

# 浮気しない? カップルをつくろう

~ 高校生のためのOR入門~

文教大学 情報学部 経営情報学科  
堀田 敬介

(OR = Operations Research: 米・日)

(OR = Operational Research: 欧・中)

# 浮気しない？カップル

- 6人の男女がいます。少子化対策？のため、6組のカップルを作り結婚させちゃいましょう。でも各自の好き嫌いを考えずに強引にくっつけちゃうと、浮気する人が出ちゃうかもしれません。浮気しないように6組のカップルをつくれますか？



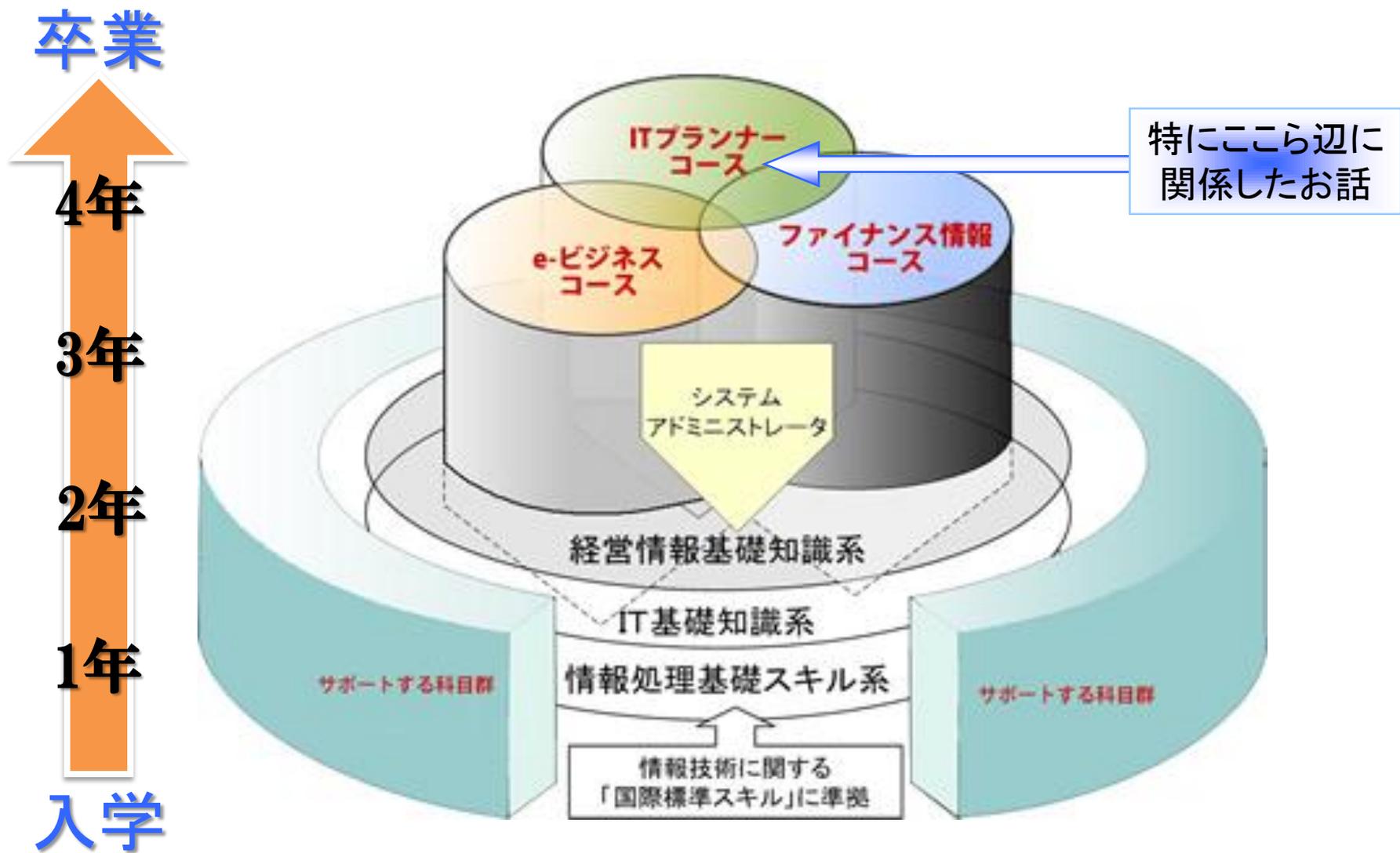
どうすれば浮気しないの？

浮気しないってどういうこと？

浮気ってどういう状況で起こる？



