統計の分析と利用

1. データとその扱い　Part I

堀田　敬介

1-1.　一次元のデータ
- 度数分布・ヒストグラム・幹葉プロット・箱ひげ図
- 代表値と散らばり
- データの尺度

1-2.　二次元のデータ
- 2変数の関係1：散布図，共分散・相関係数
- 2変数の関係2：クロス集計，クラメルの連関係数
- 2変数の関係3：点グラフ，相関比

2012/9/21, Fri.～

1-1. 一次元のデータ

- 度数分布
- ヒストグラム
- ローレンツ曲線
- ジニ係数
- 幹葉プロット
- 箱ひげ図

例）1次元のデータ（データ数：n=7）

11, 9, -3, 14, 5, 23, 67

$\|$ $\|$ $\|$ $\|$ $\|$ $\|$ $\|$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$

度数分布

- データ [土日の来店客数の1年間のデータ]

292	373	282	251	322	392	366	300	226	314
325	300	356	319	213	229	244	347	283	372
253	317	306	390	287	268	257	247	318	232
306	274	231	370	275	186	327	297	260	300
285	365	272	335	167	289	352	321	341	313
319	351	299	327	405	259	376	360	259	252
339	301	337	229	244	279	243	272	211	303
316	311	287	248	199	274	286	367	317	311
434	346	329	338	319	244	329	329	274	262
288	306	189	248	344	262	385	302	366	249
250	297	292	261						

$(x_1, x_2, \cdots x_{104})$ $(n = 104)$

データが多すぎて**全体の傾向**がよくわからない！

度数分布

- 度数分布表[土日の来店客数の1年間のデータ]

来店客数	日　数
150−179	1
180−209	3
210−239	7
240−269	20
270−299	20
300−329	28
330−359	11
360−389	10
390−419	3
420−449	1
	0
計	104

階級
(class)
階級数:10
階級幅:30

度数
(frequency)

階級値
各階級の上限・下限値の中間値
〔例〕344.5←330-359
〔例〕345 ←330-360

なるほど，週末の来店客数はだいたいこのぐらいのことが多いんだ

全体の傾向がよくわかる！

度数分布

度数分布にすると全体の傾向がわかりやすくなるが，生データと比べて情報量が少なくなるため，このようなことがおこる．

- 度数分布表[土日の来店客数の1年間のデータ]

来店客数	日　数
150−179	1
180−209	3
210−239	7
240−269	20
270−299	20
300−329	28
330−359	11
360−389	10
390−419	3
420−449	1
	0
計	104

階級数:10
階級幅:30

来店客数	日　数
150−199	4
200−249	15
250−299	32
300−349	36
350−399	15
400−449	2
計	104

階級数:6
階級幅:50

来店客数	日　数
160−169	1
170−179	0
180−189	2
190−199	1
200−209	0
210−219	2
220−229	3
230−239	2
240−249	8
250−259	7
260−269	5
270−279	7
280−289	8
290−299	5

来店客数	日　数
300−309	9
310−319	11
320−329	8
330−339	4
340−349	4
350−359	3
360−369	5
370−379	4
380−389	1
390−399	2
400−409	1
410−419	0
420−429	0
430−439	1
計	104

階級数:28
階級幅:10

階級数（階級幅）は任意
→どうするかは問題

度数分布

- 階級数の目安
  - スタージェスの公式

データ数 n だけで
階級数を決めている
ことに注意

$$k \equiv 1 + \log_2 n$$

(k:階級数, n:データ数)

例では

$$k \equiv 1 + \log_2 104$$
$$\approx 1 + 6.7$$
$$= 7.7$$

より，階級数は8程度がお勧めだよ

Excelでの計算は…	
7.7	= 1 + LOG(104, 2)

度数分布

- 階級数8(階級幅38)で書くと…

来店客数	日数	相対度数
150−187	2	1.9
188−225	4	3.8
226−263	24	23.1
264−301	25	24.0
302−339	28	26.9
340−377	16	15.4
378−415	4	3.8
416−453	1	1.0
計	104	100.0

なるほど，週末の来店客数の全体傾向はだいたいわかったぞ

でも，度数の多い階級は全体からみてどのぐらいの割合なの？

相対度数
(relative frequency)

度数分布

Bさんのお店と比べて，うちのお客さんの来店傾向はどうなのか比較したいな…

- 度数分布表[相対度数]

来店客数	日　数	相対度数
150−179	1	1.0
180−209	3	2.9
210−239	7	6.7
240−269	20	19.2
270−299	20	19.2
300−329	28	26.9
330−359	11	10.6
360−389	10	9.6
390−419	3	2.9
420−449	1	1.0
計	104	100

