

2000円札の数理的な価値

最適化理論の応用例 (その2)



研究背景

- 2000円札の流通状況
 - 2000年発行
 - 既に7億7000万枚発行(流通は1億2000万枚)
 - ちなみに、目標は2000年度内に10億万枚流通
 - 失敗作?
 - 物理的要因
 - 心理的要因
 - 数理的には?

朝日新聞 2002年11月3日

2000円札 眠る600億円

印刷控える 材料在庫も20億円分

財務省印刷局

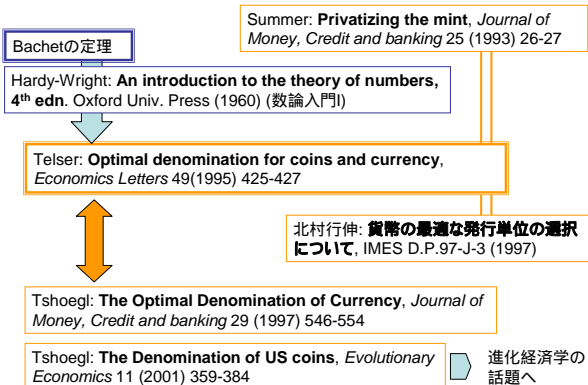
2000円札は発行して7億7000万枚、目録心引き取り枚数が当初予定より減ったにもかかわらず、財務省印刷局が印刷を続け、眠る600億円分の在庫を抱えている。印刷局は、在庫の枚数を減らすために、印刷機を稼働させているが、材料の在庫も20億円分あるという。

印刷局は、在庫の枚数を減らすために、印刷機を稼働させているが、材料の在庫も20億円分あるという。

通貨に関する数理的話題

- 比較的たくさん？
- 茨木先生:おつりの話
(現代OR入門, 現代数学社, 95)
 - 通貨枚数最小でのおつりの出し方が貪欲でよい通貨額面への考察
- 通貨額面の組合せを何らかの基準で評価
2000円出現前 出現後
数値比較できないかな・・・？
- 取引の手に間に注目 (2001年度)

関連研究



Bachetの定理 (ケース1)

天秤の一方にのみ「おもり」をのせる場合

- Weights $1, 2, 4, \dots, 2^{n-1}$ will weigh any integral weight up to $2^n - 1$;
- No other set of so few as n weights is equally effective.

(証明)

- 範囲内の任意の整数: $[a_s 2^s]_0^{2^n - 1}$, a_s は $\{0, 1\}$
- 同じ重さのおもりは無駄
- 帰納法

帰納法での証明スケッチ

- $w_1 < w_2 < \dots < w_n$
- 最大測定可能重量 $W = w_1 + w_2 + \dots + w_n$
- 2番目の重量 $W-1 = w_2 + \dots + w_n$ $w_1 = 1$
- 3番目の重量 $W-2 = w_1 + w_3 + \dots + w_n$ $w_2 = 2$
- $w_1 = 1, w_2 = 2, \dots, w_k = 2^{k-1}$ と仮定 $w_{k+1} = 2^k$ を示す
- w_k, \dots, w_n のおもりは右皿に固定
 $W - 2^{k-1}$ 番目の重量まで計れる&それ以下 \times
- $W - 2^k = (w_1 + \dots + w_{k-1}) + (w_{k+1} + \dots + w_n)$ $w_k = 2^k$

Bachetの定理 (ケース2)

天秤のどちらの皿にも「おもり」をのせられる場合

- Weights $1, 3, 9, \dots, 3^{n-1}$ will weigh any integral weight up to $(3^n - 1)/2$;
- No other set of so few as n weights is equally effective.

(証明)

- 範囲内の任意の整数: $[b_s 3^s]_0^{n-1}$, b_s は $\{0, 1, 2\}$
- 同じ重さのおもりは無駄
- 帰納法

帰納法での証明スケッチ

- $w_1 < w_2 < \dots < w_n$
- 最大測定可能重量 $W = w_1 + w_2 + \dots + w_n$
- 2番目の重量 $W-1 = w_2 + \dots + w_n$ $w_1 = 1$
- 3番目の重量 $(W-2) + w_1 = w_2 + \dots + w_n$
- 4番目の重量 $W-3 = w_1 + w_3 + \dots + w_n$ $w_2 = 3$
- $w_1 = 1, w_2 = 3, \dots, w_k = 3^{k-1}$ と仮定 $w_{k+1} = 3^k$ を示す
- w_k, \dots, w_n のおもりは右皿に固定
 $W - (3^k - 1)$ 番目の重量まで計れる&それ以下 \times
- $W - (3^k - 1) - 1 = (w_1 + \dots + w_{k-1}) + (w_{k+1} + \dots + w_n)$ $w_k = 3^k$

Bachetの定理 通貨額面

- 天秤で量る未知の重さ 支払い金額
- 左側に乗るおもり おつり
- おもりは1 ~ 上限までを計測可能
小売取引は1 ~ 上限と**仮定**可能
- 各おもり(通貨)のコストは等しいとする
- 最安値の通貨額面組合せが「3^k則」

最適額面3^kとUS貨幣

3 ^k	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	714717
US	1	5	10	25	50	100 (1\$)	200	500	1000	2000	5000	10000
比		5	2	2.5	2	2	2	2.5	2	2	2.5	2
平均隣接比率: 2.41												
US'	1	5	10	25	100	500	1000	2000	5000	10000		
比		5	2	2.5	4	5	2	2	2.5	2		
平均隣接比率: 3.00												

