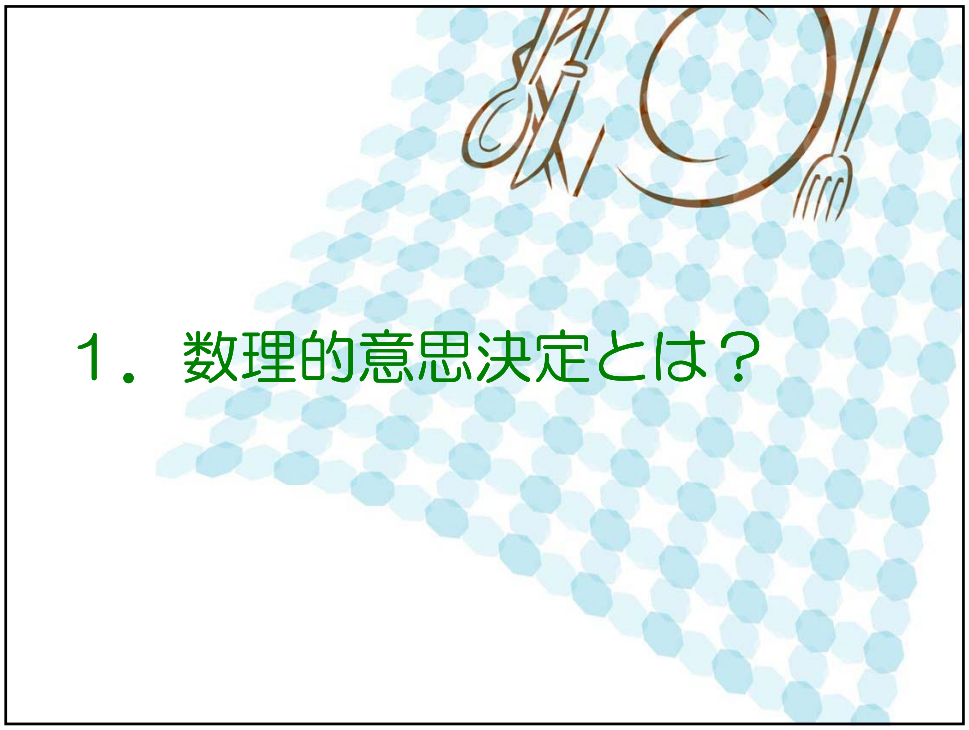
目次

1.数理的意思決定とは？

2.数理的意思決定基準

3.意思決定者毎に最適は違う



1．数理的意思決定とは？

- 複数の代替案がある時，どの選択をするかにより結果が異なる

⇩

客観的な指標が欲しい

- 選んだ代替案を他の代替案と比べた時，自分の意思決定がどの程度妥当だったのかの判断指標
- 意思決定者・グループが各代替案に対して
  - （なるべく）同じように評価・比較できる
  - （ある程度）説得力がある，etc.

