

2010/11/4, Thu.

浮気しない！？ カップルをつくろう

～ 高校生のためのOR入門～

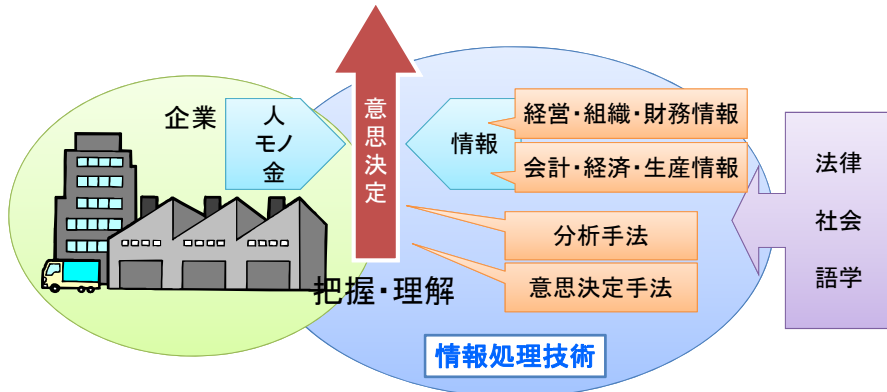
文教大学 情報学部 経営情報学科
堀田 敬介

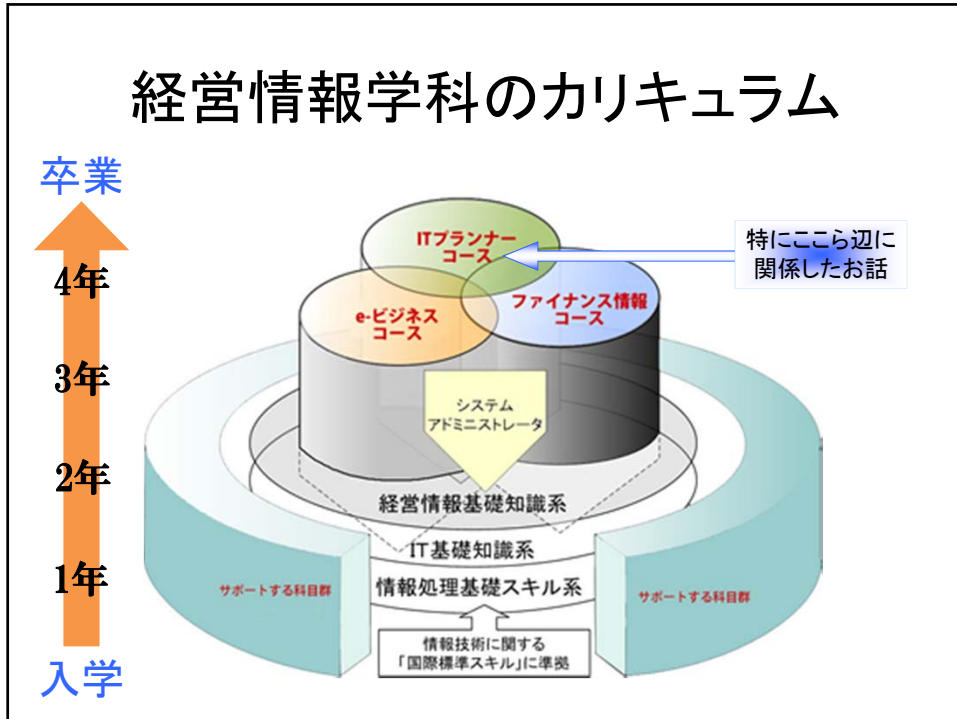
(OR = Operations Research: 日・米)

(OR = Operational Research: 欧・中)

経営情報とは何を学ぶのか

より良い企業経営へ





浮気しない？カップル

- 6人の男女がいます。少子化対策？のため、6組のカップルを作り結婚させちゃいましょう。でも各自の好き嫌いを考えずに強引にくっつけちゃうと、**浮気する人**が出るかもしれません。**浮気しないように6組のカップルをつくれますか？**