来店客数	日　数	相対度数
150−179	2	1.0
180−209	6	3.0
210−239	21	10.5
240−269	24	12.0
270−299	40	20.0
300−329	54	27.0
330−359	32	16.0
360−389	13	6.5
390−419	6	3.0
420−449	2	1.0
計	200	100.0

データ数が異なる2つのグループの比較ができる

度数分布

- 累積度数分布表[累積度数，累積相対度数]

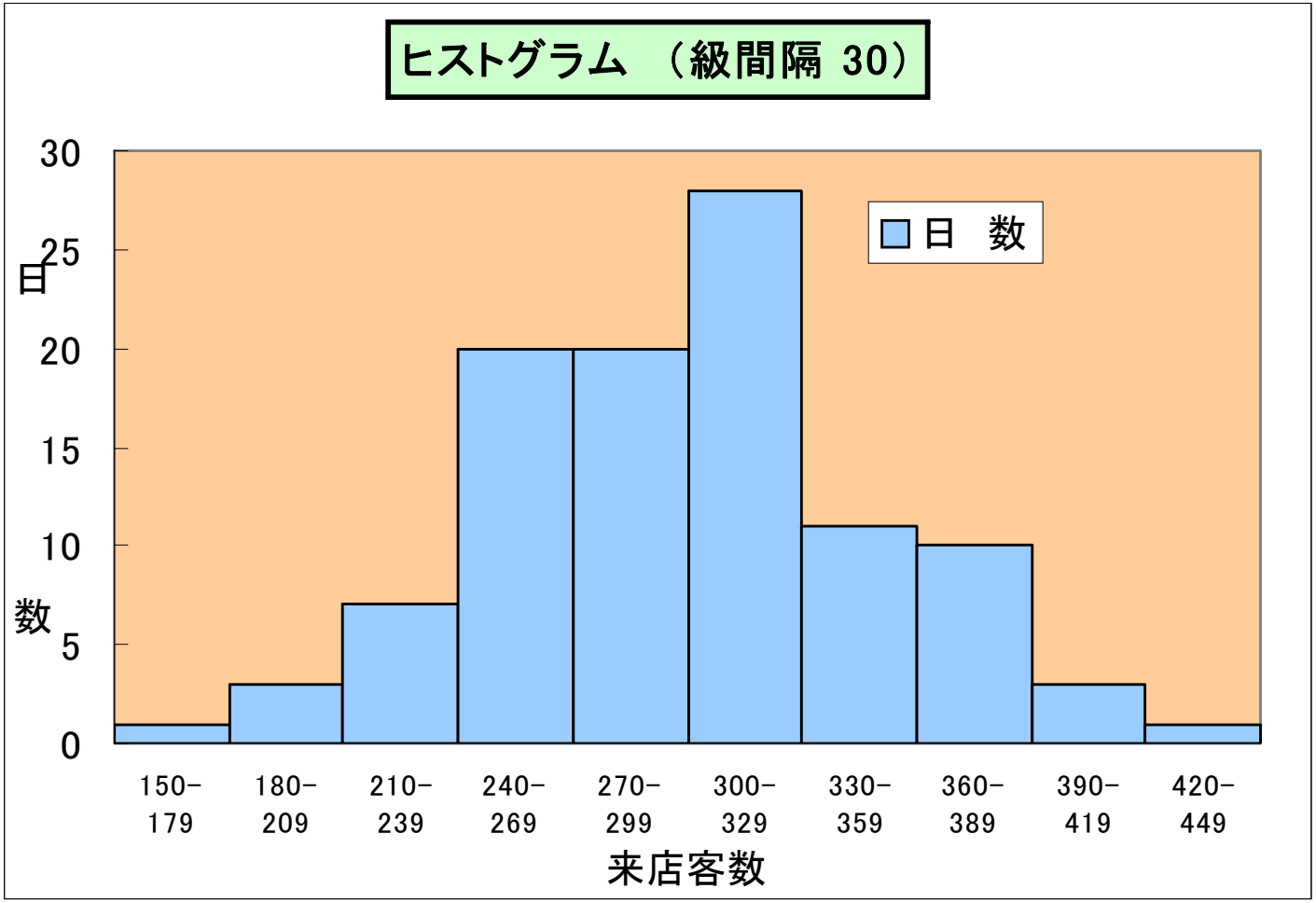
来店客数	日　数	相対度数	累積度数	累積相対度数
150−179	1	1.0	1	1.0
180−209	3	2.9	4	3.8
210−239	7	6.7	11	10.6
240−269	20	19.2	31	29.8
270−299	20	19.2	51	49.0
300−329	28	26.9	79	76.0
330−359	11	10.6	90	86.5
360−389	10	9.6	100	96.2
390−419	3	2.9	103	99.0
420−449	1	1.0	104	100.0
計	104	100.0		

累積度数
(cumulative frequency)

累積相対度数
(cumulative relative frequency)