⇩

数理的な尺度で計測したらどうだろう

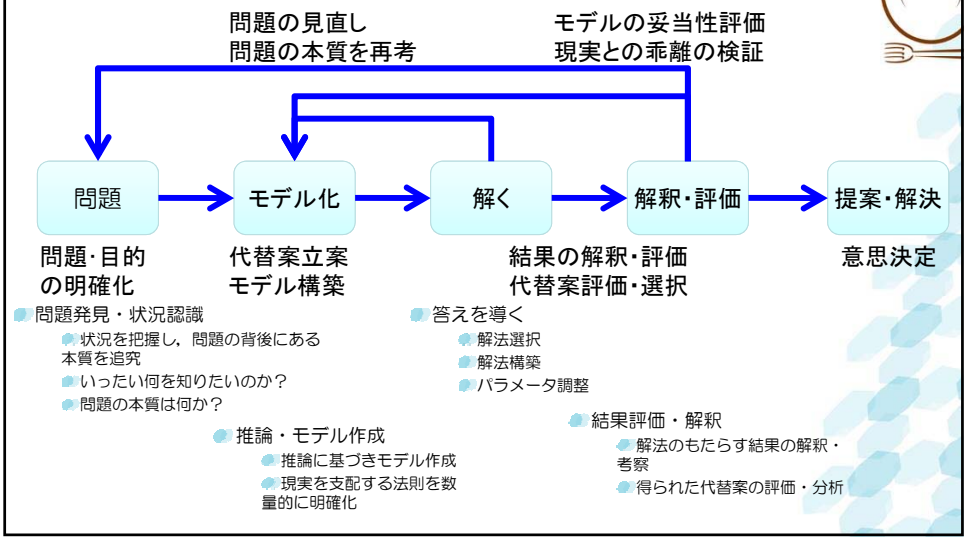
1．数理的意思決定とは？

- 数理的意思決定手法
  - ゲーム理論(Game Theory)
  - 線形計画法(LP)・多目的線形計画法(MLP)
  - 包絡分析法(DEA)
  - 階層分析法(AHP)・階層ネットワーク法(ANP)
  - シミュレーション(simulation)
  - 最適化(Optimization)
  - etc.
- どの手法を用いればよいか？
  - 各手法は一長一短
  - 問題・状況を把握し最も適切な方法を採用
    - 何を知りたいのか？
    - 何がわかればよいのか？

問題の把握
と
手法の選択

1．数理的意思決定とは？

- 問題把握から意思決定までの流れ



2. 数理的意思決定基準

2. 数理的意思決定基準

例 文教太郎君のデート計画

太郎君は花子さんと週末デートを計画している

◆遊園地

◆ドライブ

◆映画鑑賞

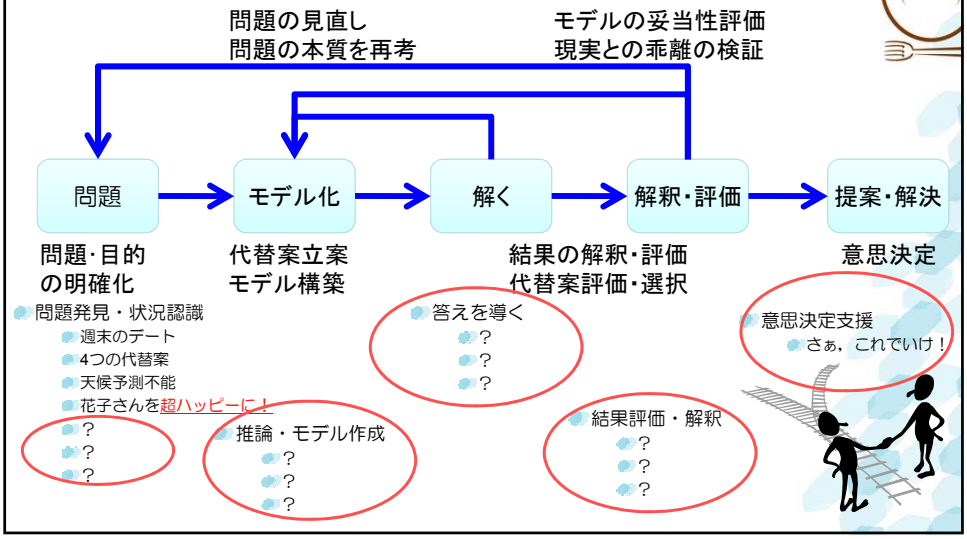
◆マリンスポーツ

のいずれかをしたいと思っている．太郎君によると，花子さんは天気によってデートコースの評価（満足度）が変わるらしい．花子さんをとてもハッピーにしたい太郎君だが，週末の天気がどうなるかわからないので困っている．

太郎君の親友であるあなたは，どうアドバイスする？

2．数理的意思決定基準

太郎君のデート計画どうしましょう？



2．数理的意思決定基準

太郎君のデート計画

各代替案と天候による花子の満足度（太郎の調査による）

代替案＼天候		晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

- もし，晴れたら ⇒ x_1案『遊園地へ』が一番よい
- もし，曇りなら ⇒ x_2案『ドライブ』が一番よい
- もし，雨ならば ⇒ x_3案『映画鑑賞』が一番よい
- もし，風ならば ⇒ x_4案『マリンスポーツ』が一番よい

どうしよう……．あなたならどうする？

2. 数理的意思決定基準

- 各代替案に得点を与えて比較しよう

状態数：$j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$

代替案数	$x_i \diagdown j$		晴	曇	雨	風
$i=1$	x_1	遊園地	50	35	20	40
2	x_2	ドライブ	45	50	35	25
3	x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
4	x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