# 経営情報学科のカリキュラム



# 安定結婚問題

- $n$ 人の男性の集合と、 $m$ 人の女性の集合が存在し、各人は異性全員の選好順序をもっている。このとき、安定なマッチングを見つけなさい。

浮気しない

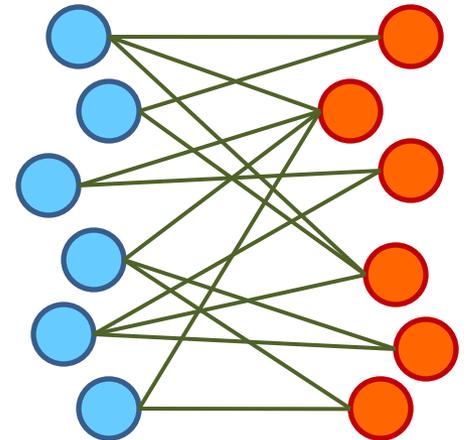
安定マッチング

浮気する

不安定なマッチング

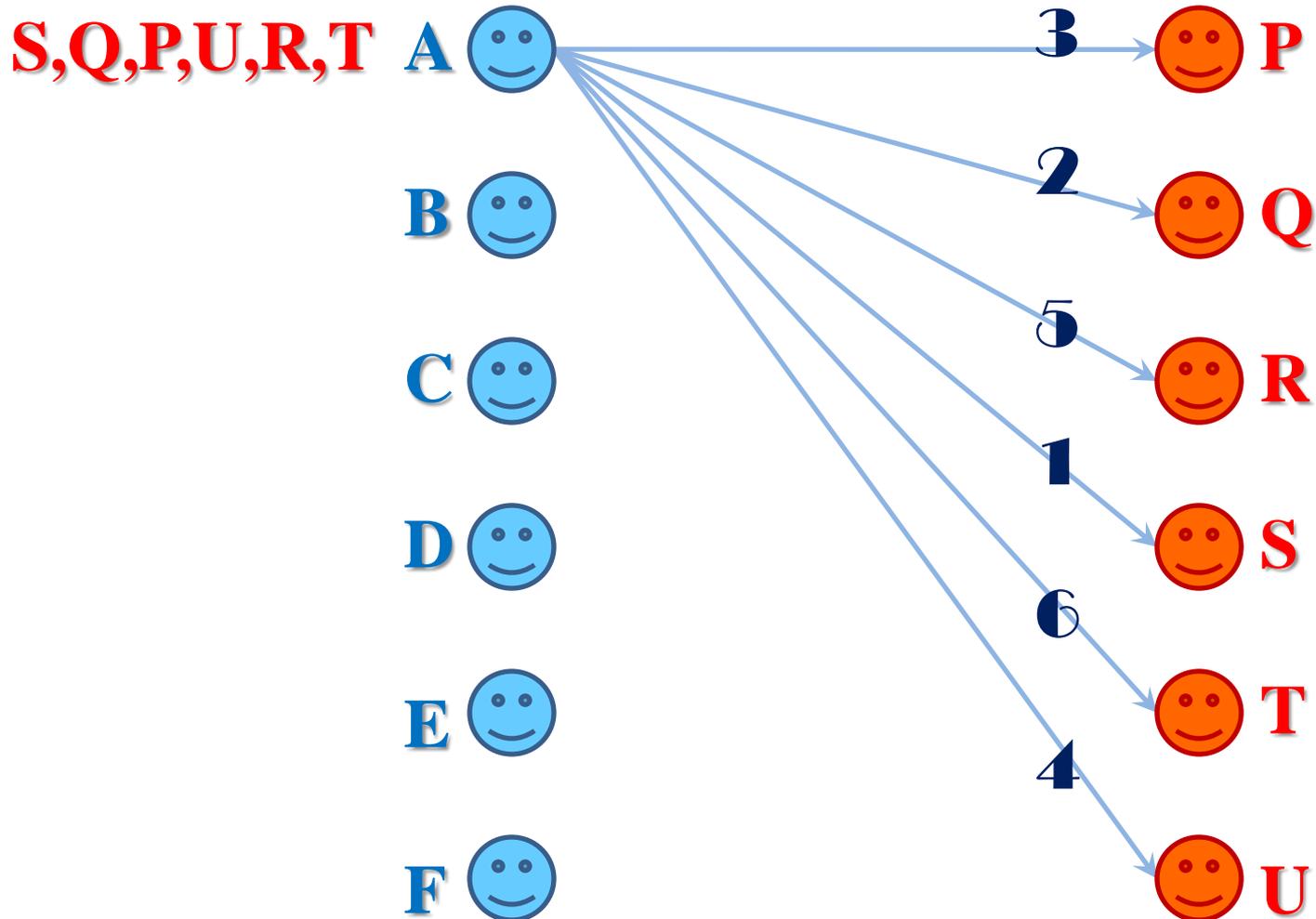


グラフ理論

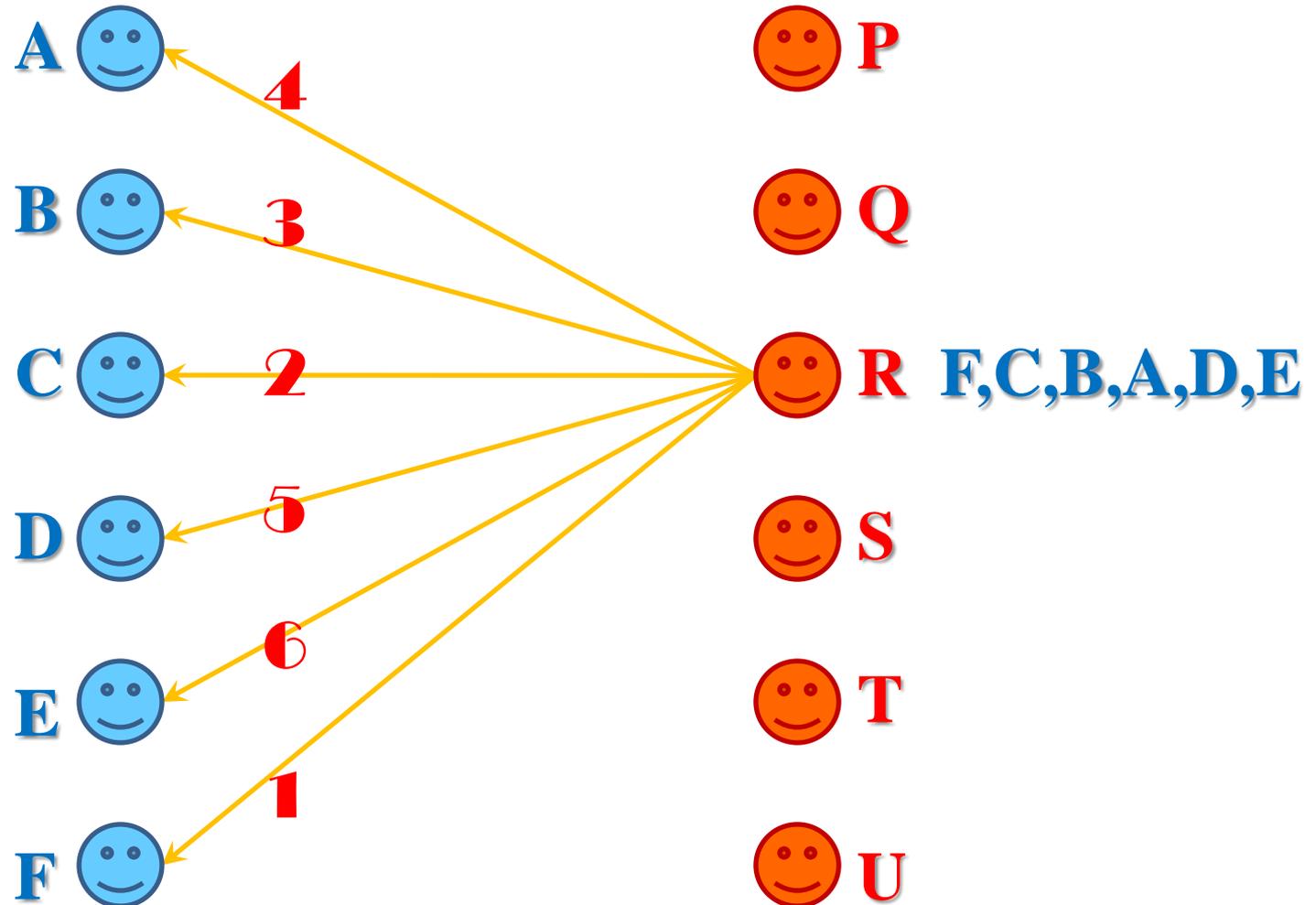


点 (node) と枝 (edge) とその  
接続関係に関する理論・研究

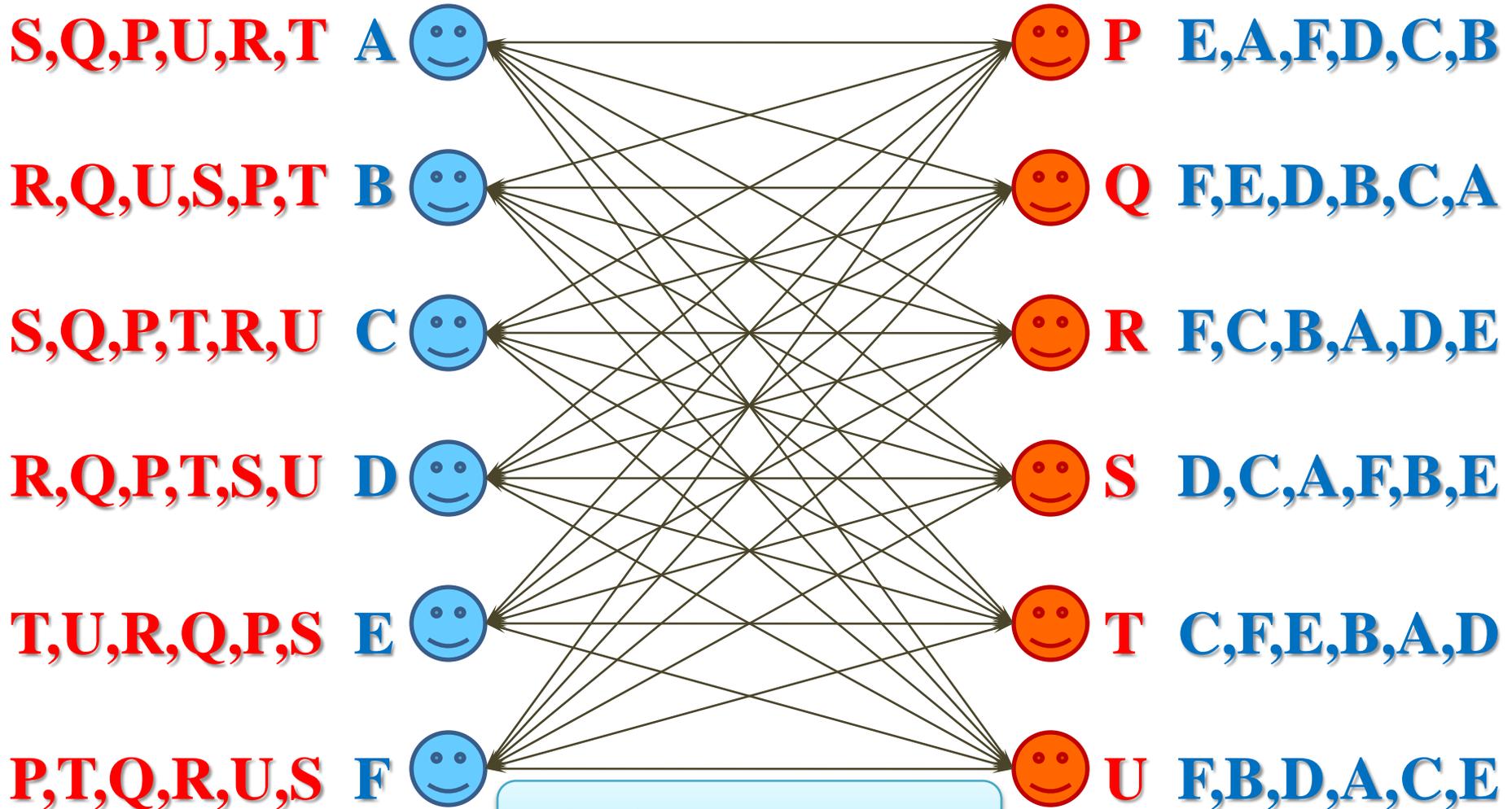
# 安定結婚問題 (各自の選好順序)