どうすれば浮気しないの？

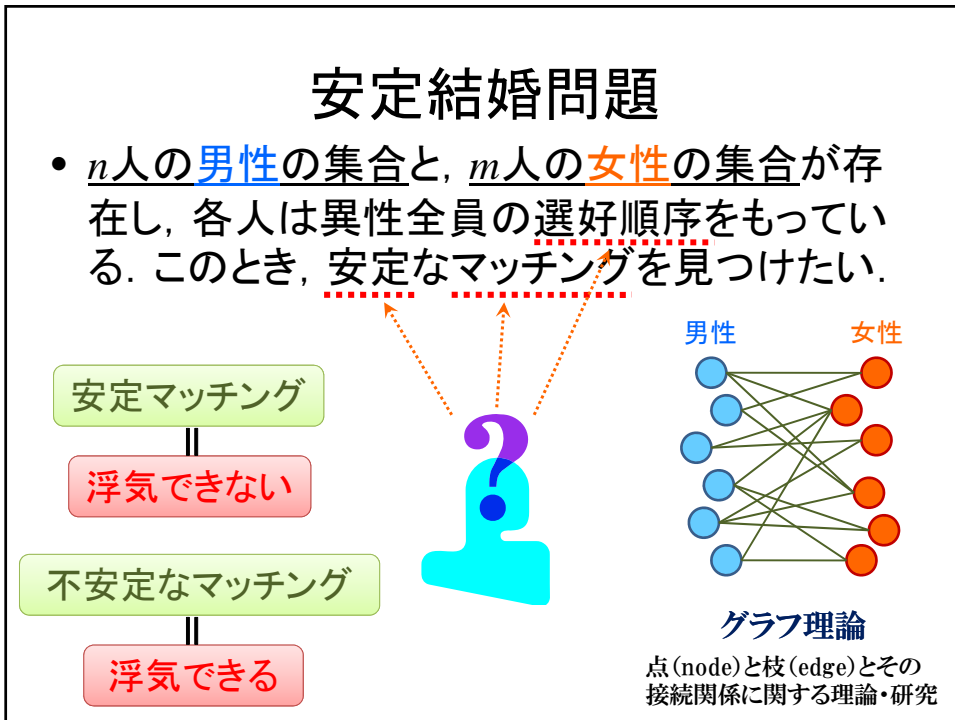
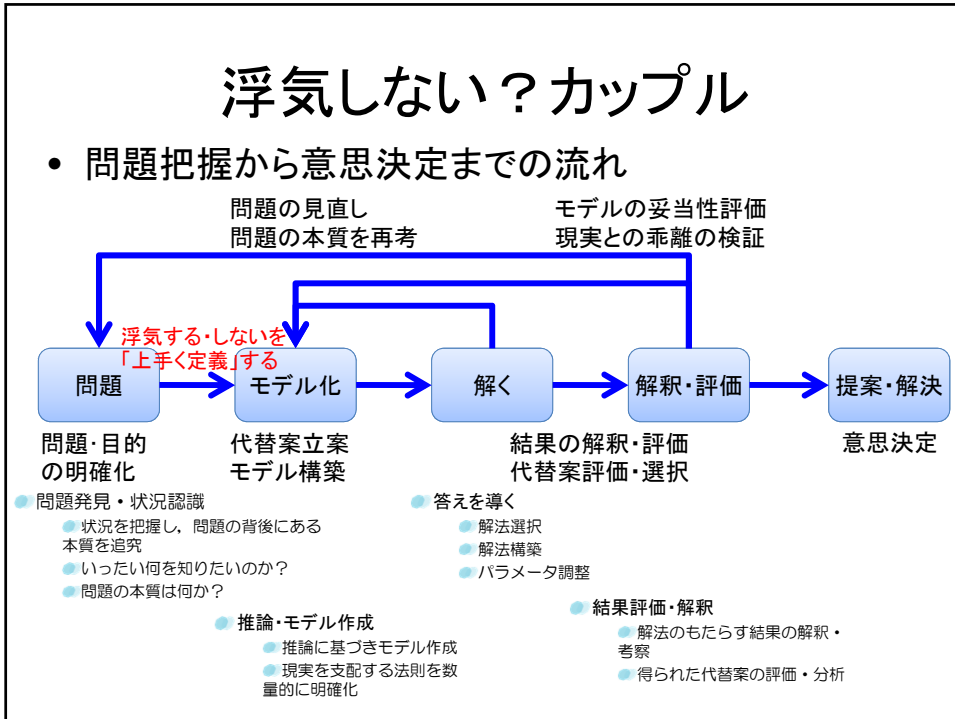
浮気しないってどういうこと？

浮気ってどういう状況で起こる？

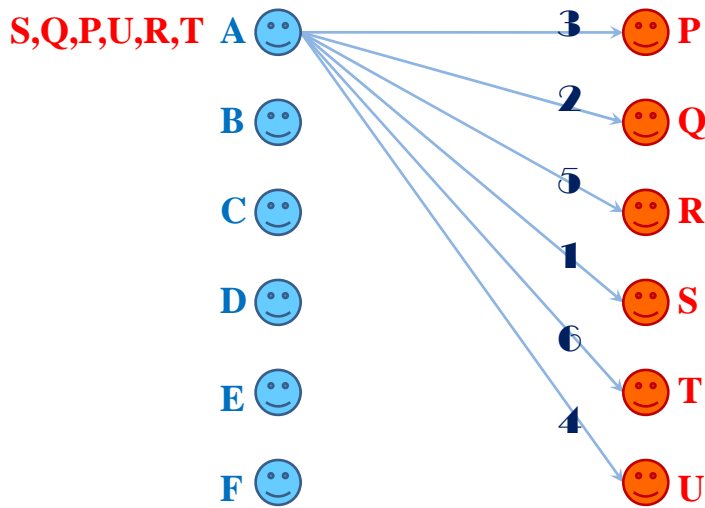


浮気する・しないを「上手く定義」する

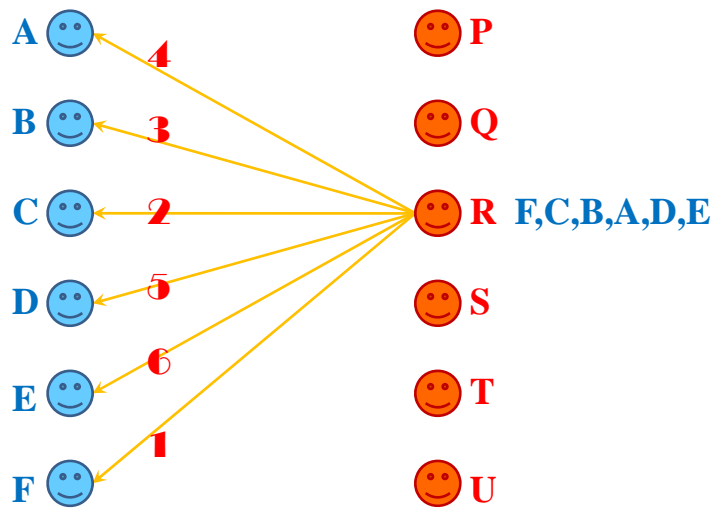




安定結婚問題(各自の選好順序)



安定結婚問題(各自の選好順序)



安定結婚問題 (マッチング)

マッチング

端点を共有しない枝の集合

つまり、どの点 (node) も高々1本の枝 (edge) にのみ接続 (incident to) している

完全マッチング

全ての点 (node) が、マッチング (matching) の枝 (edge) に接続しているとき、そのマッチングを完全マッチングという

安定結婚問題 (マッチング)

この枝集合は、マッチング (matching) ではない

なぜだかわかる？

その通り！ マッチングではありません。

なぜなら、端点を共有する枝がある (二股をかけている人がいる) から

安定結婚問題 (マッピング)

A

B

C

D

E

F

P

Q

R

S

T

U

この枝集合は、マッピング (matching) だろうか？

マッピング (matching) です。でも、完全マッピング (perfect matching) ではないので、ペアを組んでない人がいるね。

つまり、我々は完全マッピングを求めたいのだよ

※男女が同数でない場合は、完全マッピング (perfect matching) は存在しないので、最大マッピング (maximum matching) を求めます。

