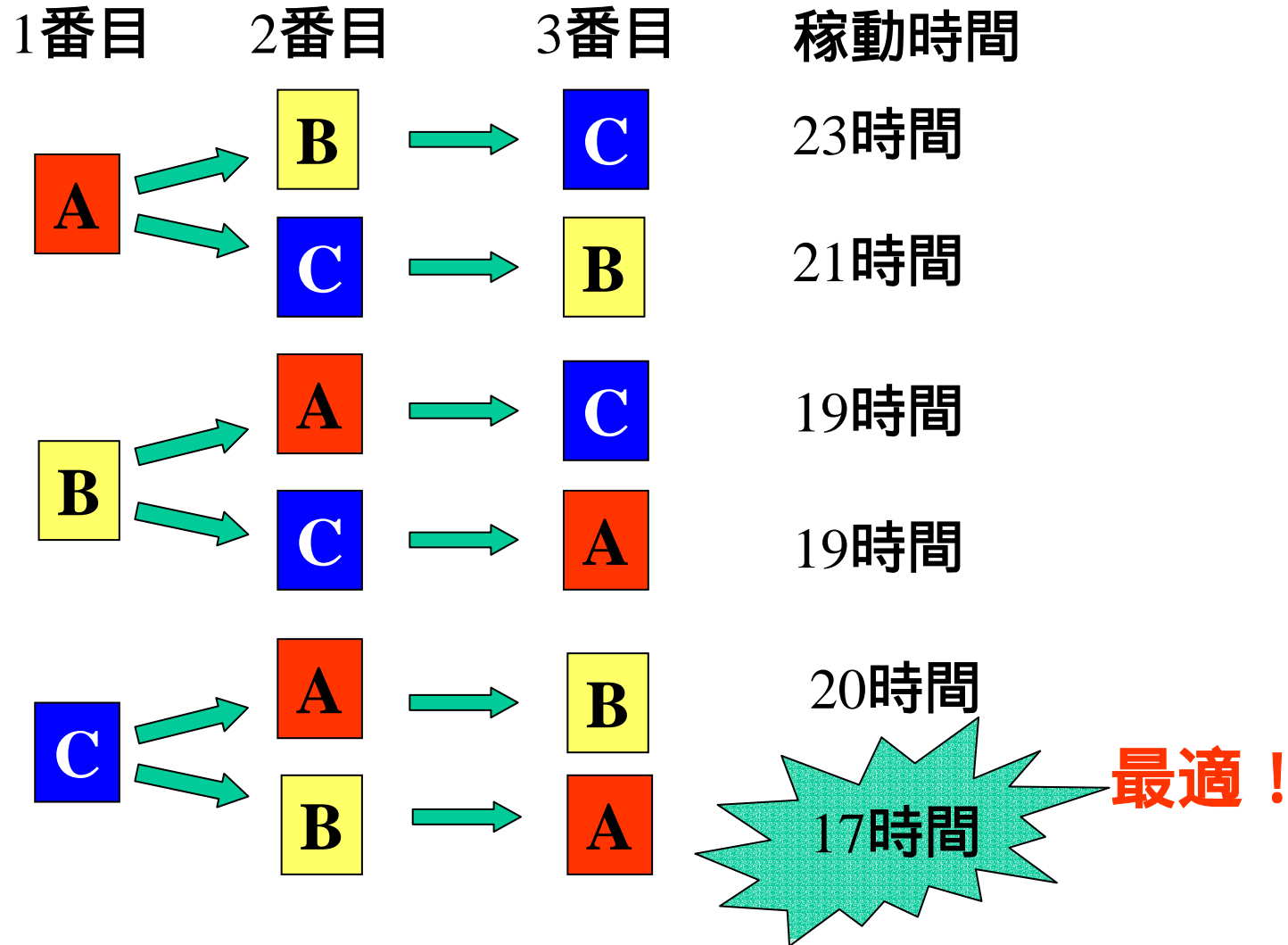
- すべての加工順に関するガントチャートを作成し,そのときの総経過時間を算出せよ.
- 最適加工順序とその時の総経過時間は?