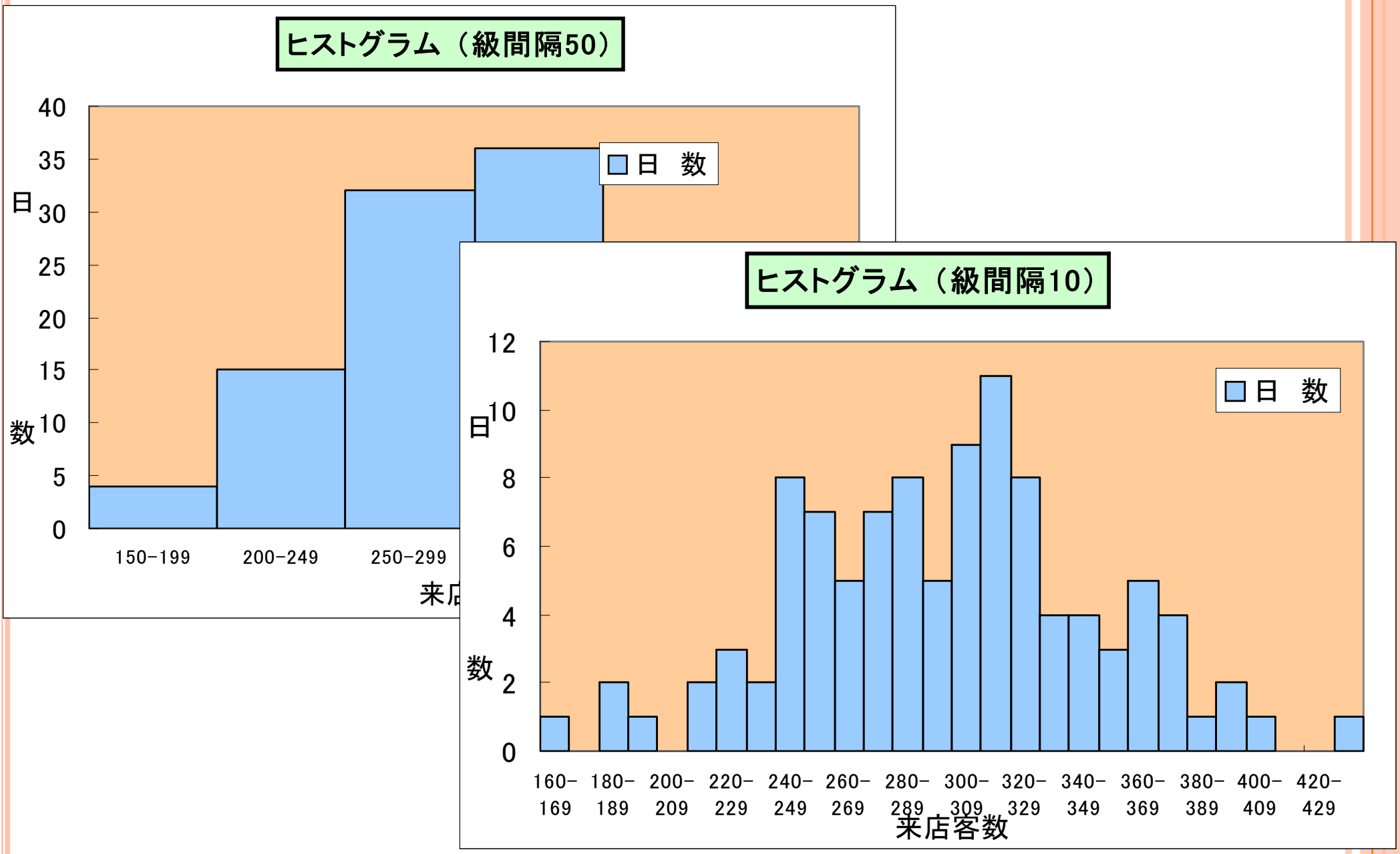
ヒストグラム

- ヒストグラム(histogram)・柱状グラフ



ヒストグラム

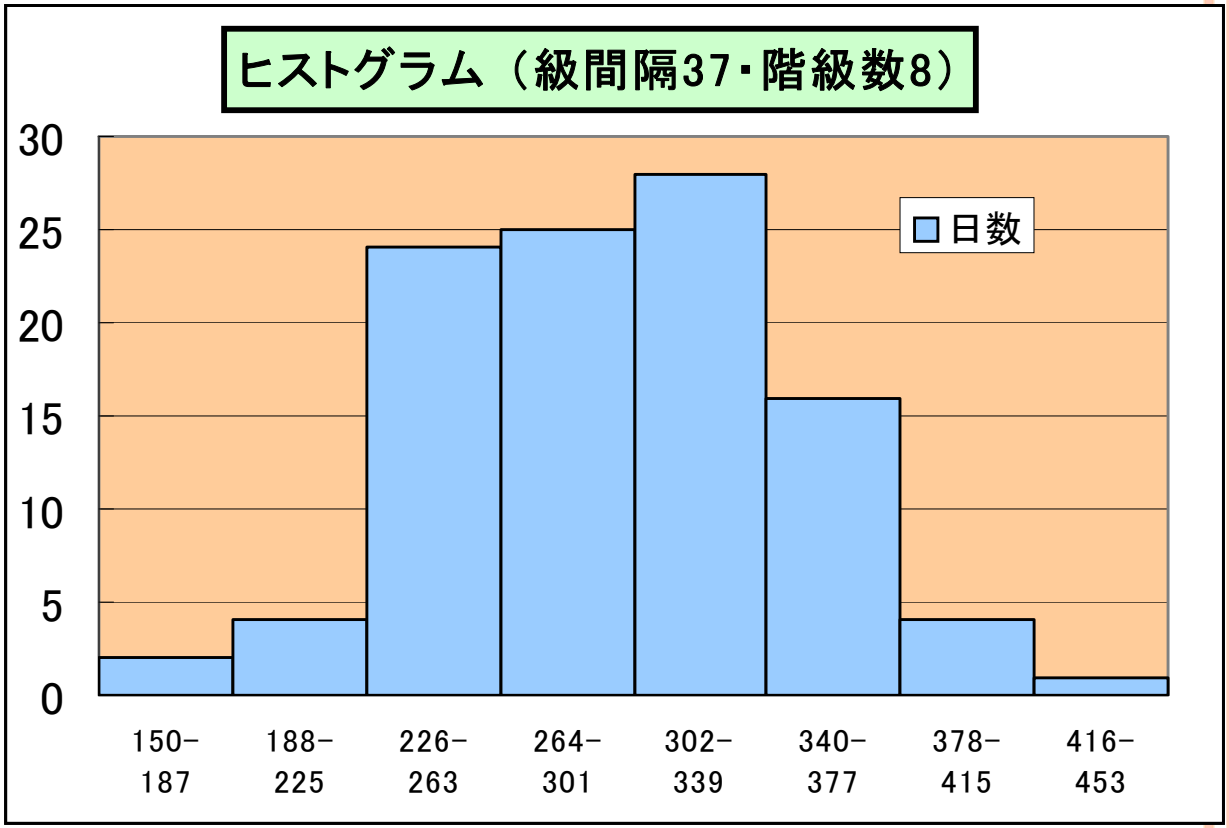
- ヒストグラム(histogram)・柱状グラフ