満足度を w_{ij} と表すことにしよう

$$\begin{cases} w_{11}=50, w_{12}=35, w_{13}=20, w_{14}=40 \\ w_{21}=45, w_{22}=50, w_{23}=35, w_{24}=25 \\ w_{31}=35, w_{32}=35, w_{33}=40, w_{34}=30 \\ w_{41}=45, w_{42}=20, w_{43}=5, w_{44}=70 \end{cases}$$

- 各代替案の得点は…

$$\begin{cases} S(x_1)=? \leftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2)=? \leftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3)=? \leftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4)=? \leftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$

つまり，
最も得点の高い代替案を
太郎君に推薦しよう！
ということ

2. 数理的意思決定基準

- ではどのように代替案に得点を付ける？

$$\begin{cases} S(x_1)=? \leftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2)=? \leftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3)=? \leftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4)=? \leftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$

- 代替案選択のための5つの基本的基準
  - ラプラスの基準 Laplace … S_L
  - マキシミンの基準 maximin … S_p
  - マキシマックスの基準 maximax … S_q
  - フルビッツの基準 Hurwitz … S_F
  - ミニマックス・リグレット基準 minimax regret … S_r

2. 数理的意思決定基準

$x_i \backslash j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

ラプラスの基準

- 状態の生起確率を等確率とした期待値（＝ 算術平均）
- S_L が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_L(x_1) = (50+35+20+40)/4 = 36.25 \\ S_L(x_2) = (45+50+35+25)/4 = 38.75 \\ S_L(x_3) = (35+35+40+30)/4 = 35.0 \\ S_L(x_4) = (45+20+5+70)/4 = 35.0 \end{cases}$$

$$\max_i S_L(x_i) \quad \text{ただし，} S_L(x_i) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} w_{ij}$$

2. 数理的意思決定基準

$x_i \backslash j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

マキシミンの基準

- 最悪の状態を考え，そのうち最もよい案を選択（悲観論者の基準）
- S_p が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_p(x_1) = \min\{50,35,20,40\} = 20 \\ S_p(x_2) = \min\{45,50,35,25\} = 25 \\ S_p(x_3) = \min\{35,35,40,30\} = 30 \\ S_p(x_4) = \min\{45,20,5,70\} = 5 \end{cases}$$

$$\max_i S_p(x_i) \quad \text{ただし，} S_p(x_i) = \min_j w_{ij}$$

2. 数理的意思決定基準

$x_i \backslash j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

マキシマックスの基準

- 最良の状態を考え，そのうち最もよい案を選択（楽観論者の基準）
- S_q が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_q(x_1) = \max\{50,35,20,40\} = 50 \\ S_q(x_2) = \max\{45,50,35,25\} = 50 \\ S_q(x_3) = \max\{35,35,40,30\} = 40 \\ S_q(x_4) = \max\{45,20,5,70\} = 70 \end{cases}$$