最適な加工順は？



加工順序問題の素朴な解き方

すべての加工順のガントチャートを作成
総経過時間を算出

ガントチャートの必要枚数

- 製品3個の時 6枚 ($=3 \times 2 \times 1$)
- 製品4個の時 24枚 ($=4 \times 3 \times 2 \times 1$)
- 製品10個の時 3,628,800枚 ($=10 \times \dots \times 1$)
- 製品20個の時 約2,400,000,000,000,000,000枚
=約240京枚



順序の総数



n個のものの並べ方は

$n \times (n - 1) \times \cdots \times 1 (=n!)$ 通りある.

1秒間に100万枚のガントチャートを作成し
総経過時間を求められると仮定する

製品20個の場合に計算に必要な時間

約675806113時間 = 約28158588日

= 約77146年

コンピュータの限界

- 現在のコンピュータの速度 1億回演算/秒
製品100個の時 1.77×10^{132} 宇宙年
- 計算機の速さの限界 約600億回/秒
+ 並列化: 極小コンピュータを大気圏内に並べた
= 1.2×10^{30} 回/秒くらい演算できる

1.61×10^{110} 宇宙年かかる



最適解を求める困難性

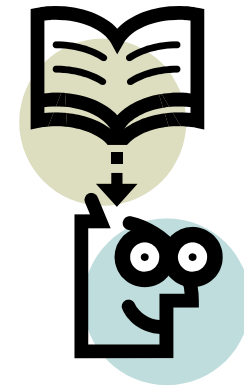
- 高速のコンピューターでも事実上不可能!!
- ITの永遠の限界
- 経営情報(オペレーションズ・リサーチ)が
チャレンジすべき課題



× 素朴な解き方

工夫した効率よい
解法の開発が重要

工夫したいいくつかの解法



- 工程の機械が2台の場合：
 - ジョンソン法
 - 最適性保証, 効率の良い解法
 - 機械が3台である条件を満たす場合も適用可能
- それ以外の場合：
 - 分枝限定法(branch and bound):
 - 実行可能解を数え上げる 最適加工順序をみつける
 - 無用な実行可能解を見つけに行かない工夫
 - 最悪の場合, 素朴な方法とほぼ同じ時間が必要.
 - 近似解法: 高速だが最適性の保証はない



機械が2台の時の解法 ジョンソン法

先処理機械M1 . 後処理機械M2 .

以下を全製品の加工順が決まるまで繰り返す.

ステップ1: 表中で加工時間最短の機械と製品のペアを見つける . (同じ加工時間が複数ある時は , M1・製品番号の順で優先する)

ステップ2: それがM1なら最初に加工する . M2なら最後に加工する .

ステップ3: 順序が決まった製品を表から除く .

例題1-1(続き) ジョンソン法の適用

	機械M1	機械M2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

最適加工順序: C B A

総経過時間は21時間

ガントチャートを描いて求める



繰り返し1回目

ステップ1: 最短加工時間2 (M1, C)

ステップ2: Cは加工順1番

ステップ3: Cを表から除く

繰り返し2回目

ステップ1: 最短加工時間2 (M2, A)

ステップ2: Aは加工順3番

ステップ3: Aを表から除く

繰り返し3回目

ステップ1: 最短加工時間4 (M1, B)

ステップ2: Bは加工順2番

ステップ3: Bを表から除く

(終了)

演習1-2

まず旋盤で削って穴をあけ、次に研削盤で磨いて仕上げる製品が8個ある。各製品が必要とする旋盤および研削盤の時間は右の通りである。

8個の製品の生産を最も早く完了できる加工順序を求め、そのガントチャートを作成せよ。

製品	旋盤	研削盤
A	2	4
B	7	5
C	6	4
D	9	8
E	8	2
F	7	1
G	3	9
H	5	1



演習1-3



- 演習1-2を素朴な方法で解いた場合，ガントチャートは何枚必要だろうか？
- 演習1-2をジョンソン法で解いた場合，答えが見つかるまでに行った比較や記憶の操作回数はおおよそどのくらい必要か？
- ジョンソン法において，製品数が m 個の時，答えが見つかるまでに行った比較や記憶の操作回数はおおよそどのくらい必要か？