度数分布

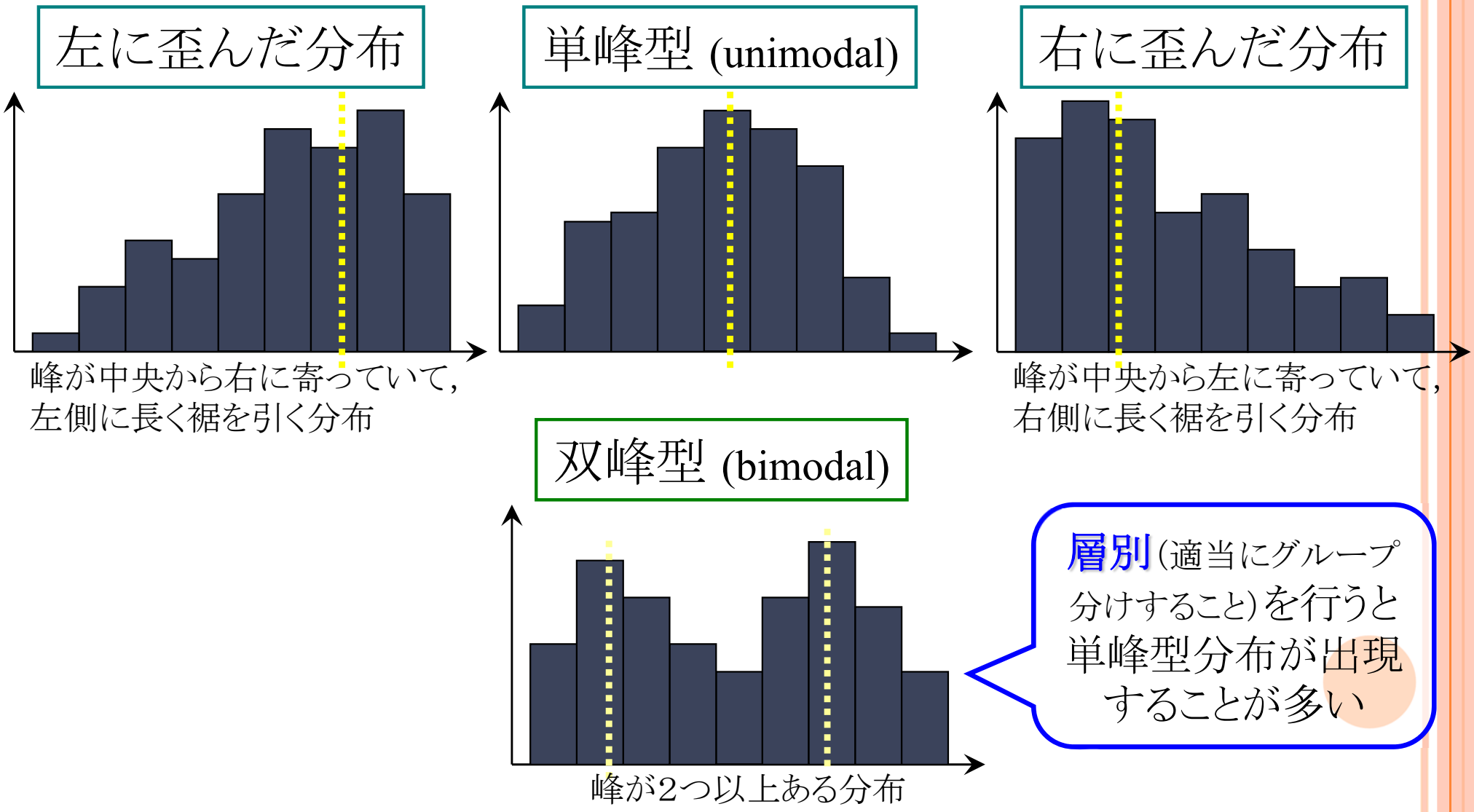
- 階級数8で書くと…

来店客数	日数
150−187	2
188−225	4
226−263	24
264−301	25
302−339	28
340−377	16
378−415	4
416−453	1
計	104