★ $\max_i S_q(x_i)$ ただし，$S_q(x_i) = \max_j w_{ij}$

2. 数理的意思決定基準

$x_i \backslash j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

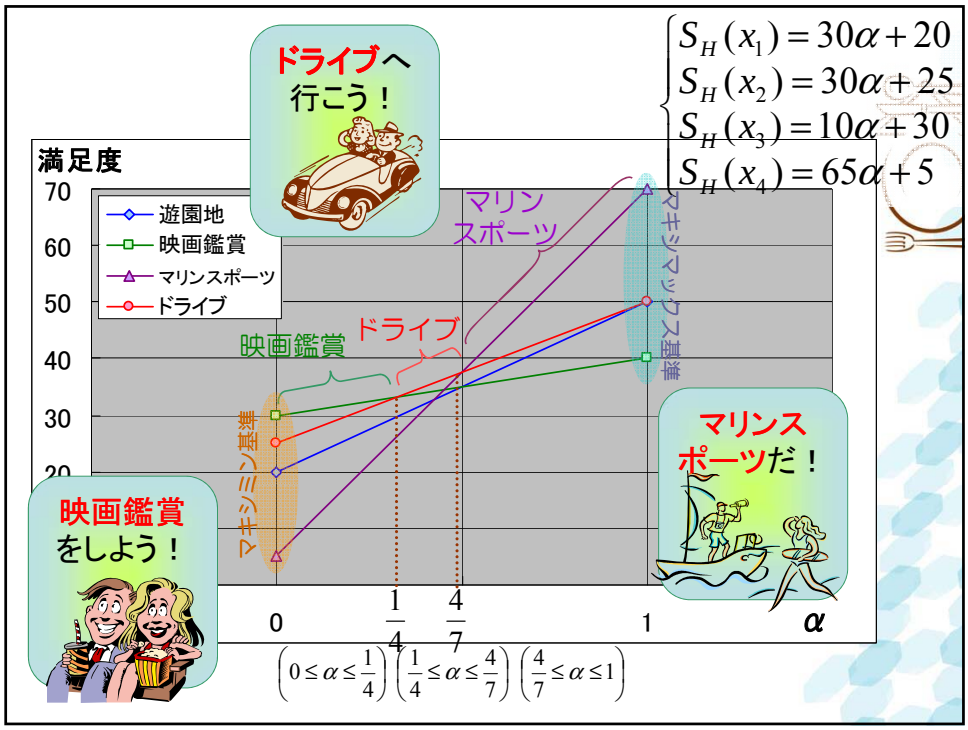
フルビッツの基準

- 悲観と楽観のバランスを取る
- 悲観・楽観度αがその程度を表す
  - α=1：マキシマックスの基準と同じ
  - α=0：マキシミンの基準と同じ
- S_Hが最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_H(x_1) = 50\alpha + 20(1-\alpha) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 50\alpha + 25(1-\alpha) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 40\alpha + 30(1-\alpha) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 70\alpha + 5(1-\alpha) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

★ $\max_i S_H(x_i)$ ただし，

$S_H(x_i) = \alpha \max_j w_{ij} + (1-\alpha)\min_j w_{ij} \quad (0 \le \alpha \le 1)$



2. 数理的意思決定基準

$x_i \diagdown j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

ミニマックス・リグレット基準

- 状態が予め分かっていれば選択しただろう最良案と，実際に選択した案との差〈後悔の念（リグレット），機会損失〉を考え，代替案毎にそれが最大になるものを各々求め，それを最小にする

  （クヨクヨ〔後悔大好き〕悲観論者の基準）

- 最大機会損失S_rが最小になる案を選択

$$\min_i S_r(x_i) \quad \text{ただし，} \quad S_r(x_i)=\max_j\{\max_i w_{ij}-w_{ij}\}$$

2. 数理的意思決定基準

ミニマックス・リグレット基準

満足度表

	代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

満足度表からリグレット表を作る

リグレット（機会損失）表

	代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	0	15	20	30
x_2	ドライブ	5	0	5	45
x_3	映画鑑賞	15	15	0	40
x_4	マリンスポーツ	5	30	35	0

最大機会損失Wsを最小に

$$\begin{cases} S_r(x_1) = \max\{0,15,20,30\} = 30 \\ S_r(x_2) = \max\{5,0,5,45\} = 45 \\ S_r(x_3) = \max\{15,15,0,40\} = 40 \\ S_r(x_4) = \max\{5,30,35,0\} = 35 \end{cases}$$

遊園地へ行こう！

2. 数理的意思決定基準

- ラプラス基準（平均（等確率の期待値））→ x_2案：ドライブ
- マキシミン基準（悲観論者のための指標）→ x_3案：映画鑑賞
- マキシマックス基準（楽観論者のための指標）→ x_4案：Mスポーツ
- フルビッツ基準（中庸をゆく人の指標）→ x_2案：ドライブ、x_3案：映画鑑賞、x_4案：Mスポーツ
- ミニマックス・リグレット基準（別基準の悲観論者用）→ x_1案：遊園地