安定結婚問題

- n 人の男性の集合と、 m 人の女性の集合が存在し、各人は異性全員の**選好順序**をもっている。このとき、**安定なマッピング**を見つけたい。

安定マッピング

||

浮気できない

OK

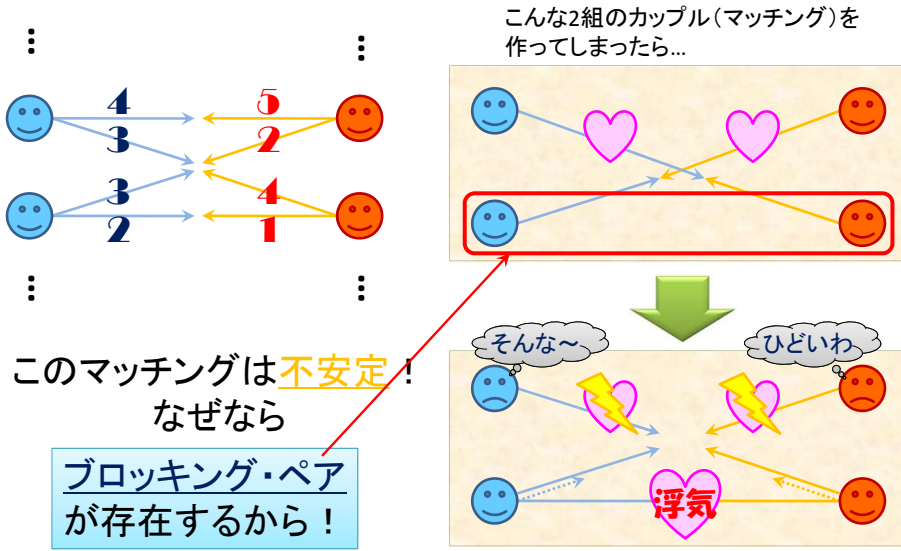
OK

不安定なマッピング

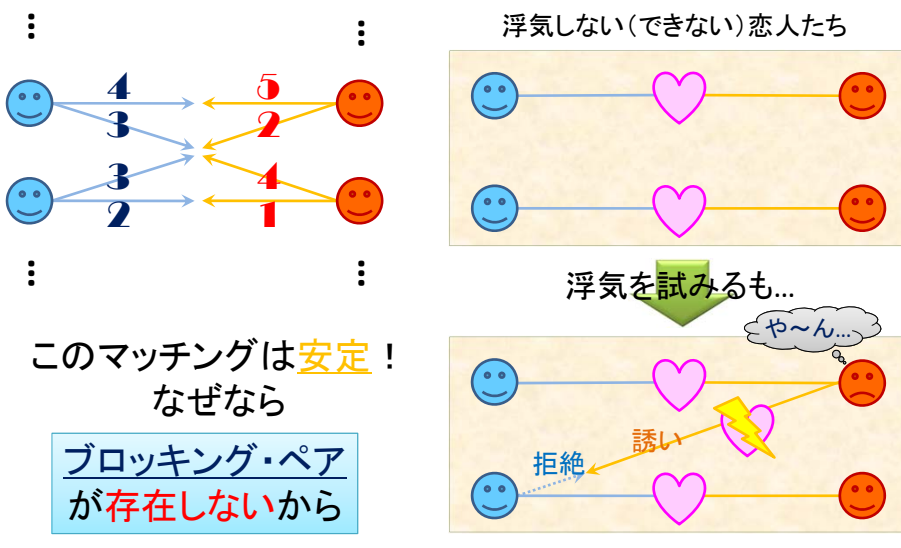
||

浮気できる

浮気する(不安定な)カップルとは？



浮気しない(安定な)恋人たち



安定結婚問題

- n 人の男性の集合と, m 人の女性の集合が存在し, 各人は異性全員の**選好順序**をもっている. このとき, **安定なマッチング**を見つけたい.