# 安定結婚問題 (各自の選好順序)

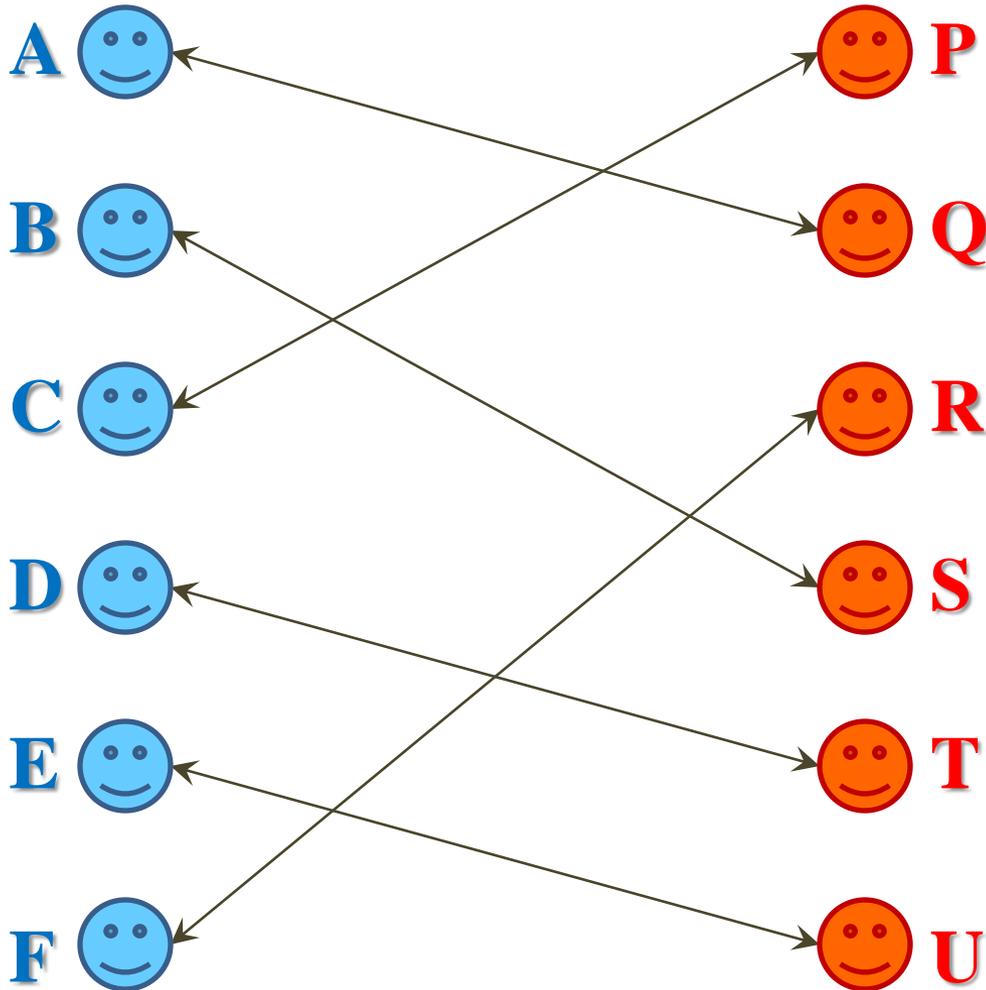


# 安定結婚問題 (各自の選好順序)



完全2部グラフ

# 安定結婚問題 (マッチング)



## マッチング

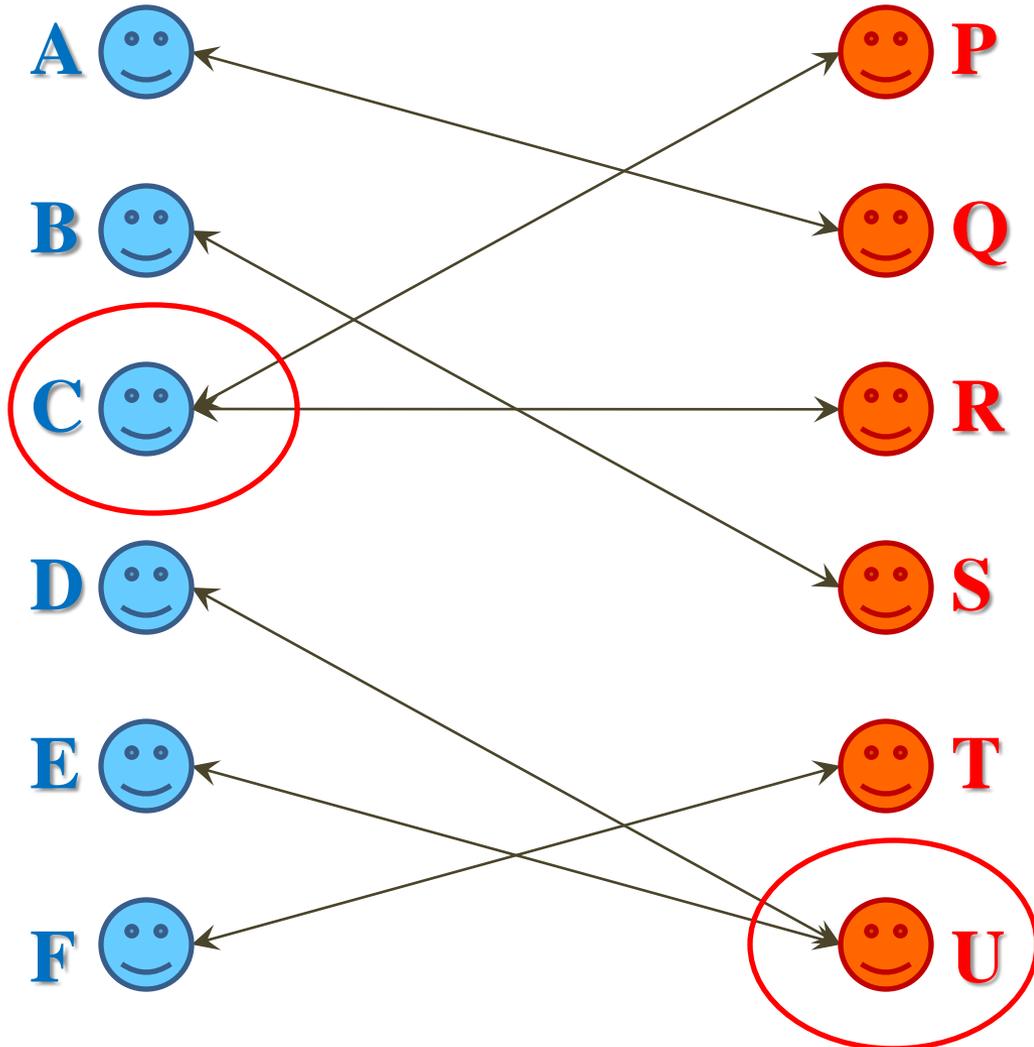
端点を共有しない枝の集合

つまり、どの点 (node) も  
高々1本の枝 (edge) にのみ  
接続 (incident to) している

## 完全マッチング

全ての点 (node) が、マッチ  
ング (matching) の枝 (edge)  
に接続しているとき、その  
マッチングを完全マッチング  
という

# 安定結婚問題 (マッチング)



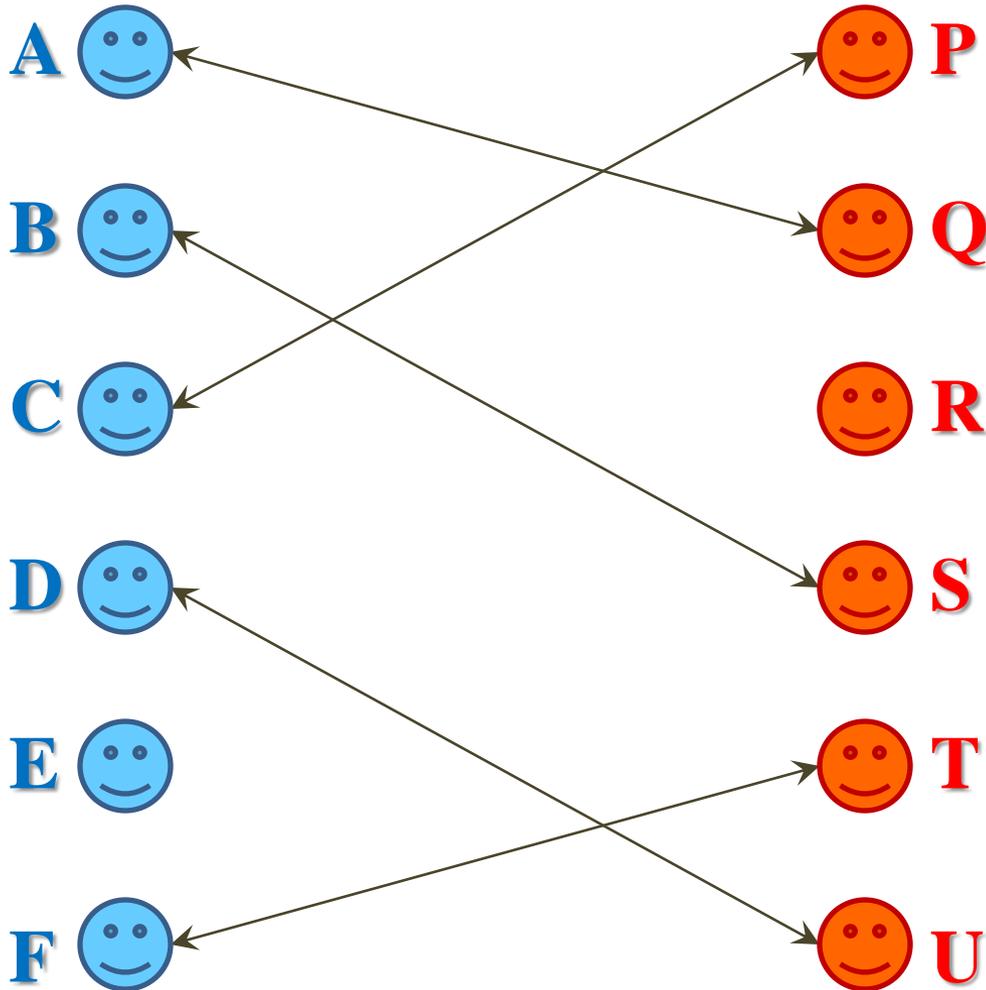
この枝集合は、マッチング  
(matching)ではない

なぜだかわかる？

その通り！ マッチングで  
はありません。

なぜなら、端点を共有する  
枝がある(二股をかけてい  
る人がいる)から

# 安定結婚問題 (マッチング)



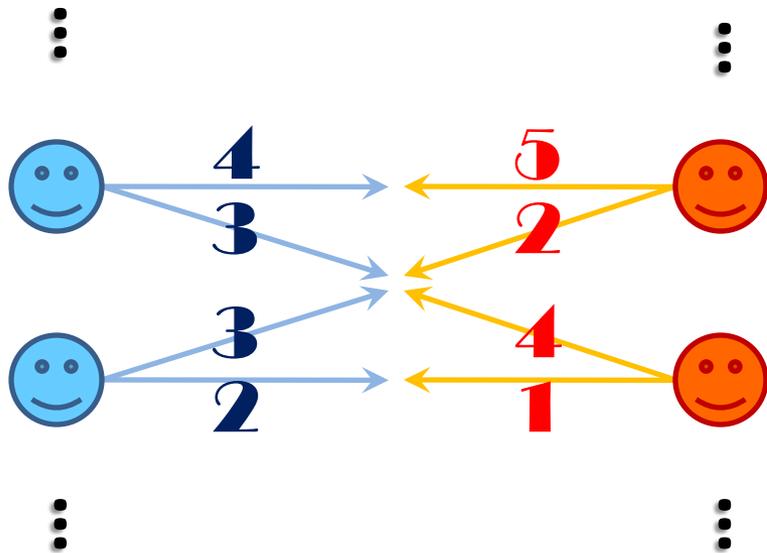
この枝集合は、マッチング (matching) だろうか？

マッチング (matching) です。  
でも、完全マッチング (perfect matching) ではないので、ペアを組んでない人がいるね。

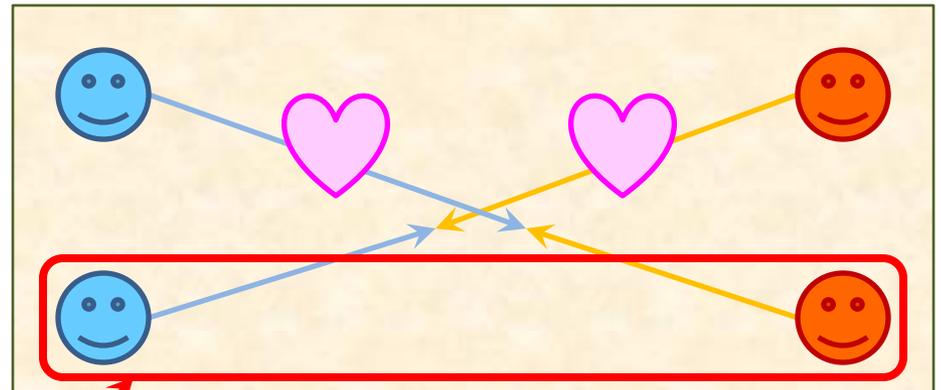
つまり、我々は完全マッチングを求めたいのだよ

※男女が同数でない場合は、完全マッチング (perfect matching) は存在しないので、最大マッチング (maximum matching) を求めます。

# 浮気する(不安定な)カップルとは？



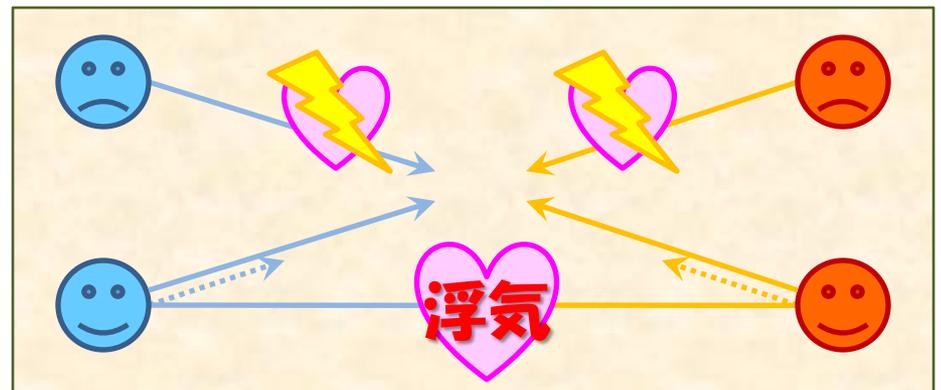
こんな2組のカップル(マッチング)を作ってしまったら...