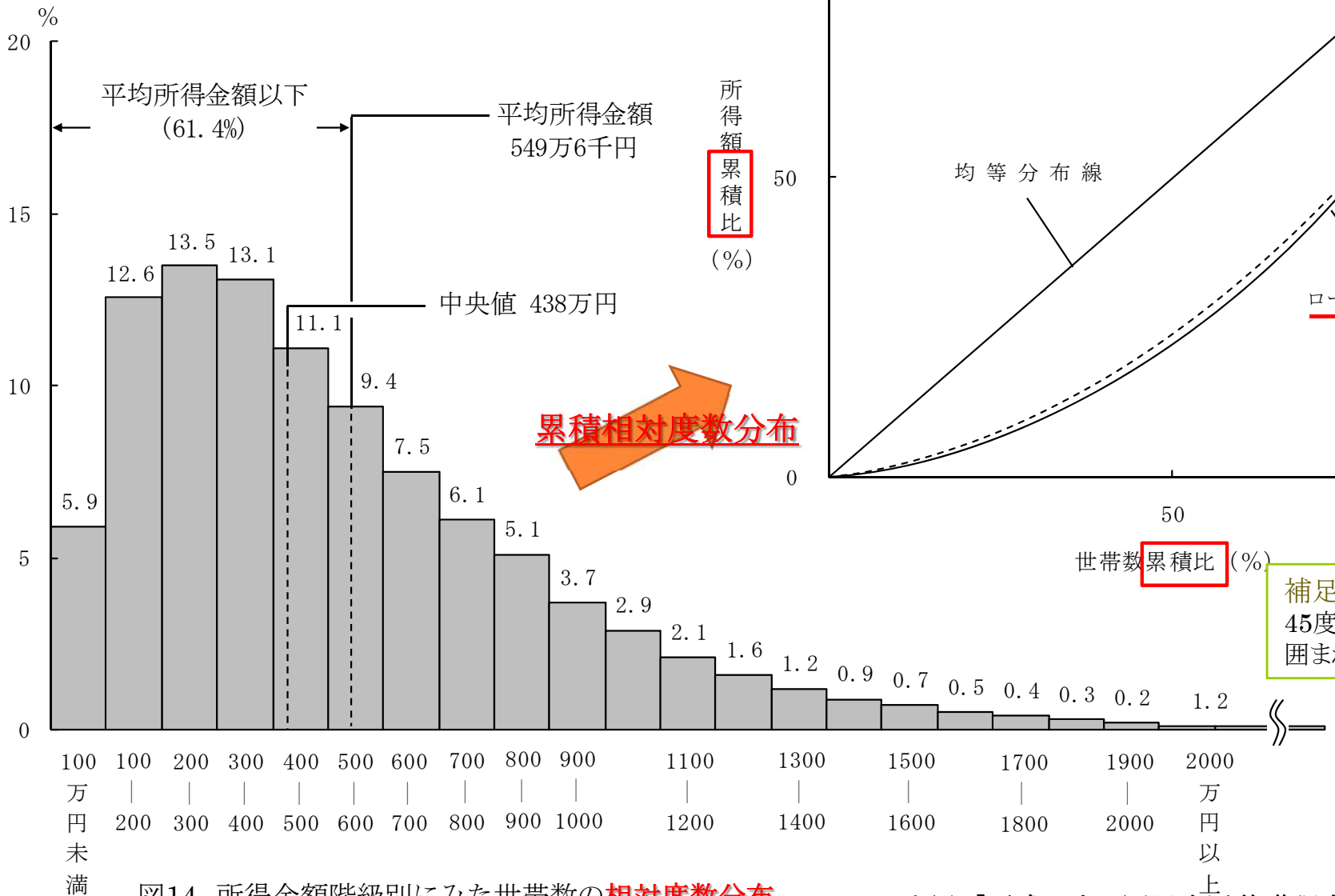
ヒストグラム

- ヒストグラムの形状



ローレンツ曲線・ジニ係数

ローレンツ曲線・ジニ係数



累積相対度数分布

参考　全世帯－高齢者世帯別にみた
年間所得金額の世帯分布のローレンツ曲線

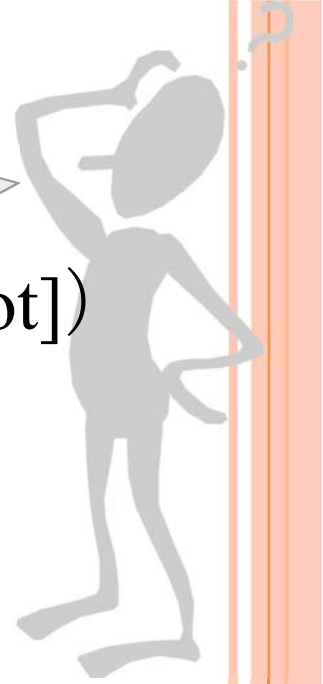
補足：ジニ係数 とは？
45度線とローレンツ曲線とで
囲まれる部分の面積の2倍

図14　所得金額階級別にみた世帯数の相対度数分布

出展：「平成22年　国民生活基礎調査の概況」（厚生労働省）
Ⅱ，各種世帯の所得等の状況－2．所得の分布状況

その他の手法1

幹葉プロットがヒストグラムより優れているのはどんなところ？ 逆は？



- 幹葉プロット，ステムプロット（stem-and-leaf diagram[plot]）
  - 野球選手の打率一覧
    - Aチーム

0.275	0.347	0.266	0.263
0.271	0.225	0.283	0.324
0.286	0.351	0.346	0.342
0.388	0.319	0.303	0.279
0.217	0.273	0.244	0.234
0.277	0.392	0.326	0.32
0.282	0.289	0.218	0.285
0.316	0.335	0.34	0.31
0.346	0.239	0.127	0.263
0.317	0.341	0.34	0.253

    - Bチーム

0.317	0.327	0.37	0.355
0.291	0.28	0.297	0.311
0.317	0.306	0.245	0.366
0.232	0.342	0.335	0.263
0.304	0.311	0.294	0.214
0.327	0.327	0.252	0.331
0.268	0.291	0.279	0.296
0.363	0.33	0.329	0.246
0.354	0.249	0.332	0.333
0.256	0.418	0.268	0.305

				4	21	7 8
					22	5 7
				2	23	4 9
			9	6 5	24	4
				6 2	25	3
			8	8 3	26	3 6
				9	27	1 3 5 7 9
				0	28	2 3 5 6 9
7	6	4	1	1	29	
			6	5 4	30	3
		7	7	1 1	31	0 6 7 9
9	7	7	7	7	32	0 4 6
5	3	2	1	0	33	5
				2	34	0 0 1 2 6 6 7
				5 4	35	1
				6 3	36	
				0	37	
					38	8
					39	2
					40	
				8	41	

