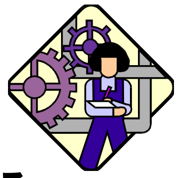
システム工学特講第1



最適化に触れる

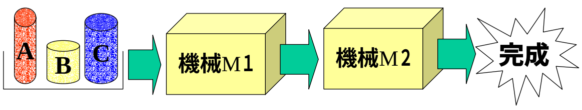
加工順序問題を題材に

ここで学ぶこと

- 最適な状況を欲する問題の紹介
  - 材料：最適加工順序問題
- 素朴な解法 vs 工夫した解法
  - 理論的に解ける vs 実際に解く
- 特殊な問題設定 vs 汎用的な問題設定
  - 汎用的な問題は難しい

例題1 生産順序の効率化

先に機械M1，次に機械M2で加工する製品が3つある



各製品の各機械での加工時間

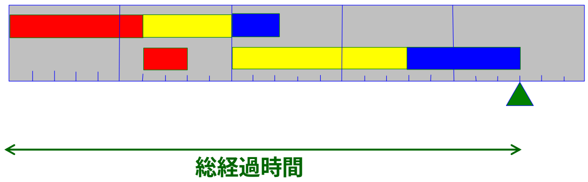
	機械M1	機械M2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

作業を早く終えたい．
加工順序は？

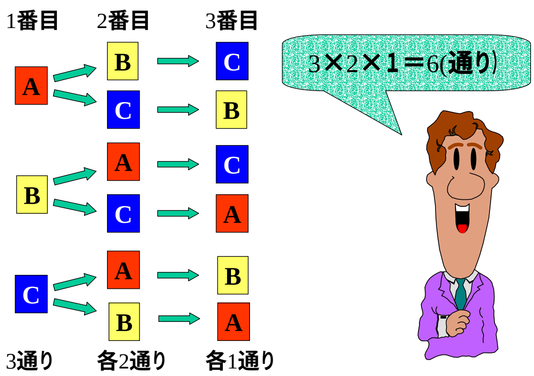
加工順序問題

例：A→B→C順で加工

	機械M1	機械M2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間



考えられる加工順は？



演習1-1

例題1において

- 全加工順でのガントチャートを作成せよ
  - 各加工順での総経過時間は？
- 総経過時間最小の加工順序は？

最適加工順序

ワークシート有

B

A B

5 10 15

最適な加工順は？

1番目	2番目	3番目	稼動時間
A	B	C	23時間
A	C	B	21時間
B	A	C	19時間
B	C	A	19時間
C	A	B	20時間
C	B	A	17時間

最適！

加工順序問題の素朴な解き方 (総当り法)

すべての加工順のガントチャートを作成
⇒総経過時間を算出

ガントチャートの必要枚数

- 製品3個の時→6枚 (=3×2×1)
- 製品4個の時→24枚 (=4× 3×2×1)
- 製品10個の時→3,628,800枚(=10×…×1)
- 製品20個の時→約2,400,000,000,000,000,000枚
  =約240京枚

順序の総数

n個のものの並べ方は
n×(n-1)×･･･×1(=n!)通り

仮定：100万枚/秒のガントチャート作成可能

★製品20個の場合の必要時間
約675,806,113時間＝約28,158,588日
＝約77,146年

組合せ的爆発

コンピュータの限界

- 現在のコンピュータの速度　1億回演算/秒

　⇒**製品100個の時**　1.77×10^{132}宇宙年

- 計算機の速さの限界　約600億回/秒

　＋並列化：極小コンピュータを大気圏内に設置

　＝1.2×10^{30}回/秒くらい演算可能

　⇒1.61×10^{110}宇宙年かかる

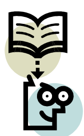
最適解を求める困難性

- 高速のコンピュータでも**事実上不可能**!!
- ITの永遠の限界
- 最適化理論がチャレンジすべき課題

× 素朴な解き方

◎ 工夫した効率よい解法の開発が重要

工夫したいくつかの解法



工程の機械が**2台の場合**：　特殊化

- **ジョンソン法**
  - 最適性保証，効率の良い解法
- 機械が3台である条件を満たす場合も適用可能

それ以外の場合:

- **分枝限定法**(branch and bound)：
  - 実行可能解を数え上げる→最適加工順序をみつける
  - 無用な実行可能解を探さない工夫
  - 最悪の場合：素朴な方法とほぼ同じ時間が必要.
- **近似解法**：高速だが最適性の保証はない

2機械の時 ジョンソン法

先処理機械M1,後処理機械M2

複数存在時は，適当な順序付け

ステップ1：表中で加工時間最小の数字を見つける → ない → 終了

M1側 / M2側

ステップ2：その作業を前に処理 / その作業を後で処理

ステップ3：その作業を表から削除

例題1-1（続）ジョンソン法の適用

	機械M1	機械M2
~~製品A~~	~~6時間~~	~~2時間~~
~~製品B~~	~~4時間~~	~~8時間~~
~~製品C~~	~~2時間~~	~~5時間~~

最適加工順序 C ▸ B ▸ A

総経過時間は17時間

ガントチャートを描いて求める

繰り返し1回目
ステップ1：最短加工時間2 (M1，C)
ステップ2：Cは加工順1番
ステップ3：Cを表から除く

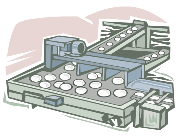
繰り返し2回目
ステップ1：最短加工時間2 (M2，A)
ステップ2：Aは加工順3番
ステップ3：Aを表から除く

繰り返し3回目
ステップ1：最短加工時間4 (M1，B)
ステップ2：Bは加工順2番
ステップ3：Bを表から除く
（終了）

演習1-2

まず旋盤で削って穴をあけ，次に研削盤で磨いて仕上げる製品が8個ある．

最適加工順序とその総経過時間を求めよ．



各製品の加工必要時間

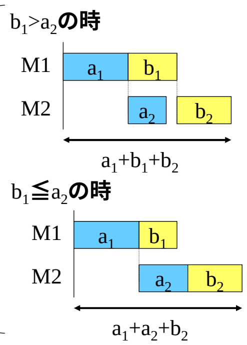
製品	旋盤	研削盤
A	3	4
B	8	7
C	6	7
D	9	8
E	8	4
F	7	2
G	5	6
H	5	1

最適性の保証

ジョンソン法は最適加工順を求めているのだろうか?

製品	M1	M2
A	a_1	a_2
B	b_1	b_2

A→B順の総経過時間



まとめると

(A→B順の総経過時間)

$$= \begin{cases} a_1+b_1+b_2 & (b_1 > a_2 \text{の時}) \\ a_1+a_2+b_2 & (b_1 \le a_2 \text{の時}) \end{cases}$$

$$= a_1 + b_2 + \max\{b_1, a_2\}$$

最適性の保証(続)

- (A→B順の総経過時間)=$a_1+b_2+\max\{a_2,b_1\}$
- (B→A順の総経過時間)=$b_1+a_2+\max\{b_2,a_1\}$

A→B順が良い

⇔ $a_1+b_2+\max\{a_2, b_1\} ≦ b_1+a_2+\max\{b_2, a_1\}$

$\max\{-b_1,-a_2\} ≦ \max\{-b_2,-a_1\}$

$-\min\{b_1,a_2\} ≦ -\min\{b_2,a_1\}$

$\min\{b_1,a_2\} ≧ \min\{b_2,a_1\}$

⇔ a_1 又は b_2 が表中で最小の加工時間

問題設定の拡張

- 2機械n製品の時:ジョンソン法
- 3機械n製品の時は？
  - ジョンソン法の正当性から拡張可能？
    ⇒ある条件を満たす時のみ拡張可能
    ⇔条件を満たさない時の方法は未解明