最適性の保証

ジョンソン法は最適加工順を求めているのだろうか？

製品	M 1	M 2
A	a1	a2
B	b1	b2

• A B順の
総経過時間

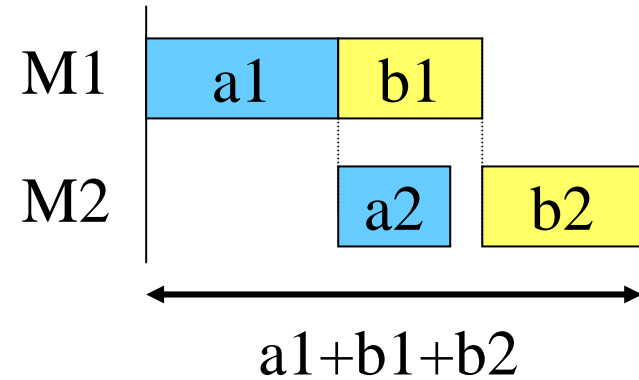
まとめると

(A B順の総経過時間)

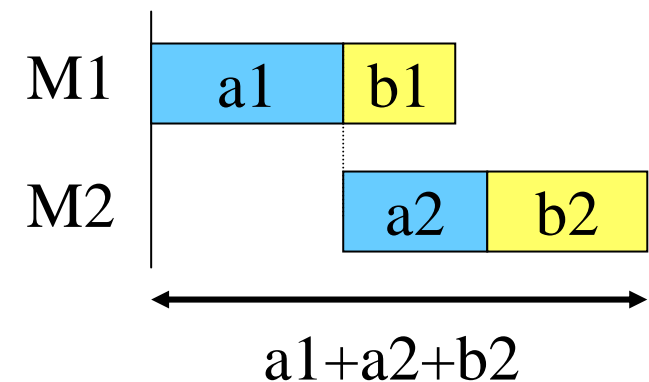
$$= \begin{cases} a1 + b1 + b2 & (b1 > a2 \text{の時}) \\ a1 + a2 + b2 & (b1 \leq a2 \text{の時}) \end{cases}$$

$$= a1 + b2 + \max\{b1, a2\}$$

$b1 > a2$ の時



$b1 \leq a2$ の時



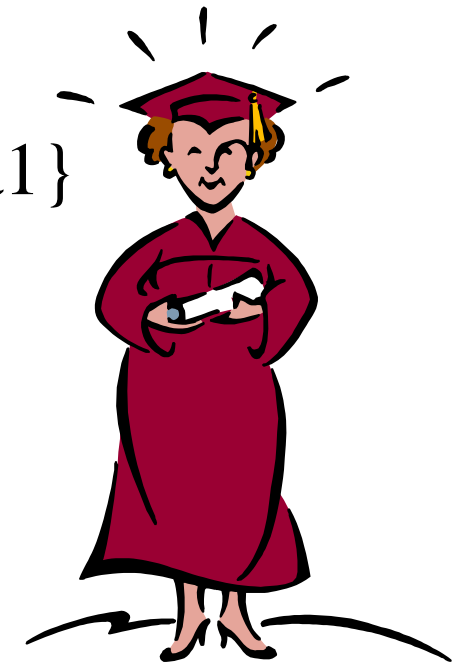
最適性条件(証明)

- (A B順の総経過時間) $=a_1+b_2+\max\{a_2,b_1\}$
- (B A順の総経過時間) $=b_1+a_2+\max\{b_2,a_1\}$

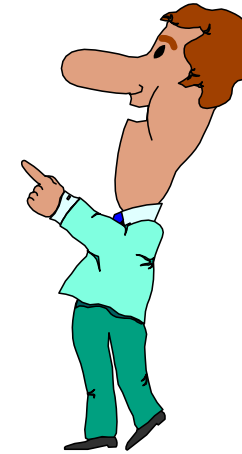
A B順が良い

$a_1+b_2+\max\{a_2, b_1\}$	$b_1+a_2+\max\{b_2, a_1\}$
$\max\{-b_1,-a_2\}$	$\max\{-b_2,-a_1\}$
$-\min\{b_1,a_2\}$	$-\min\{b_2,a_1\}$
$\min\{b_1,a_2\}$	$\min\{b_2,a_1\}$

a_1 又は b_2 が表中で最小の加工時間



機械が3台の場合



- ジョンソン法が適用できる条件：
 $\max\{M2\text{の加工時間}\} \leq \min\{M1\text{及び}M3\text{での加工時間}\}$
- 適用方法
2台の合成機械の問題に変形しジョンソン法を適用