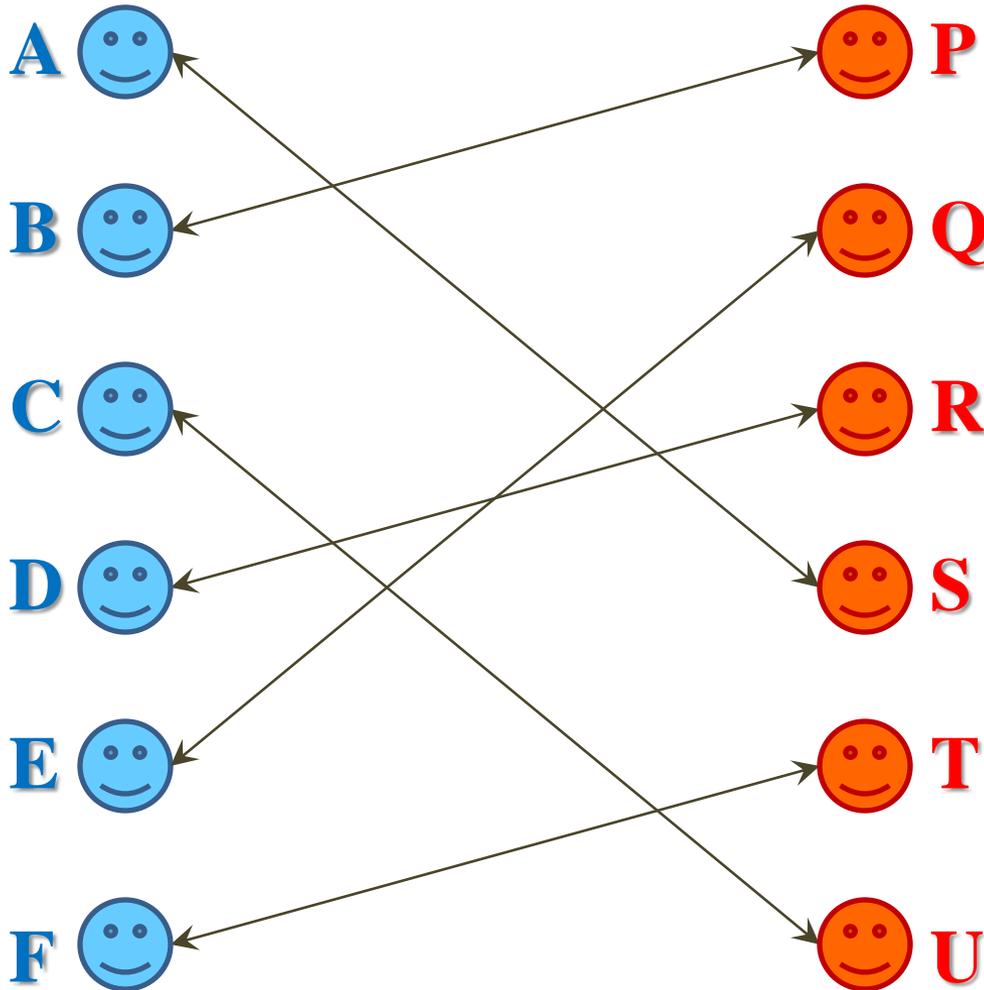
不安定なマッチング

このマッチングは不安定！  
なぜなら

ブロッキング・ペア  
が存在するから！



# 安定結婚問題(まとめ)



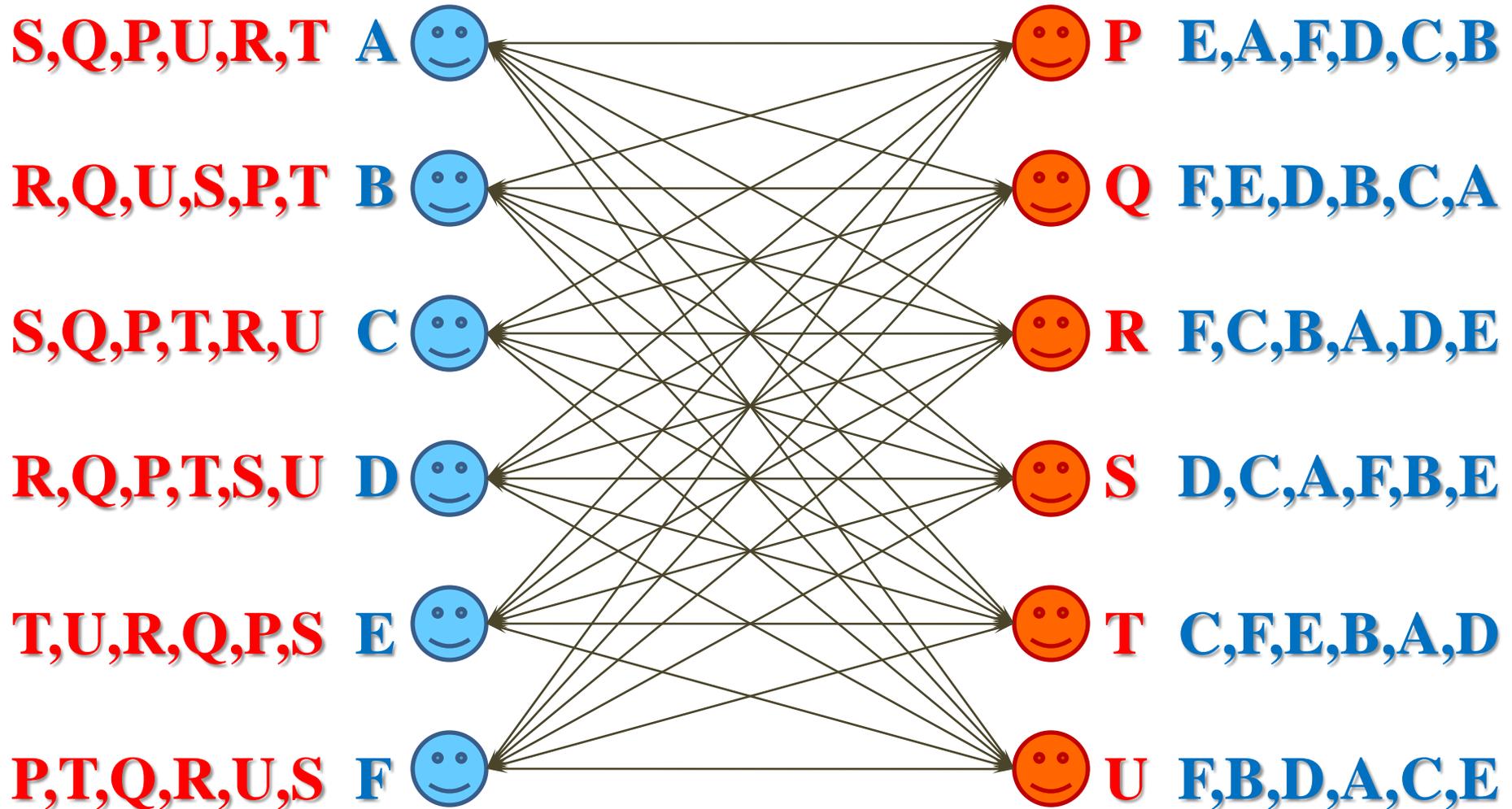
浮気しないカップルをつくる(安定結婚問題を解く)ということは,

(ブロッキング・ペアが存在しない) **安定な完全マッチング**を求める

こと

※男女が同数でない場合は、完全マッチング(perfect matching)は存在しないので、最大マッチング(maximum matching)を求めます。