2. 数理的意思決定基準

- どの意思決定基準を採用すればいいのか？

意思決定者の視点

決定基準が立脚している視点
- 生起確率等，
- 悲観的，
- 楽観的，
- 悲観～楽観 程度毎，
- 最大機会損失最小

のうち意思決定者が適当と考える視点に合致したものを選ぶ．

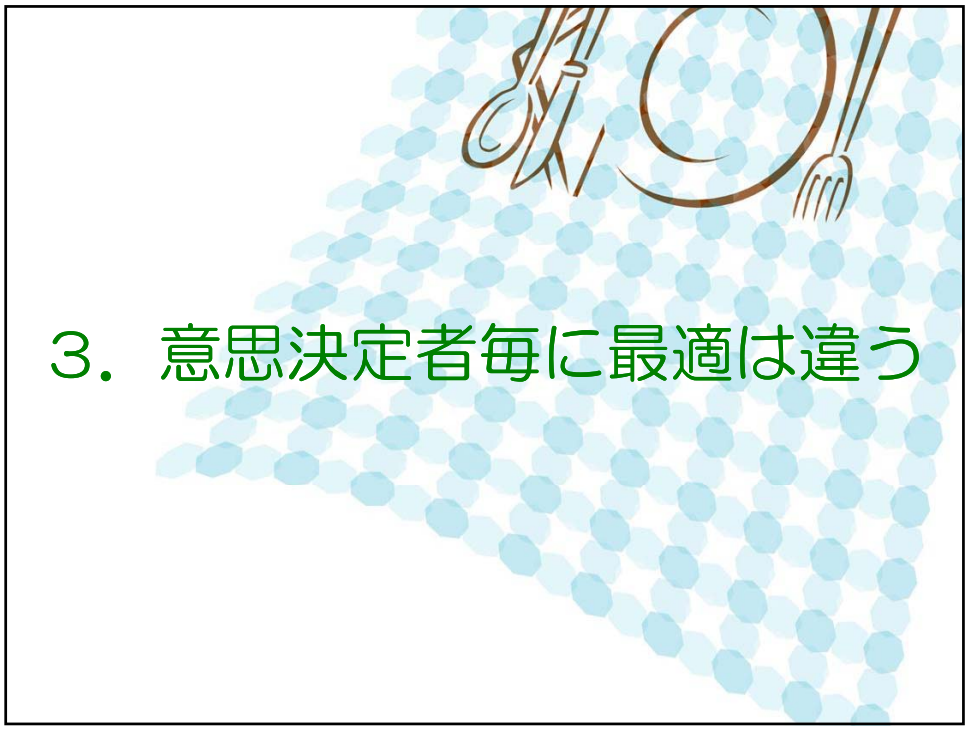
問題の性質

決定基準の持つ性質を把握・検討し，現在直面している問題の状況に最も相応しいものを採択．

2. 数理的意思決定基準

- 演習：
  - 会社の中途採用の募集を掛けたところ，４人の応募があった．面接・試験等を行い，以下の能力が認められた．誰を採用すべきか？

	交渉力	事務処理	発想力	勤勉さ	粘り強さ
太郎	95	30	20	15	50
次郎	70	30	90	85	20
三郎	45	95	80	60	75
四郎	60	65	55	65	85