幹　葉

その他の手法2

- 箱ひげ図，箱型図（box plot）
  - 野球選手の打率一覧
    - Aチーム

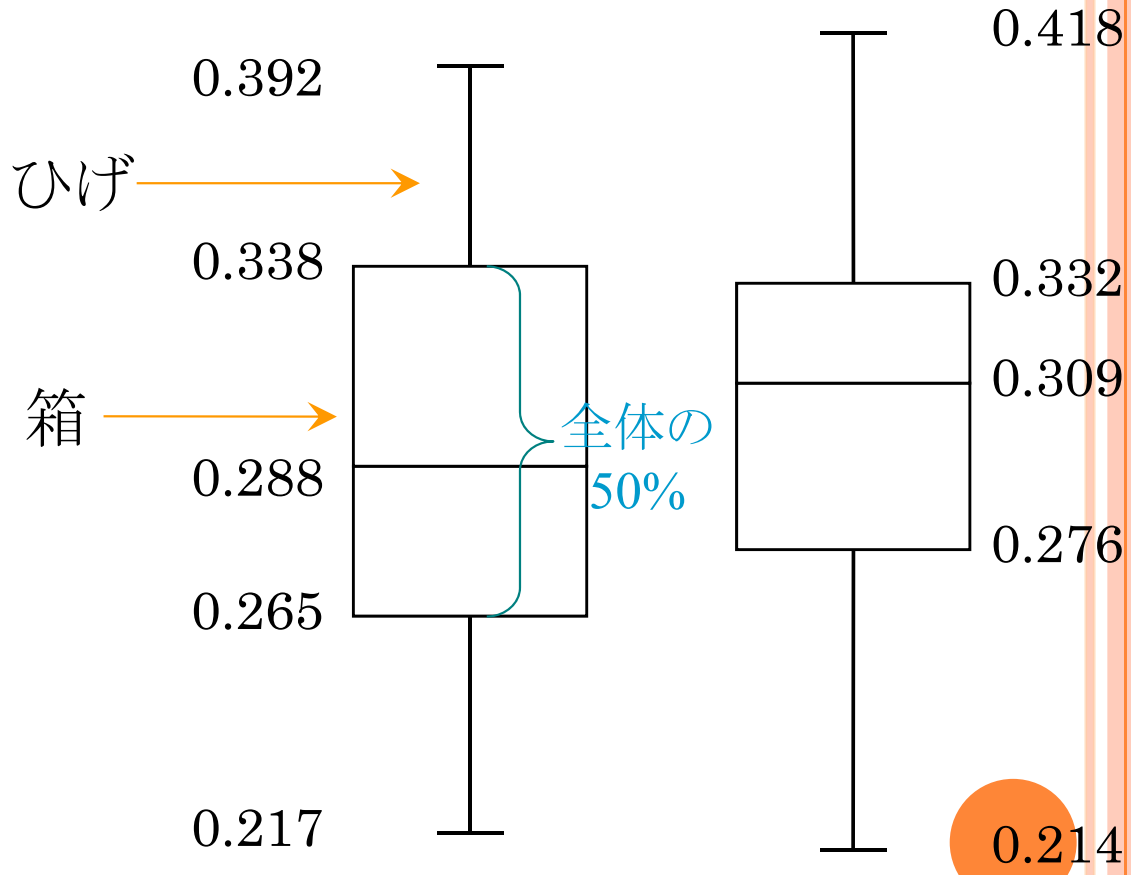
0.275	0.347	0.266	0.263
0.271	0.225	0.283	0.324
0.286	0.351	0.346	0.342
0.388	0.319	0.303	0.279
0.217	0.273	0.244	0.234
0.277	0.392	0.326	0.32
0.282	0.289	0.218	0.285
0.316	0.335	0.34	0.31
0.346	0.239	0.127	0.263
0.317	0.341	0.34	0.253

    - Bチーム

0.317	0.327	0.37	0.355
0.291	0.28	0.297	0.311
0.317	0.306	0.245	0.366
0.232	0.342	0.335	0.263
0.304	0.311	0.294	0.214
0.327	0.327	0.252	0.331
0.268	0.291	0.279	0.296
0.363	0.33	0.329	0.246
0.354	0.249	0.332	0.333
0.256	0.418	0.268	0.305

〔Aチーム〕
max.0.392
Q_3 0.338
med.0.288
Q_1 0.265
min. 0.217

〔Bチーム〕
0.418 max.
0.332 Q_3
0.309 med.
0.276 Q_1
0.214 min.



注：ひげの上端・下端は，必ずmax，minを使うわけではない．
r:=q3-q1 としたとき，上端は区間(q3, q3+1.5r]内の最大値，
下端は区間[q1-1.5r, q1)内の最小値を用いる，など．

演習1-1:ヒストグラム，幹葉プロット，箱ひげ図

- クラス全員の身長のデータをとり，Rを用いてヒストグラム，幹葉プロット，箱ひげ図を描こう
  - Step1：R commander で　[データ]-[新しいデータセット] を選び，データに名前をつける（default:Dataset）
  - Step2：データを取り値を入力して閉じる
  - Step3：[データセットを表示] で確認し，それぞれの図を描く

1-1. 一次元のデータ

- データの代表値
  - 算術平均
  - 中央値
  - 最頻値
- データの代表値(その他)
  - 四分位点
  - ミッド・レンジ
  - 幾何平均, 調和平均
  - 対数平均, identric平均

$$\boldsymbol{x} = (\underbrace{x_1, \quad x_2, \quad \cdots, \quad x_n}_{n\text{個}})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