	機械	機械	機械
	M1	M2	M3
製品A	a1	a2	a3
製品B	b1	b2	b3

合成

	機械	機械
	M1+M2	M2+M3
製品A	a1+a2	a2+a3
製品B	b1+b2	b2+b3

演習1-4



まず旋盤で削り，次にボール盤で穴をあけ，最後に研削盤で仕上げる製品が6つある．

各製品が各機械で要する加工期間は右図の通り．

製品	旋盤	ボール盤	研削盤
A	4	2	5
B	6	4	5
C	6	4	6
D	7	2	4
E	5	3	6
F	5	1	5

これら6製品の生産を最も早く完了させる生産順序計画を立案し，ガントチャートで示せ．

3機械以上の場合

詳しくは,
数理計画
にて

- 厳密に最適加工順序を求めたい時
分枝限定法(Branch and Bound)
 - 加工順のパターンを枝別れしながら, 結果が不利になるまで網羅的に探索する.
- 早い時間で良い加工順序を知りたい
近似解法
 - 経験的・実験的に良い解を出すと知られている方法を用いる.(ヒューリスティックス)
 - 最適性の保証は無い



近似解法のひとつの例

- 字引式順序法

- 最初の機械の加工時間が短い製品を優先
- 時間が同じ場合は次の機械の加工時間の短いほうを優先

	M1	M2	M3	M4
A	4	2	3	5
B	6	4	2	5
C	6	4	2	5
D	7	2	4	4
E	5	3	1	6
F	5	1	3	5

A F E B C Dがひとつの良い順序として提案できる。
(確かめてみよう!)

演習1-5: ガントチャートを描き, 近似解法での解を吟味しよう。
もっと良い解はありそうか?

まとめ

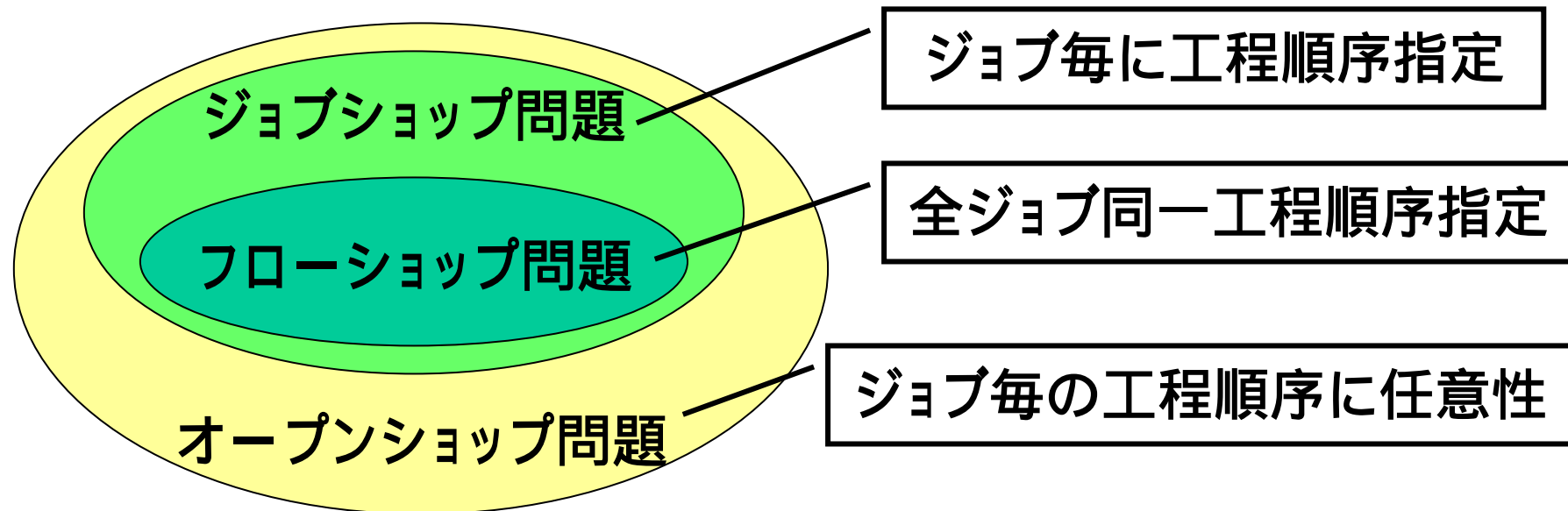


- 素朴な方法(すべての実行可能解を調べる)では現実的に解決することはできない.
- 2~3機械の場合はジョンソン法が有効.
- 3機械以上の時は分枝限定法か, 近似解法を用いてより良い生産順序を提案する.