機械が3台の場合

- ジョンソン法が**適用できる条件**：
  max{M2の加工時間}≦min{M1及びM3での加工時間}
- **適用方法**
  2台の合成機械の問題に変形しジョンソン法を適用

	機械 M1	機械 M2	機械 M3
製品A	a1	a2	a3
製品B	b1	b2	b3

変形

	機械 M1+M2	機械 M2+M3
製品A	a1+a2	a2+a3
製品B	b1+b2	b2+b3

ジョンソン法

最適加工順序を導出

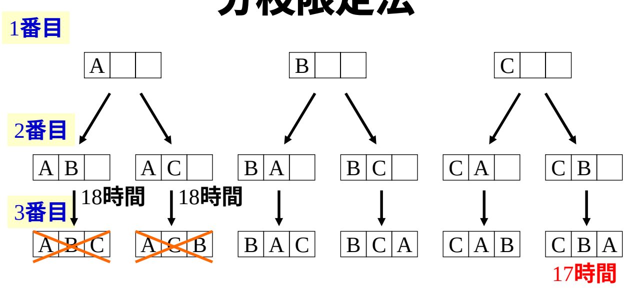
最適加工順序

3機械以上の場合

詳しくは，後日の講義で

- 厳密に最適加工順序を求めたい時
  分枝限定法(Branch and Bound)
  - 加工順のパターンを枝別れしながら，結果が不利になるまで網羅的に探索する．
- 早い時間で良い加工順序を知りたい
  近似解法
  - 経験的･実験的に良い解を出すと知られている方法を用いる．(ヒューリスティックス)
  - 最適性の保証は無い

分枝限定法



詳しくは後日の講義で

近似解法のひとつの例

- **字引式順序法**
  - 先機械の加工時間が短い製品を優先

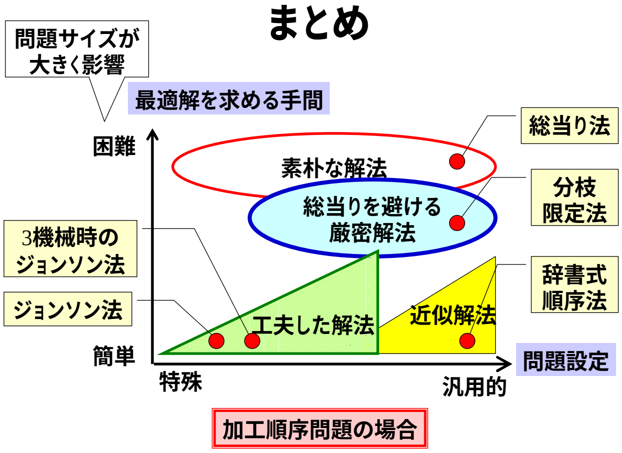
	M1	M2	M3	M4
A	4	2	3	5
B	6	4	2	5
C	6	4	2	5
D	7	2	4	4
E	5	3	1	6
F	5	1	3	5

A→F→E→B→C→Dがひとつの加工順として導かれる．

最適性の保証はない

近傍解での吟味が必要

まとめ



このあとは

- **手間のかかる⇔手間のかからない解法**
  - 解法の比較，評価の方法
- **問題ごとの難易度の見極め**
  - 問題の難しさのランク付け
- **（理論⇒問題解決）**
  - 純粋理論が問題解決につながった例の紹介

寄り道：数詞

日本
4桁上がり

•米語，仏語：3桁上がり
•独語，（英語）：6桁上がり

(例)
ミリオン＝ 10^6(共通)
ビリオン＝10^9(米,仏)、10^{12}(英,独)

- 一,十,百,千
- 万,兆
- 京(けい)＝10^{16}
- 垓(がい),し,穣(じょう),溝(こう),澗(かん),正(せい),載(さい),極(ごく),恒河沙(ごうがしゃ),阿僧祇(あそうぎ),那由他(なゆた),不可思議(ふかしぎ)
- 無量大数(むりょうたいすう)=10^{68}

Google:「googol(ゴーゴル)＝10^{100}」が元