安定マッチング

||

浮気できない

不安定なマッチング

||

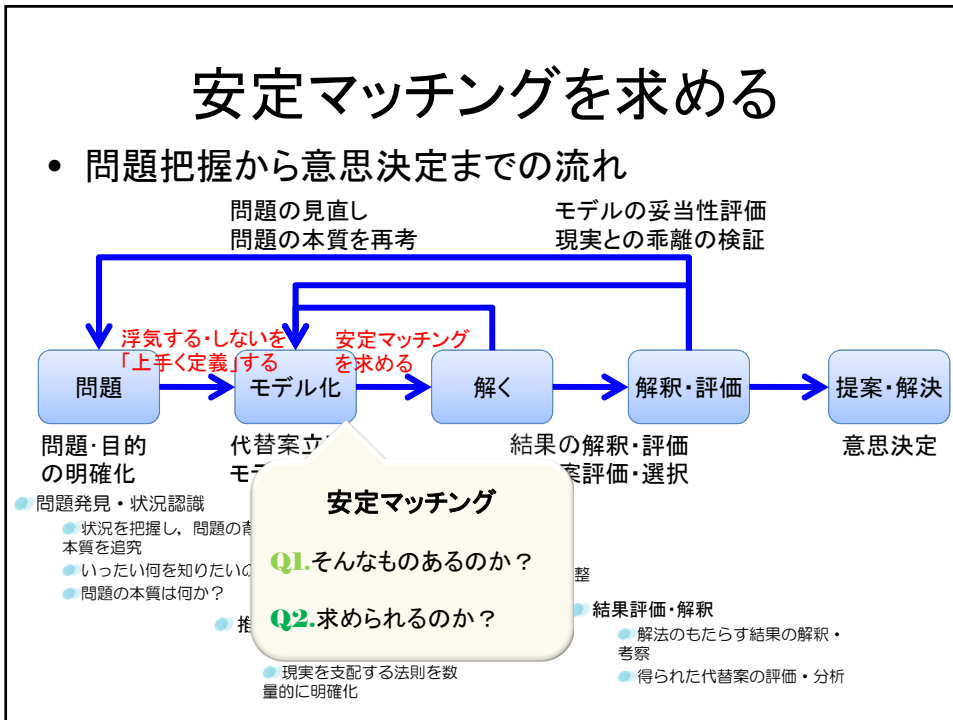
浮気できる

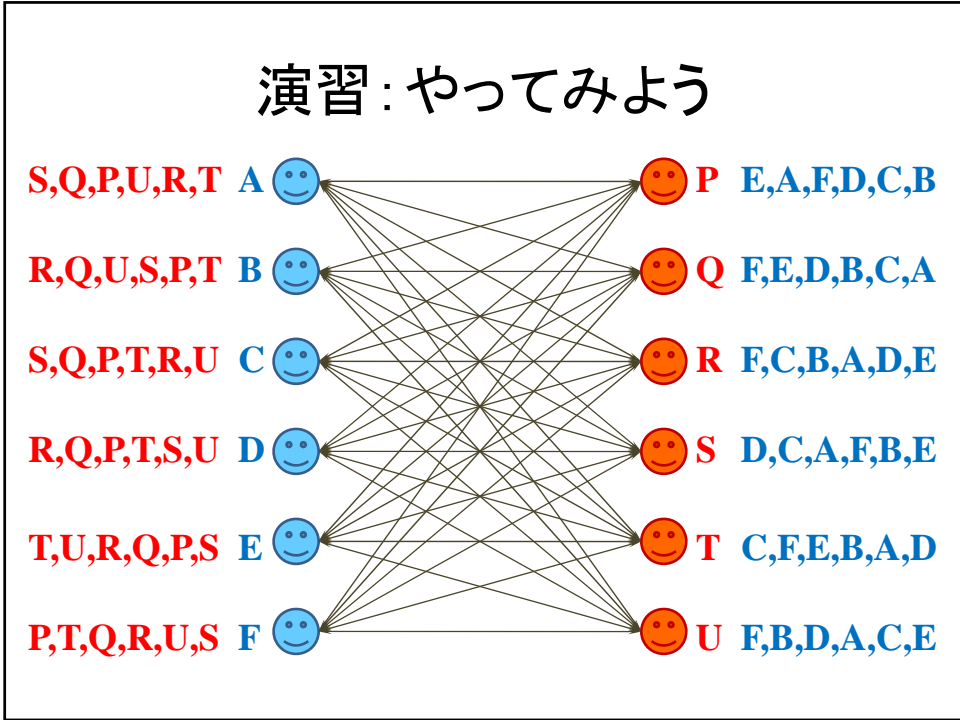
安定結婚問題(まとめ)

浮気しないカップルをつくる(安定結婚問題を解く)ということは,

(ブロッキング・ペアが存在しない)安定な完全マッチングを求めること

※男女が同数でない場合は, 完全マッチング(perfect matching)は存在しないので, 最大マッチング(maximum matching)を求めます.

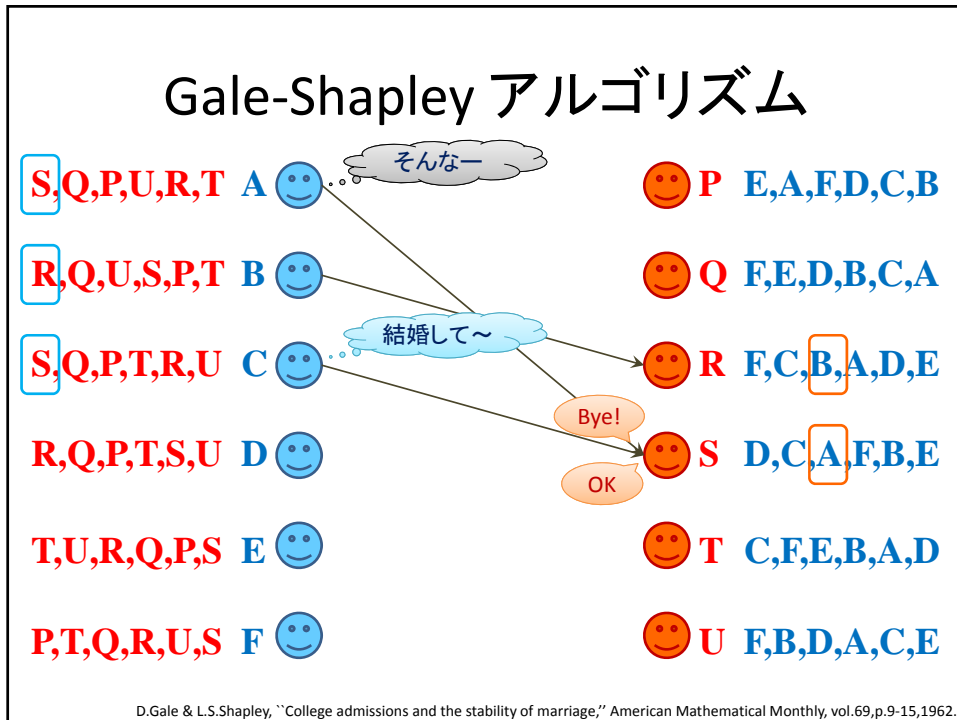
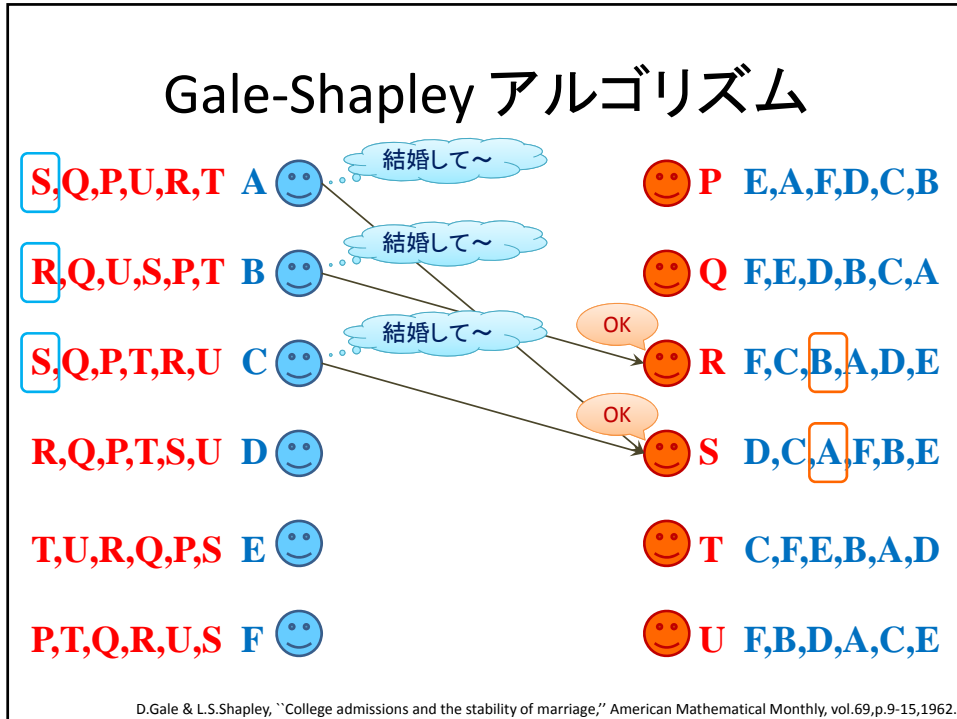