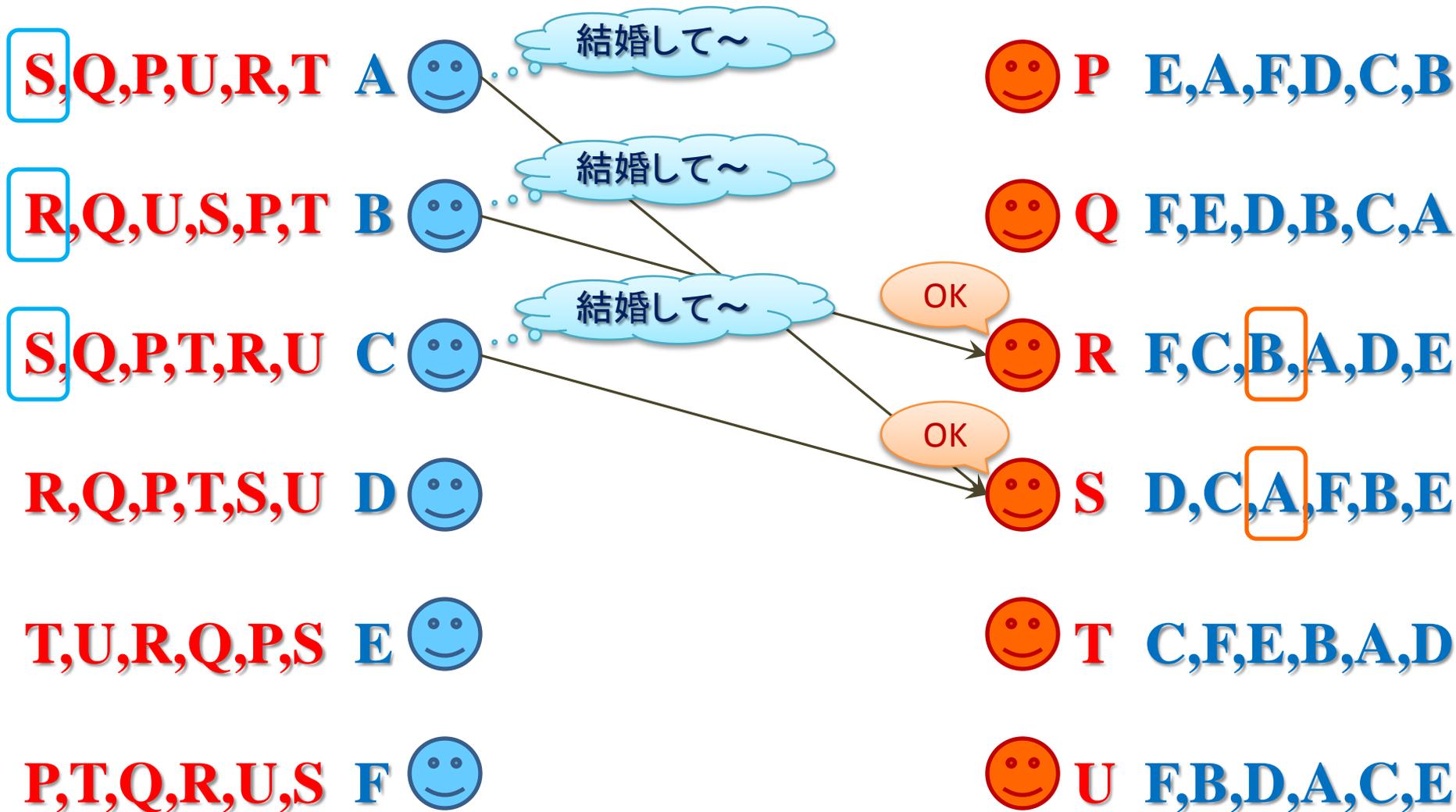
# 演習：やってみよう



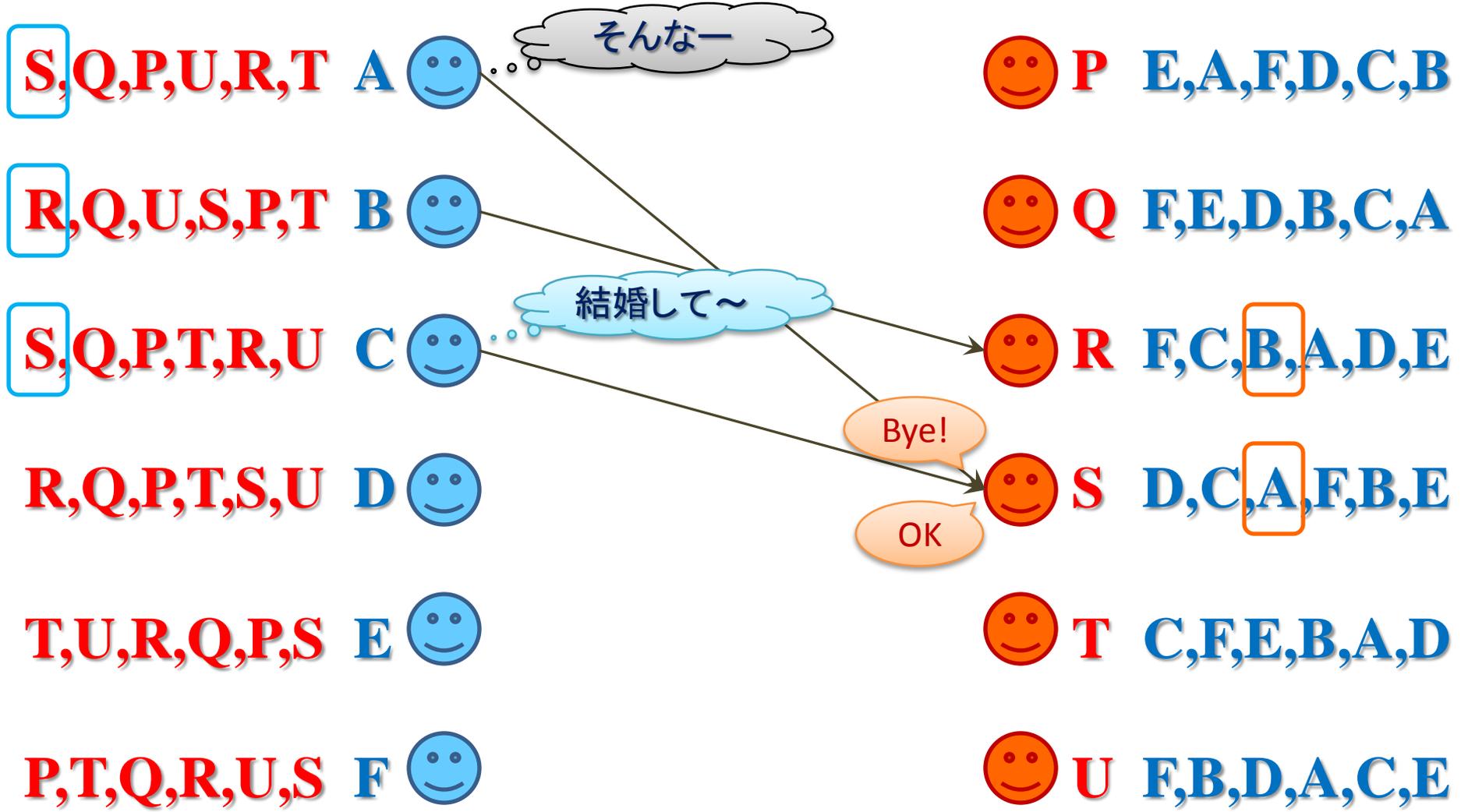
安定結婚問題を解く

*Gale-Shapley* アルゴリズム

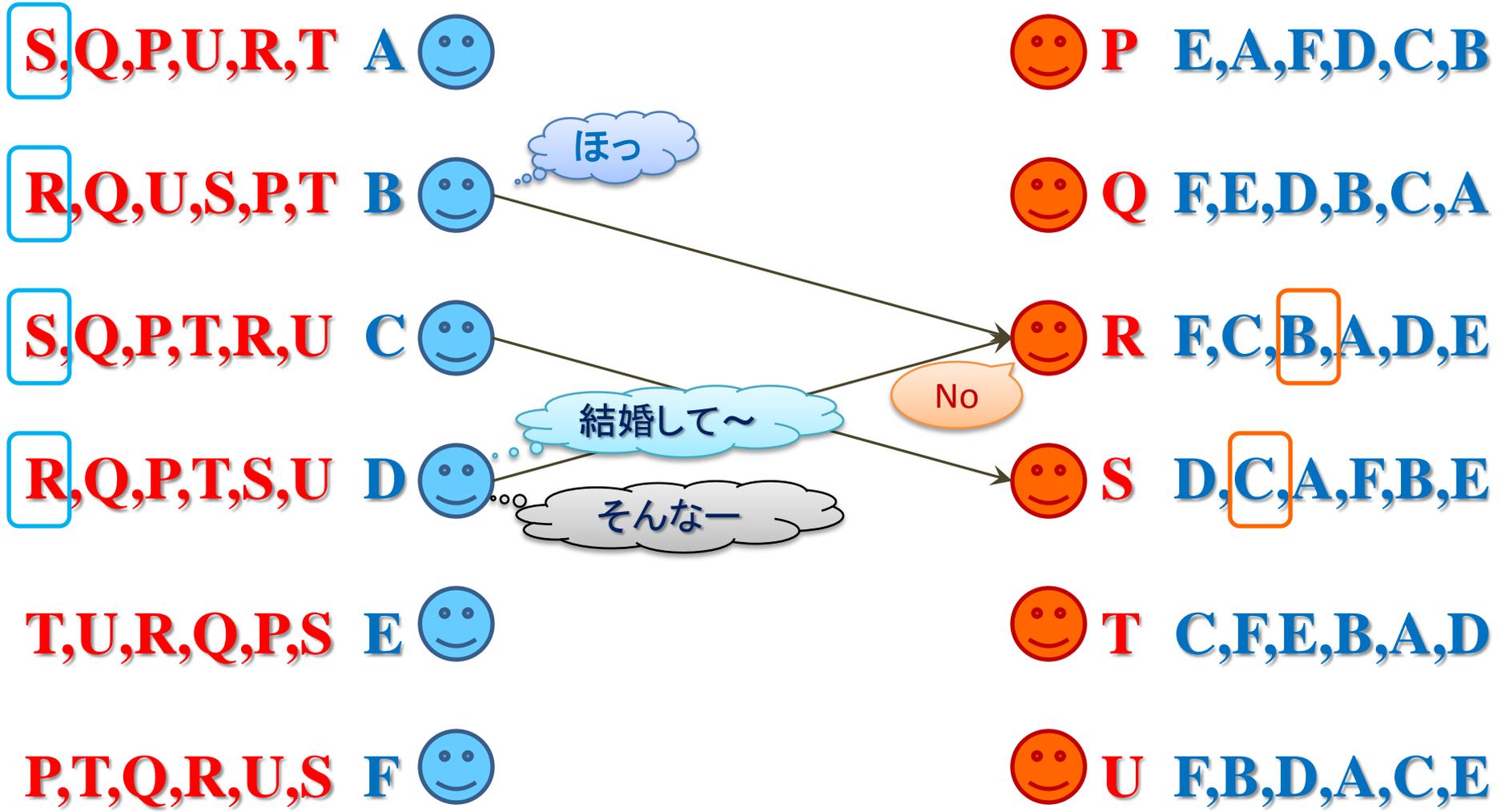
# Gale-Shapley アルゴリズム



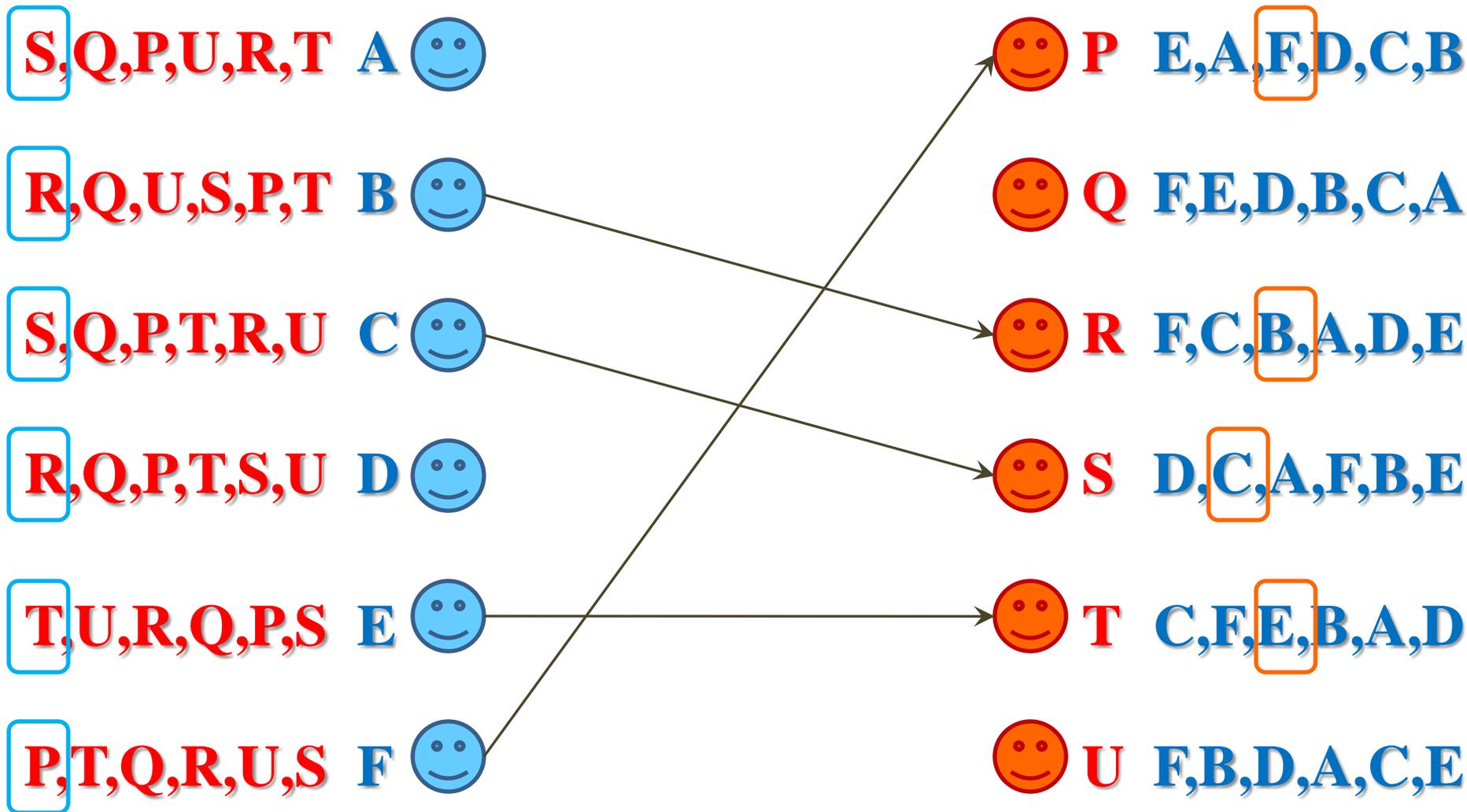
# Gale-Shapley アルゴリズム



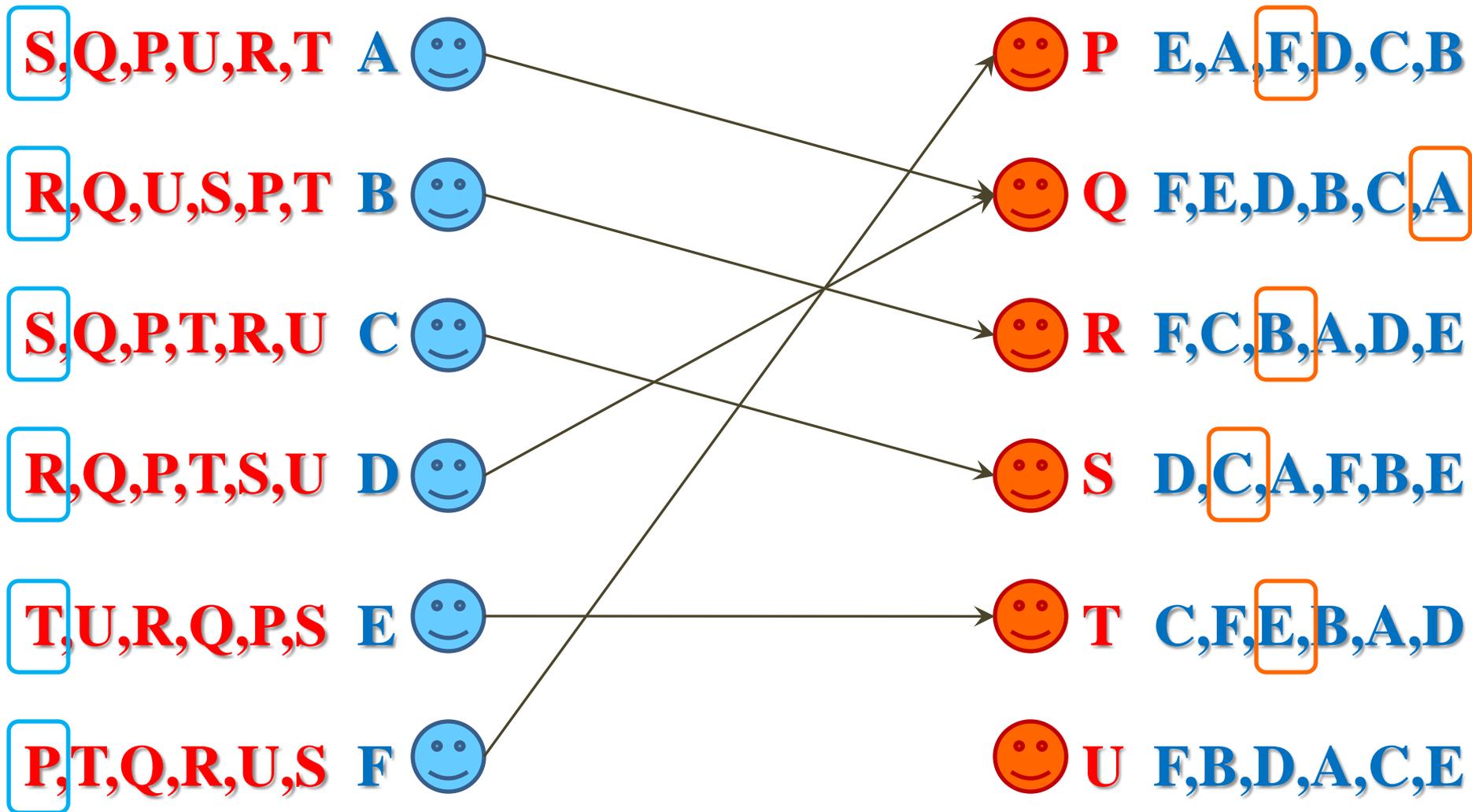