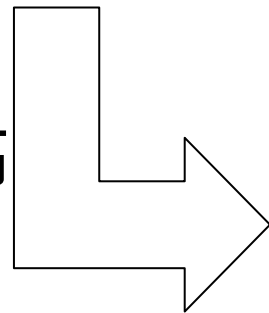
他のモデルではどう対応すればいいのか？

さらに現実的なモデルへ

基本的(古典的)なスケジューリング問題



より利用効果の高い問題の解決へ



- FMS スケジューリング
(flexible manufacturing system)
- 資源制約付きスケジューリング
- グループスケジューリング

等

様々な評価基準

- 終了時間の最小化

他にも

- 滞留時間和の最小化
- 最大納期遅れの最小化
- 納期遅れ和の最小化

等

様々なモデル

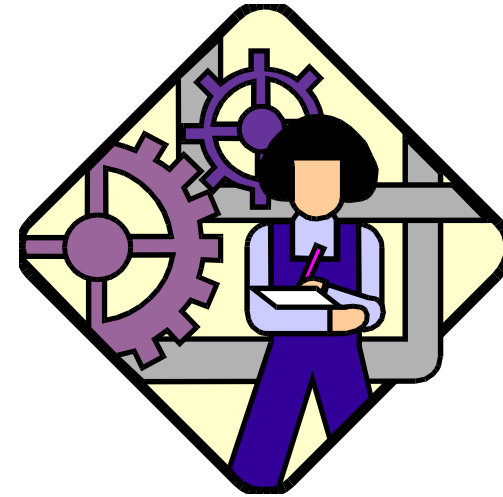
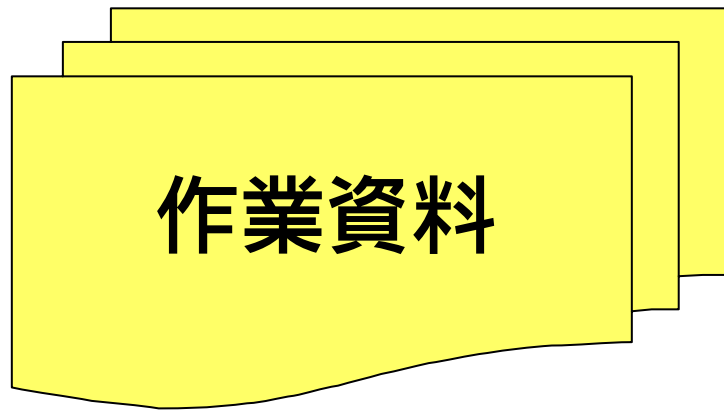
+