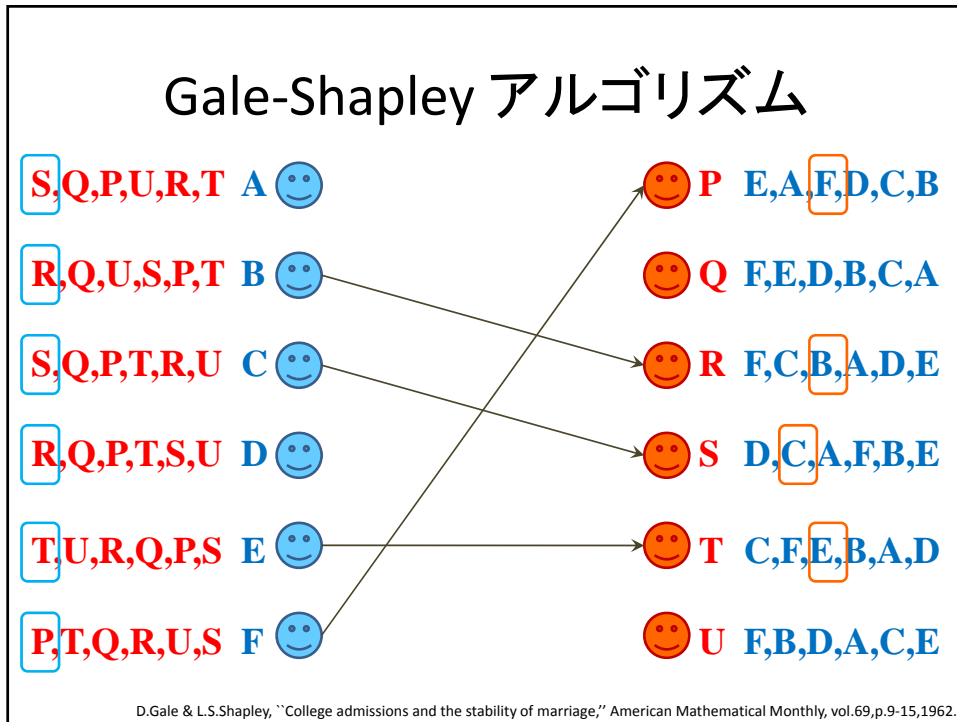
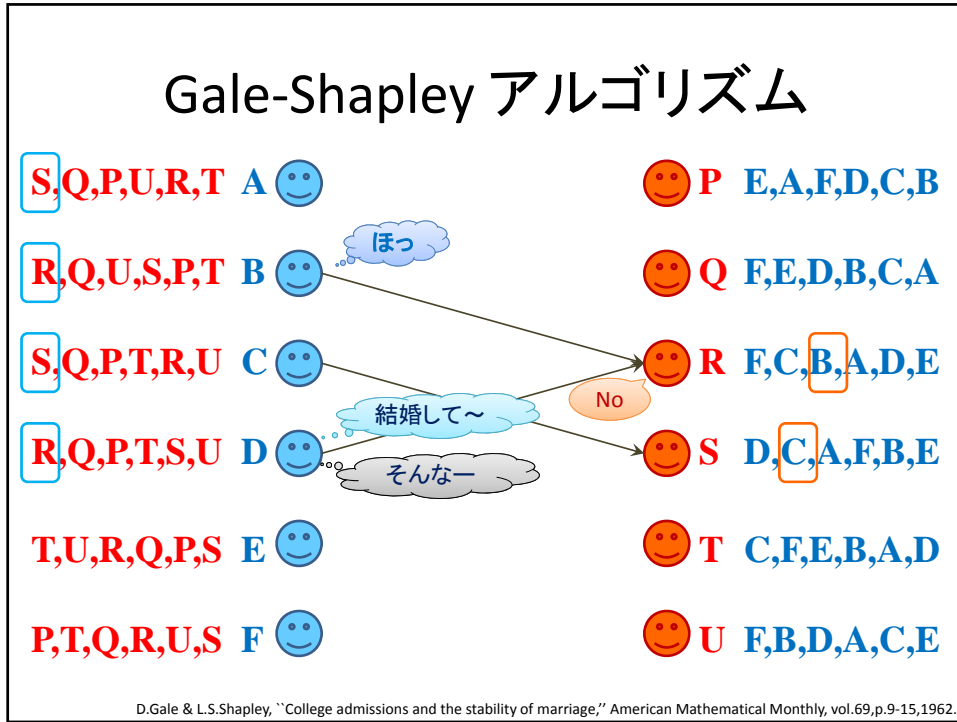