# Gale-Shapley アルゴリズム



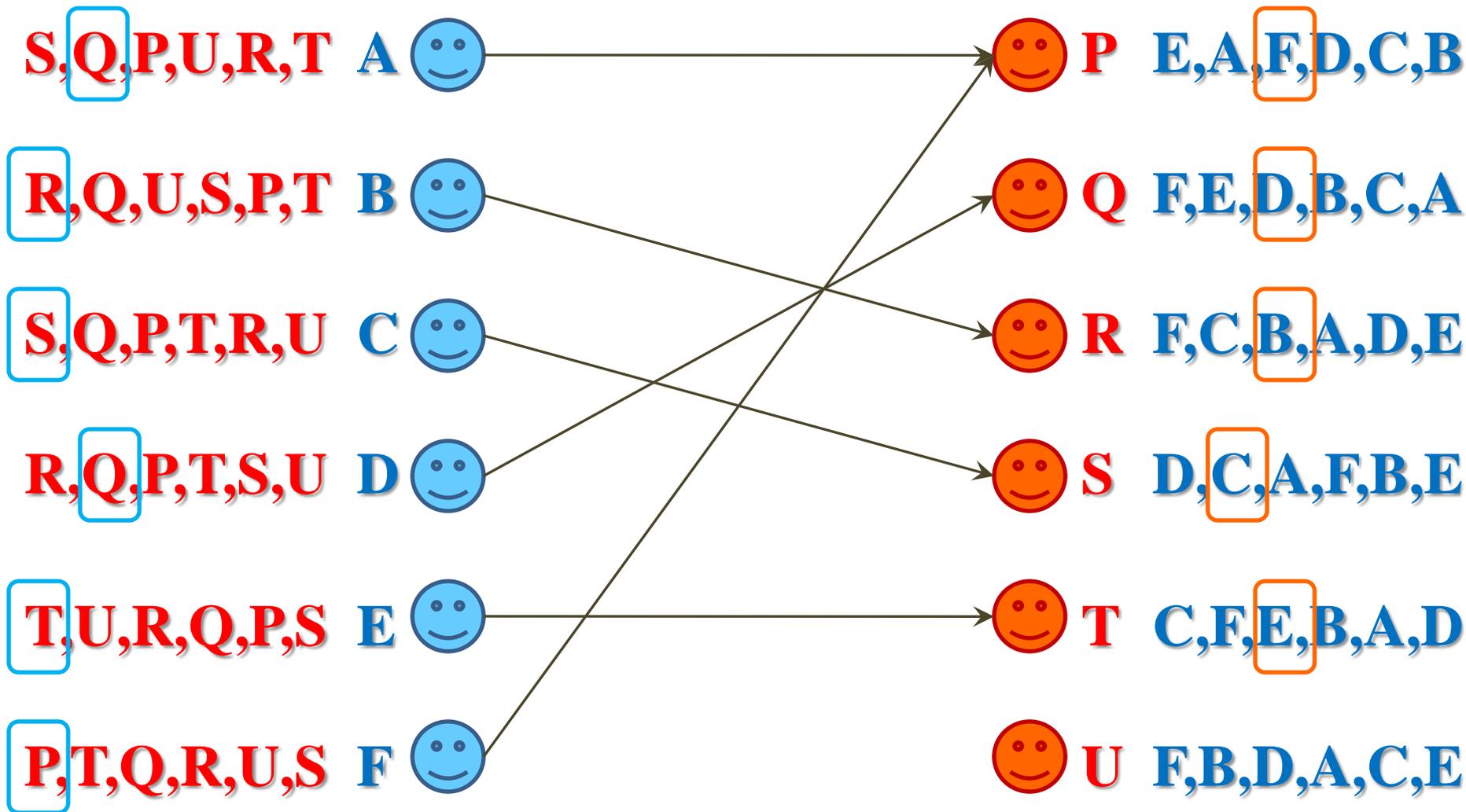
# Gale-Shapley アルゴリズム



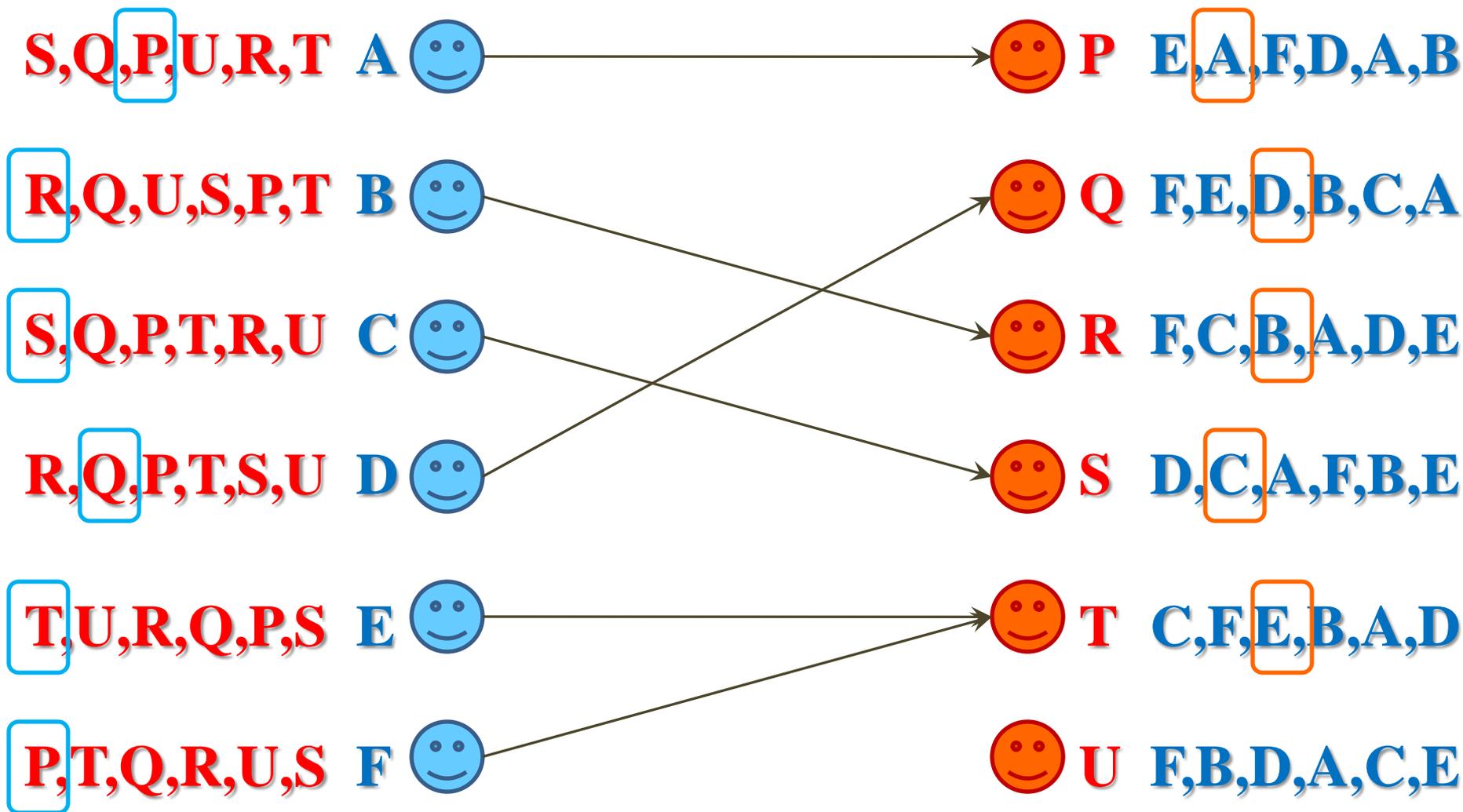
# Gale-Shapley アルゴリズム



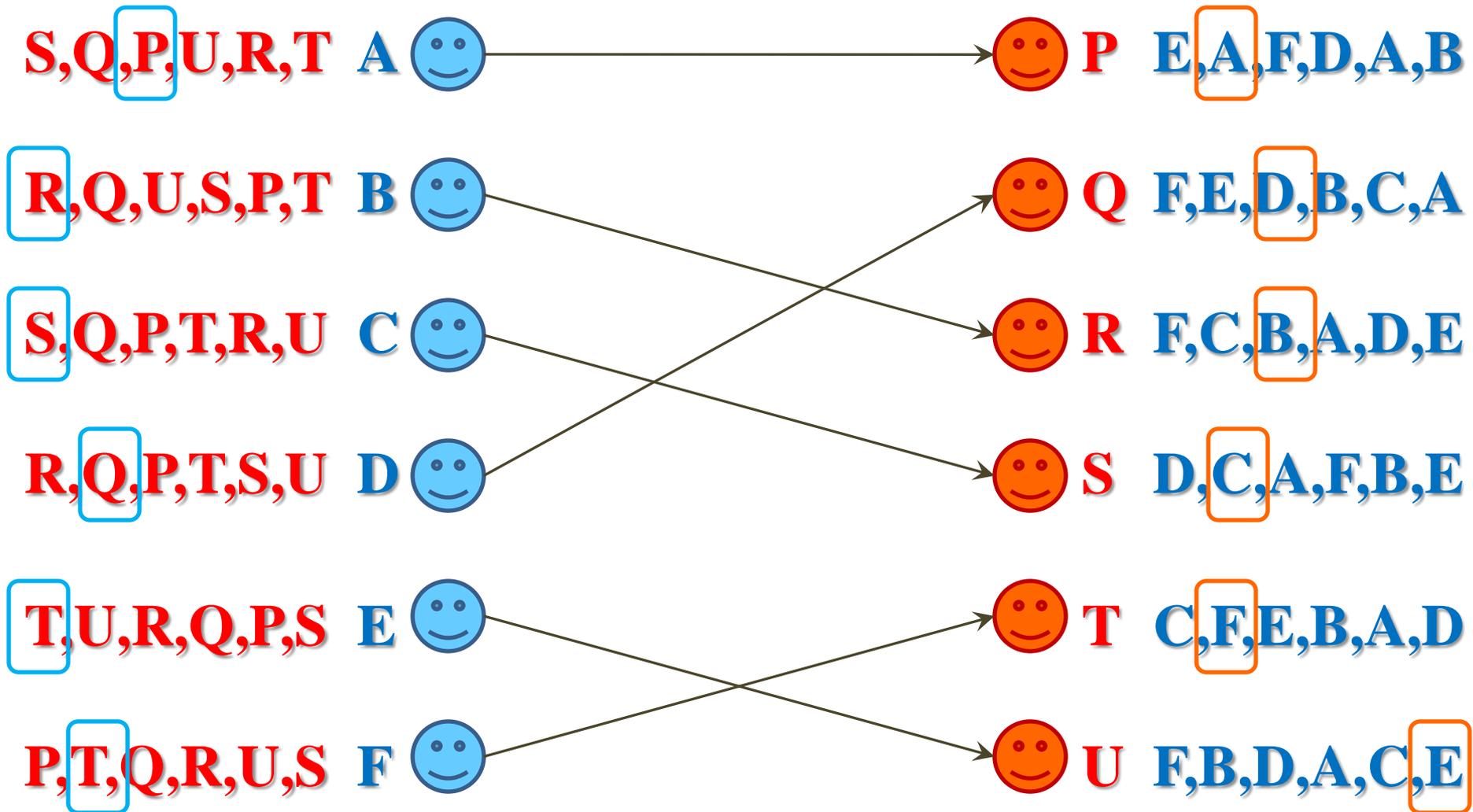
# Gale-Shapley アルゴリズム



# Gale-Shapley アルゴリズム



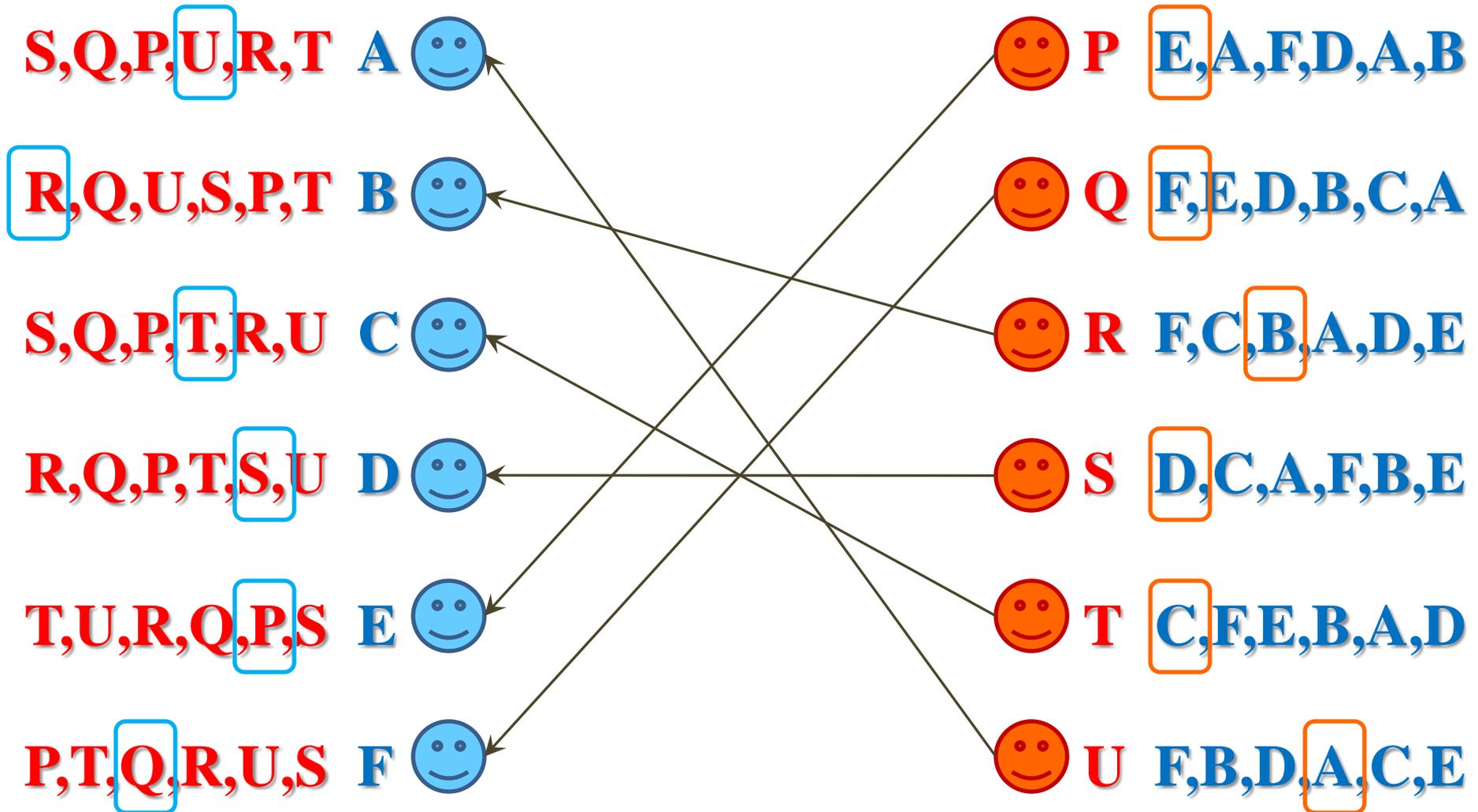