3．意思決定者で最適が違う！

例 宅配ピザの広告（チラシ）配達

- 想定顧客の分類
  - 宅配ピザは大好き
  - 宅配ピザなど頼まない
  - 宅配ピザは嫌いではない

} 適当に配達する（とりあえず考えない）

→ 配達頻度をどうするか？

問題 何が難しい（問題）か…

- 頻繁な広告，……嫌がられる．
- 余り広告をしないと，……忘れられてしまう．

最適広告間隔は？

例えば…

- 広告配達間隔の観点から
  倦怠度 と **疎遠度** を考察

倦怠度…嫌がられ度
広告配達間隔が短ければ飽きられる
毎日もらうより１週間ぶりのほうが新鮮

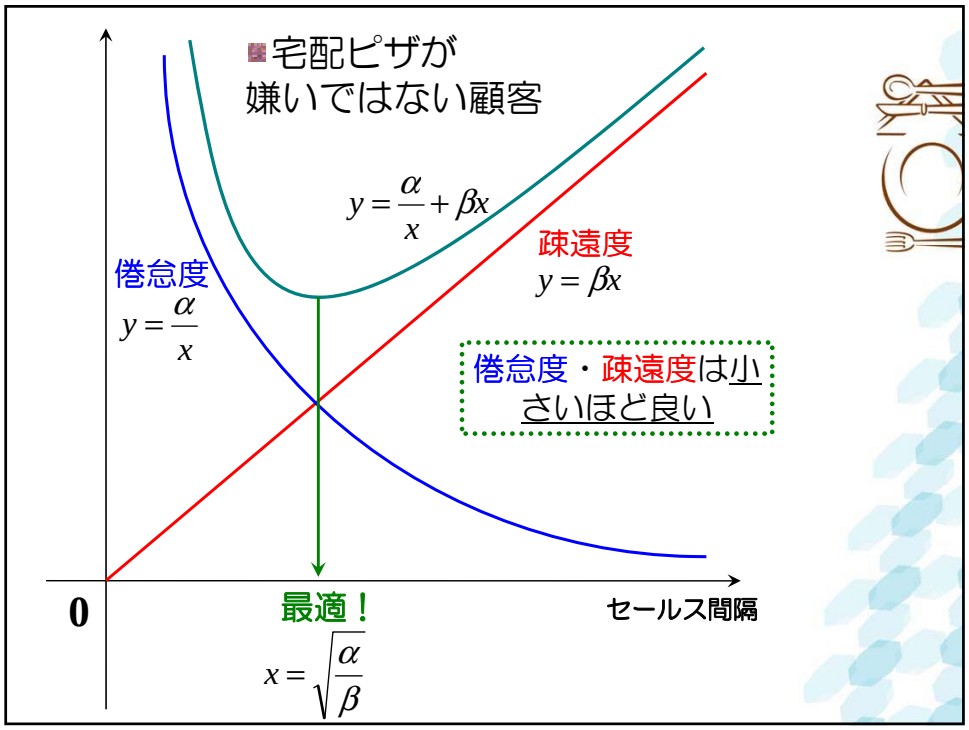
⇨ 倦怠度 y は広告配達間隔 x に**反比例**するだろう

$$y = \frac{\alpha}{x}$$ 〔αは人による反比例定数〕

疎遠度…忘れられ度
広告配達間隔が長いと親密感が育ちにくい
商品も広告内容も忘れられる

⇨ 疎遠度 y は広告配達間隔 x に**比例**するだろう

$$y = \beta x$$ 〔βは人による比例定数〕

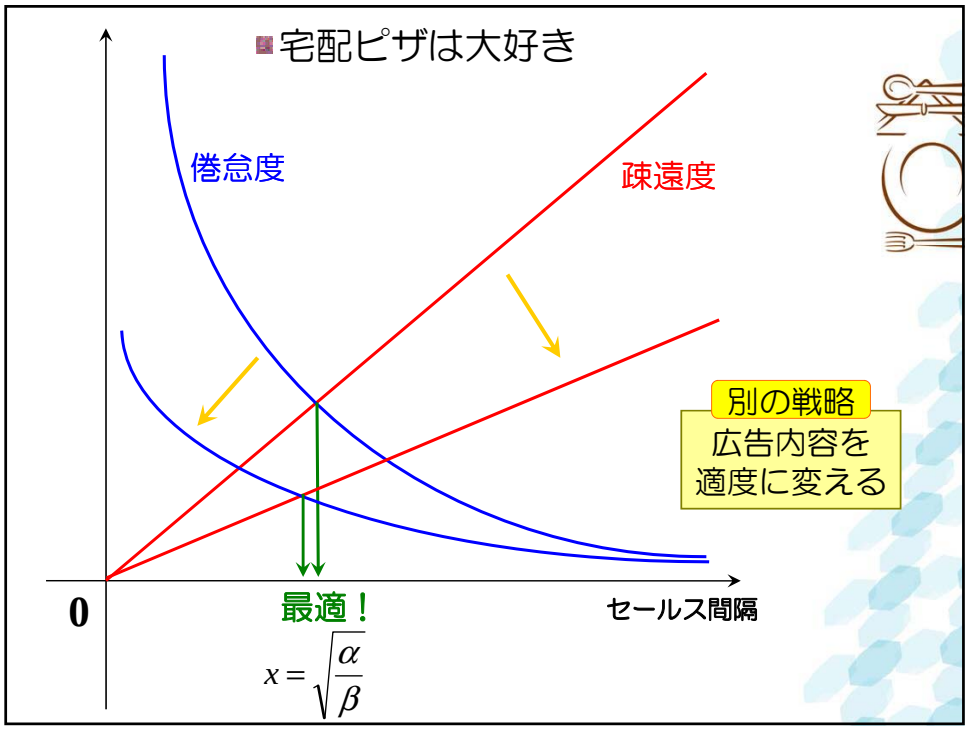


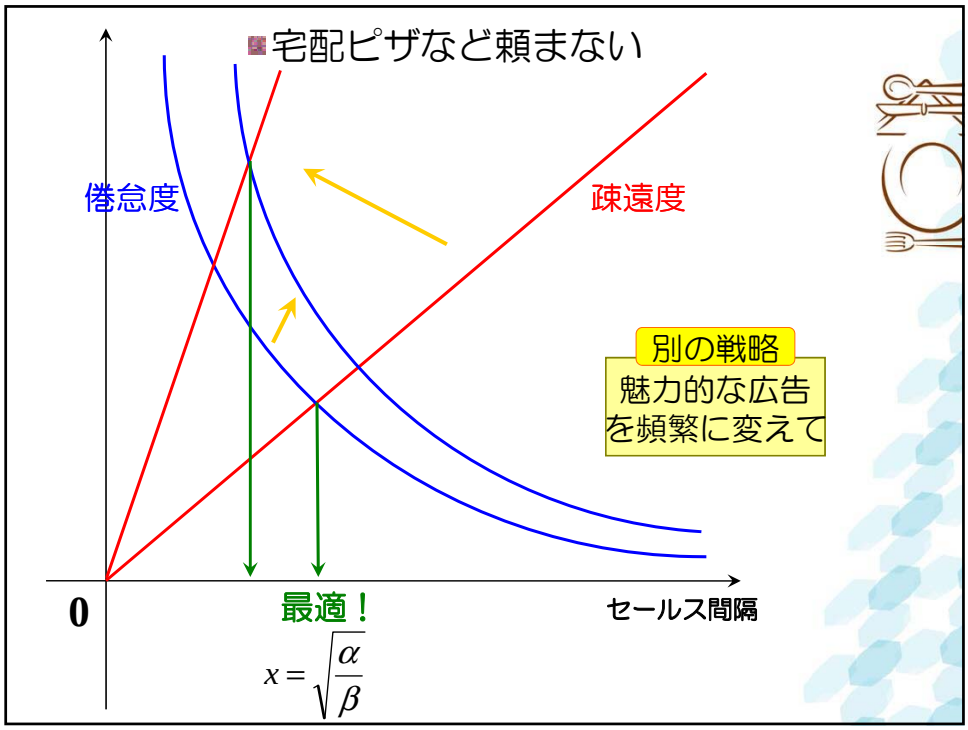
さて…