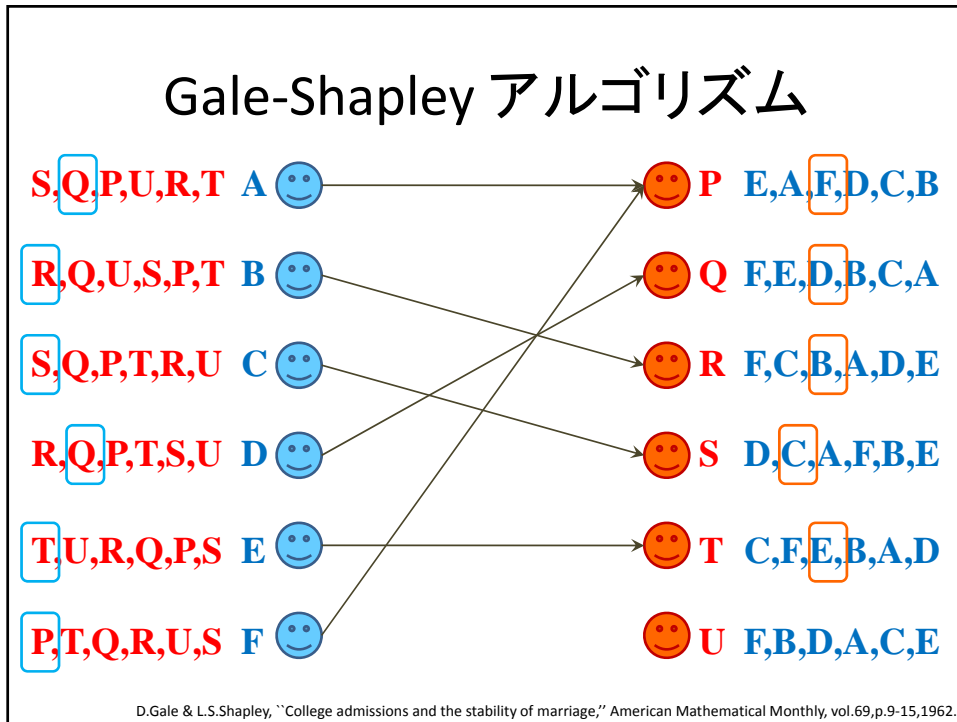
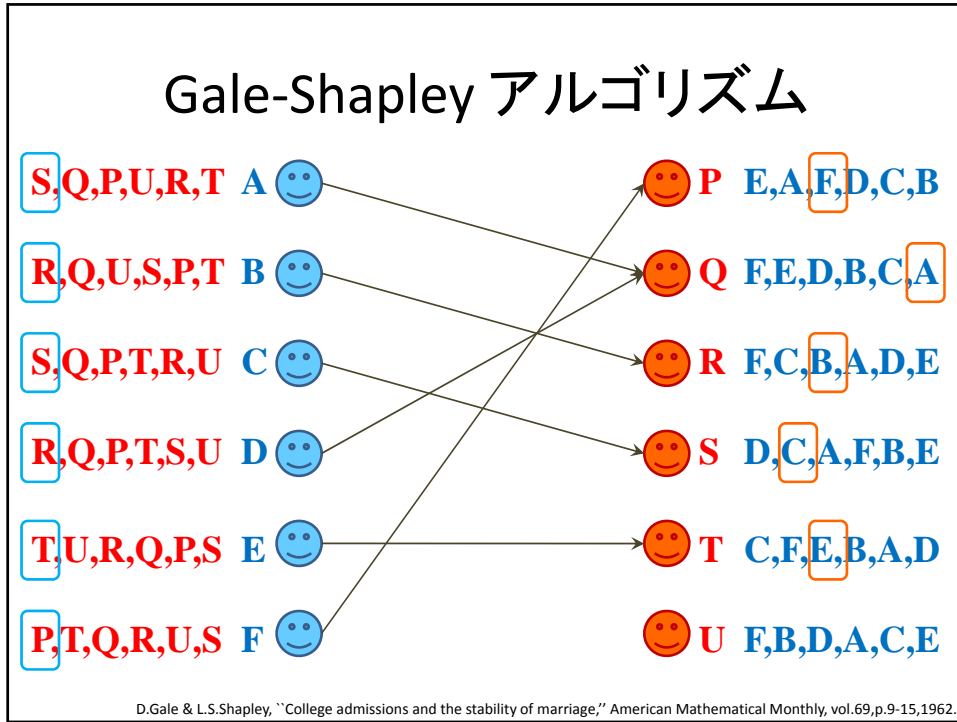
安定結婚問題を解く