# Gale-Shapley アルゴリズム



# Gale-Shapley アルゴリズム

- **定理:** 与えられた安定結婚問題における任意の選好順位に対し, Gale-Shapleyアルゴリズムは安定マッチングを導き終了する.
- **系:** 安定結婚問題におけるどのような選好順位に対しても, 少なくとも一つの安定マッチングが存在する.
- **定理:** 男性側のプロポーズの順番に関係なく, Gale-Shapleyアルゴリズムは, 同一の安定マッチングを導く.
- **系:** 安定結婚問題におけるどのような選好順位に対しても, Gale-Shapleyアルゴリズムは, 男性側からプロポーズすれば男性最良安定マッチングを導く.

# 女性最良安定マッチング



# Gale-Shapley アルゴリズム

- 与えられた安定結婚問題について, いくつかの安定マッチングが存在する場合, 男性にとってより好ましい安定マッチング, 女性にとってより好ましい安定マッチングなど, 安定マッチングの**好ましさの比較**ができる.

- **定理:** 与えられた安定結婚問題について,  
男性**最良**安定マッチング = 女性**最悪**安定マッチング  
男性**最悪**安定マッチング = 女性**最良**安定マッチング  
である.

# モデルと実際

- これで日本人全てのカップルをつくれるか？
- モデルと実際
- 何が現実と違う？