例 宅配ピザの広告（チラシ）配達

想定する顧客の嗜好による戦略の変更

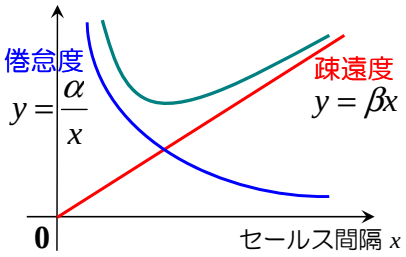
- 宅配ピザは大好き
  - ⇨ セールス間隔に対し倦怠度小・疎遠度小
- 宅配ピザなど頼まない
  - ⇨ セールス間隔に対し倦怠度大・疎遠度大
- 宅配ピザは嫌いではない





3．意思決定者で最適が違う！

- 演習：
  - 倦怠度と疎遠度を表す比例定数α，βがそれぞれ以下のように与えられる顧客がいた場合，最適セールス間隔を求めよ．
    - 太郎：倦怠度の比例定数α=3，疎遠度の比例定数β=5
    - 次郎：倦怠度の比例定数α=2，疎遠度の比例定数β=6
    - 花子：倦怠度の比例定数α=4，疎遠度の比例定数β=2
    - 湘子：倦怠度の比例定数α=1，疎遠度の比例定数β=7



まとめ

- 採用基準により結果が違う
- 同じ基準でも，人により結果が違う

問題と，その問題に直面している人に，
最もよい基準・手法と調整を行うことが
最適な意思決定に通ずる！

参考文献

- 木下栄蔵「わかりやすい意思決定論入門」近代科学社（1996）
- 岡田章「ゲーム理論」有斐閣（1997）
- 渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞出版社（2008）