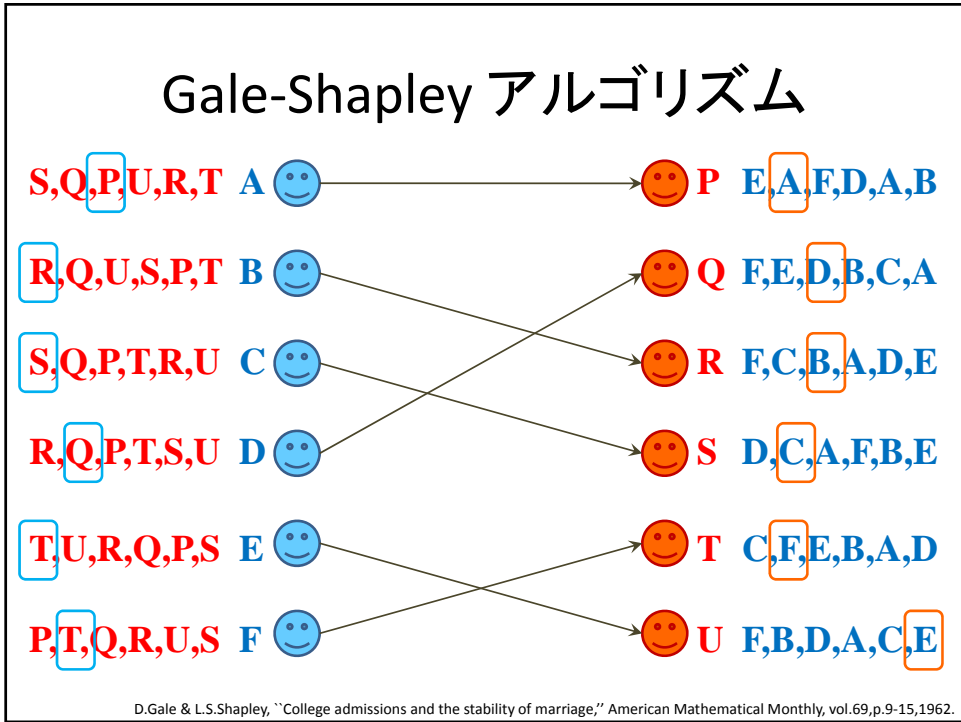
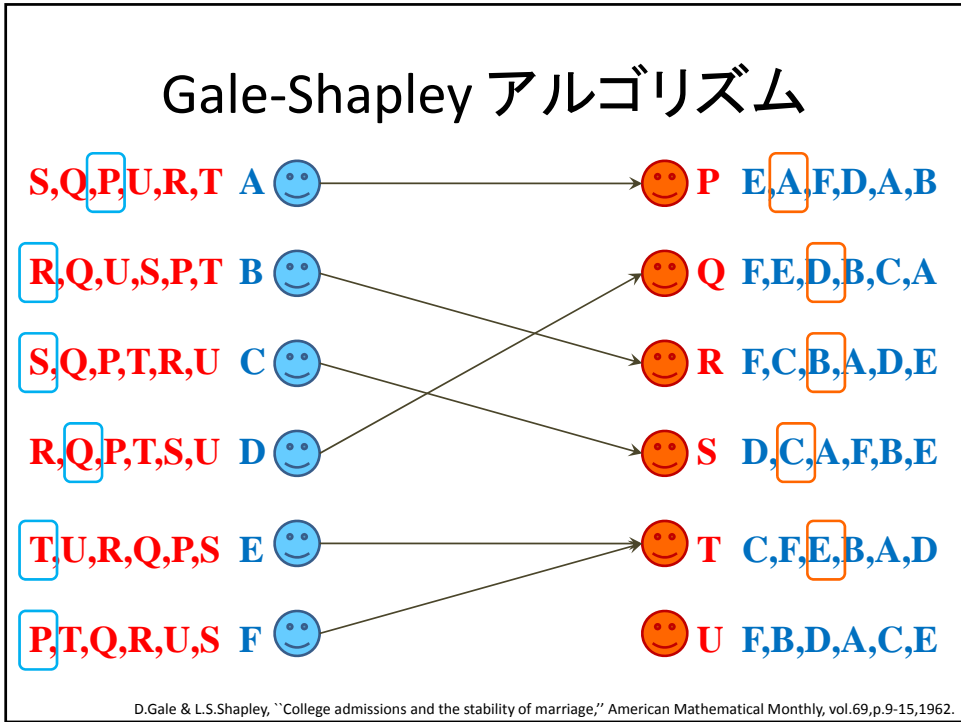
Gale-Shapley アルゴリズム

D.Gale & L.S.Shapley, "College admissions and the stability of marriage," American Mathematical Monthly, vol.69,p.9-15,1962.









アルゴリズムの評価

1. アルゴリズムはきちんと終わるのか？
(無限に繰り返さない？)
2. アルゴリズムは完全マッチングを求めるのか？
(全員がちゃんとカップルになる？)
3. アルゴリズムが求めたマッチングは安定なの？
(誰も浮気しない・できない？)

Gale-Shapley アルゴリズム

- **定理**: 与えられた安定結婚問題における任意の選好順位に対し, Gale-Shapleyアルゴリズムは安定マッチングを導き終了する.

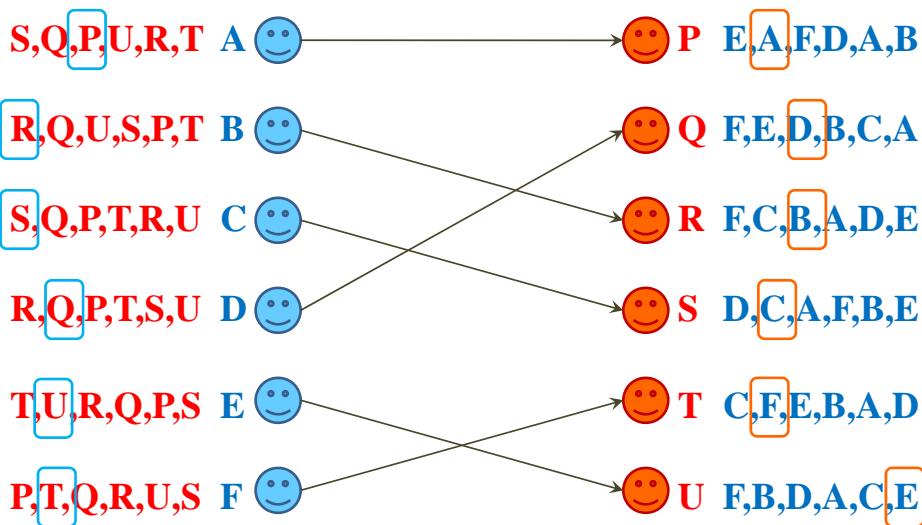


1. きちんと終わるよ！
 2. 完全マッチングを求めるよ！
 3. 安定だよ！
- **系**: 安定結婚問題におけるどのような選好順位に対しても, 少なくとも一つの安定マッチングが存在する.