Telserの主張

- 払うべき額が決まっている場合は2^k型の貨幣制度
 - 払うべき額が不定の場合は3^k型の貨幣制度が最適だ!
- 他の国のことも調べたら面白いかもね

日本の場合

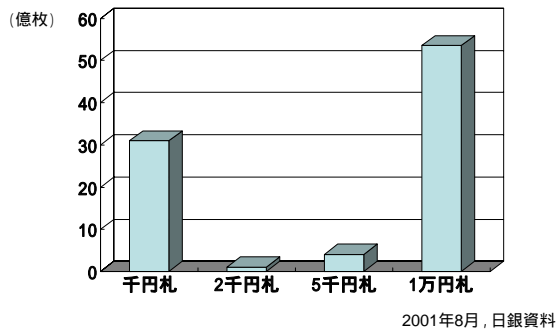
3 ^k	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
昔	1	5	10	50	100	500	1000	5000	10000		
比		5	2	5	2	5	2	5	2		
平均隣接比率: 3.11											
今	1	5	10	50	100	500	1000	2000	5000	10000	
比		5	2	5	2	5	2	2	2.5	2	
平均隣接比率: 2.75											

昔の体系に額面xを追加. 3^kとの偏差を最小にするxは2440円.
2000円または2500円の新札発行は悪く無いアイデア

最適通貨額面の性質

- 支払い金額が1～上限で一様に分布と仮定
 - 各額面通貨の利用頻度は一様
 - おつり準備の単純化
 - 流通通貨量の平準化
流通通貨量の偏りは最適通貨額面との差異?
- おつりの払い方が単純

通貨の発行量の偏り



50カ国のコイン額面(その1)

Country	Number	Ratio	Std. Dev.	Type	Notes
1 Argentina	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	CR: 1992
2 Australia	8	2.14	0.24	1/2D2	
3 Austria	8	2.60	1.34	1/2D2	
4 Belgium	5	3.38	1.38	1/2D2	
5 Brazil	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	CR: 1994
6 Bulgaria	6	2.70	1.30	1/2D2	CR: 1992
7 Canada	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	
8 Chile	9	3.29	1.60	1/2D	CR: 1975
9 China (PRC)	7	2.17	0.24	1/2D2	
10 Columbia	7	2.17	0.26	1/2D2	
11 Czech Republic	9	2.17	0.25	1/2D2	CR: 1993
12 Denmark	7	2.08	0.20	1/2D2&1/4	
13 Finland	6	2.70	1.30	1/2D2	
14 France	9	2.50	1.04	1/2D2	
15 Germany	8	2.70	1.30	1/2D2	
16 Great Britain	7	2.17	0.26	1/2D2	
17 Greece	7	2.17	0.26	1/2D2	
18 Hong Kong	7	2.17	0.26	1/2D2	
19 Hungary	11	2.20	0.26	1/2D2	CR: 1989
20 India	7	2.38	1.32	1/2D2&1/4	20&25 paise
21 Ireland	7	2.17	0.26	1/2D2	
22 Israel	5	3.50	1.73	1/2D	CR: 1985
23 Italy	9	2.19	0.26	1/2D2	
24 Jamaica	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	
25 Japan	6	3.80	1.64	1/2D	

50カ国のコイン額面(2)

26 Korea, Republic of	6	3.80	1.64	1/2D	
27 Malaysia	6	2.70	1.30	1/2D2	
28 Mexico	10	2.17	0.25	1/2D2	CR: 1992
29 Netherlands	7	2.17	0.26	1/2D&1/4	
30 New Zealand	6	2.10	0.22	1/2D2	
31 Norway	5	2.75	1.50	1/2D2	CR: 1991
32 Peru	7	2.58	1.20	1/2D2	
33 Philippines	8	2.57	1.10	1/2D2&1/4	CR: 1995
34 Poland	8	2.57	1.10	1/2D2	
35 Portugal	6	3.20	1.64	1/2D2	
36 Romania	6	2.70	1.30	1/2D2	CR: 1989
37 Russia	6	2.70	1.30	1/2D2	CR: 1992
38 Singapore	7	3.08	1.50	1/2D	CR: 1993
39 Slovakia	7	2.20	0.27	1/2D2	
40 South Africa	9	2.19	0.26	1/2D2	
41 Spain	8	2.57	1.10	1/2D2&1/4	
42 Sweden	5	3.50	1.73	1/2D2	
43 Switzerland	8	2.57	1.10	1/2D2	
44 Thailand	5	2.75	1.50	1/2D&1/4	
45 Turkey	7	2.67	1.17	1/2D&1/4	
46 Ukraine	8	1.95	0.31	1/2D2&1/4	10, 15 & 25 kopijok; CR: 1992
47 United States	5	2.88	1.44	1/2D&1/4	
48 Uruguay	7	2.17	0.26	1/2D2	
49 West African States	7	2.67	1.17	1/2D&1/4	
50 Zimbabwe	6	2.70	1.30	1/2D2	
Minimum	5	1.95	0.20		
Maximum	11	3.80	1.73		
Mean	7	2.60	0.96		
Standard Error		0.06			
Standard Deviation		0.46			

Notes: D = decimal, 1/2D = decimal plus half decimal, 1/2D2 = decimal plus half and double decimal, &1/4 = augmented by one or more coins denominated as 25% of D. CR = currency revision. Source: Krause, Mishler, and Moe, eds., no date, 6th edition.

Tschoeglの主張と予想

- 多くの国の通貨の隣接比は3に近い
3の国は無い!
- 3^kに従っている制度は無い! 10進が基礎
- 3^kは過去にも無い! 10進だけでも無い!
- ???
- もしかしたら、「10進 + 2・1/2」則なのでは?
10進の拡張だが、隣接比は3に近くなる
- 背景: 過去は2進が基本 10進の技術が進入

制度進化の話に飛んでいく(進化経済学)