様々な評価基準

⇒ 多くのスケジューリング
問題が存在する

様々なスケジューリング
の問題に対応するには
多くの手法を身につけな
いといけないんだな~



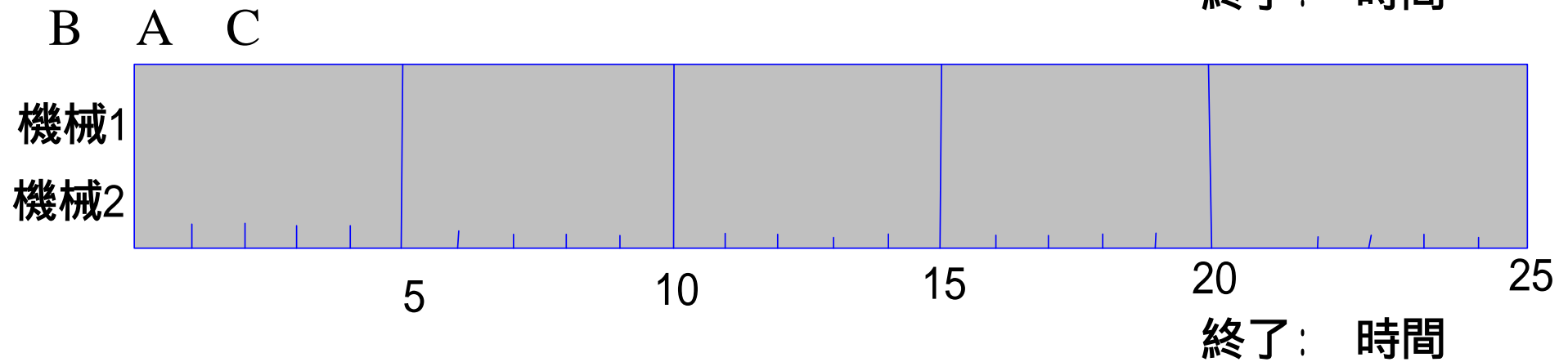
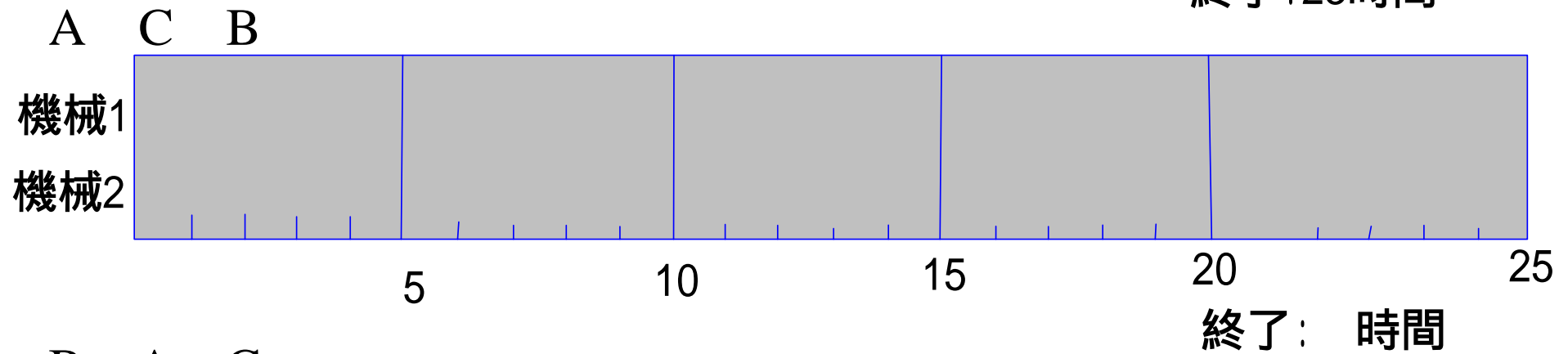
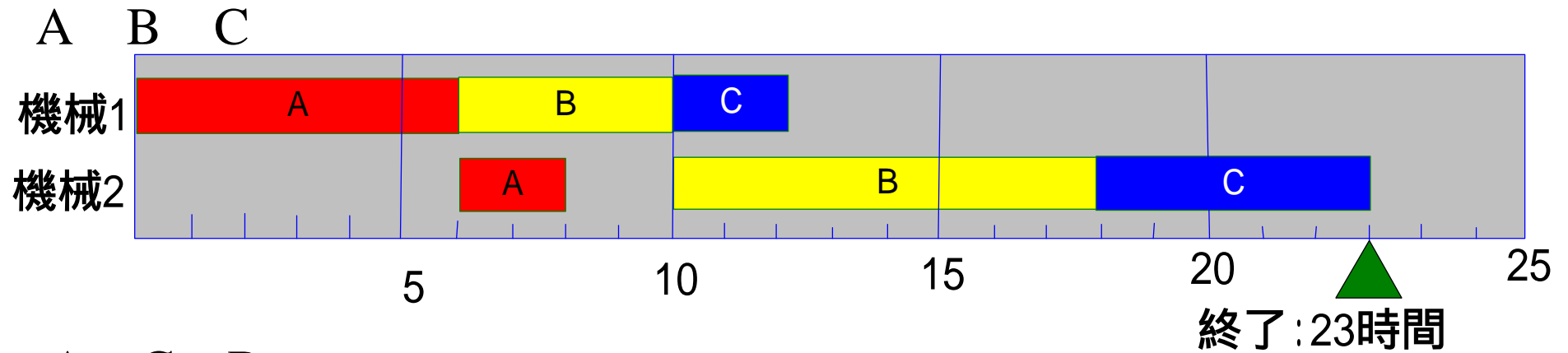


Scheduling

加工順序問題

どのような順で作れば早く終われる？

演習1-1 作業シート(1)



演習1-1 作業シート(2)