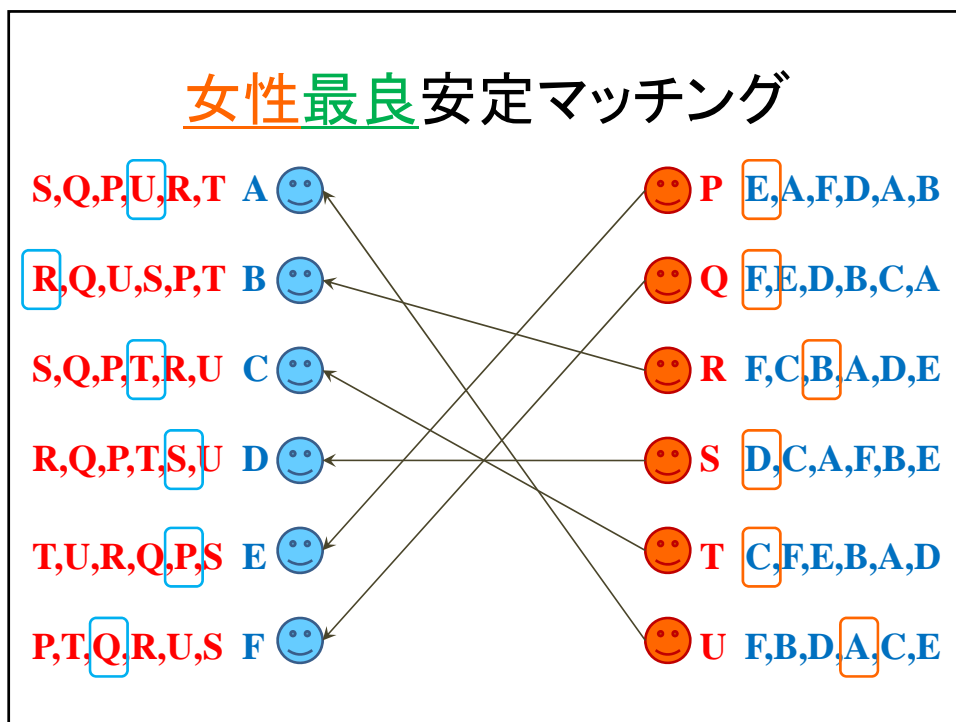
Gale-Shapley アルゴリズム

- **定理:** 男性側のプロポーズの順番に関係なく, Gale-Shapleyアルゴリズムは, 同一の安定マッチングを導く.
- **系:** 安定結婚問題におけるどのような選好順位に対しても, Gale-Shapleyアルゴリズムは, 男性側からプロポーズすれば **男性最良安定マッチング** を導く.

男性最良安定マッチング



D.Gale & L.S.Shapley, "College admissions and the stability of marriage," American Mathematical Monthly, vol.69,p.9-15,1962.

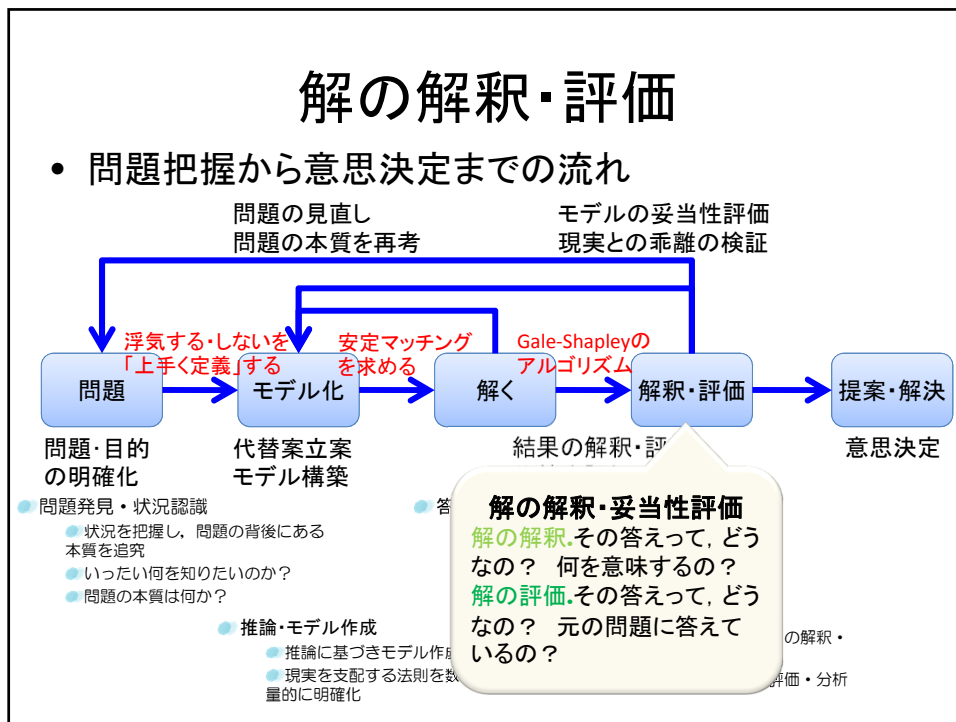


Gale-Shapley アルゴリズム

- 与えられた安定結婚問題について、いくつかの安定マッチングが存在する場合、男性にとってより好ましい安定マッチング、女性にとってより好ましい安定マッチングなど、安定マッチングの好ましさにある種の順序付けができる。

- 定理:** 与えられた安定結婚問題について、
 男性最良安定マッチング = 女性最悪安定マッチング
 男性最悪安定マッチング = 女性最良安定マッチング
 である。

➡ 教訓!? 『待つちゃダメ！
好きになったら自分から告白しなさい』



もっと知りたい人へ

● 高校生でも読めるORの入門書

- 久保, 松井
「組合せ最適化『短編集』」 朝倉書店(1999)
- 山本, 久保
「巡回セールスマン問題への招待」 朝倉書店(1997)
- グリッツマン, ブランデンベルク
「最短経路の本」 シュプリンガー・ジャパン(2008)
- 松井, 根本, 宇野
「入門オペレーションズ・リサーチ」 東海大出版(2008)

● さらに詳しい内容を勉強したい人は

- 根本「安定結婚問題」
久保, 田村, 松井『応用数理計画ハンドブック』Ch14-2 朝倉書店(2002)

ITプランナー

□ 応用事例

□ メディアで取り上げられた例

- 最長しりとり問題(フジテレビ「トリビアの泉」2004/3)
- 最長片道切符(NHK「列島12000km」2004/5/6-6/23など)
- スポーツ・スケジューリング(TBS「エキサイト・サンデー」ほか)
- 不可能物体の数理(日テレ「世界一受けたい授業」200?/?)

□ その他の例

- 選挙の数理[議員定数・区割画定, etc]
- 鉄道の数理[経路探索, 運行計画, etc]
- 車の数理[カーナビ, 配送計画, etc]
- 空の数理[運航計画, 操縦士計画, etc]
- 社会の数理[看護婦スケジューリング, etc]
- パッキング[長方形パッキング問題, 切り出し, etc]
- 待ち行列理論[窓口混雑解消, 高速料金所, etc]
- ゲーム理論