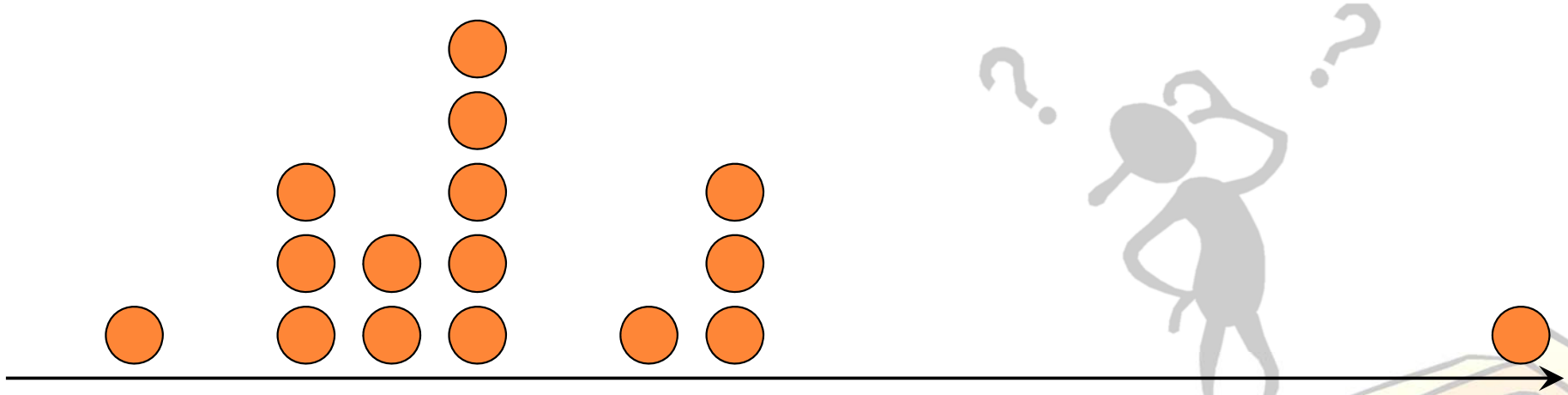
$\boldsymbol{x}$	11	9	-3	14	5	23

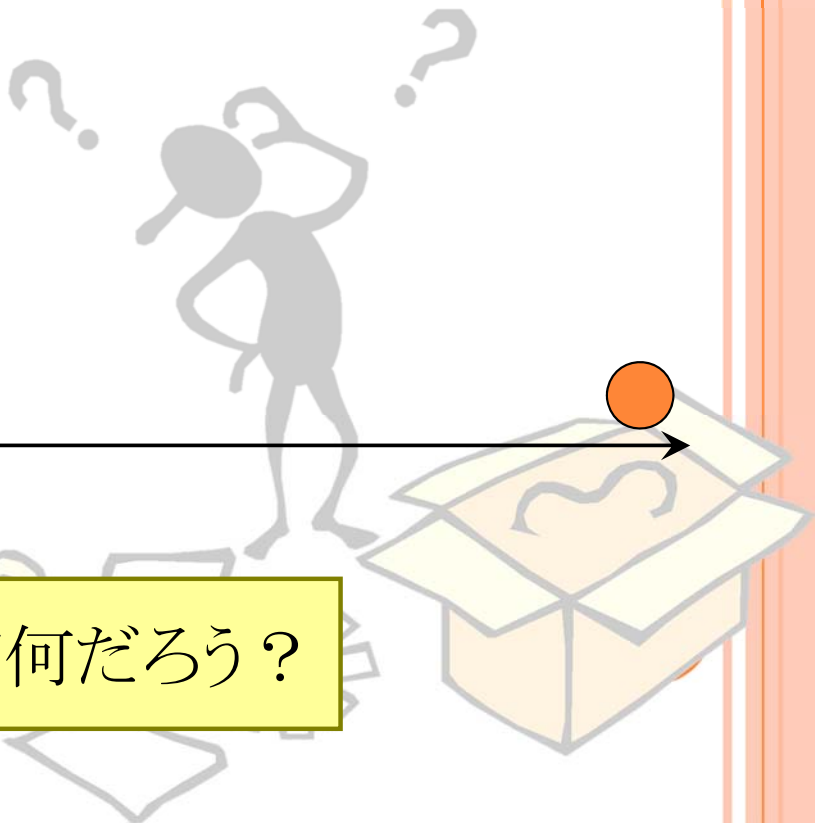
$$(n = 6)$$

データの代表値を考える

- 例：16個のデータ

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10





このデータを代表する値って何だろう？

代表値 AVERAGES

- **算術平均(相加平均) arithmetic mean**

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10

$$\rightarrow \quad \bar{x} = \frac{1}{16}(10 + 7 + \cdots + 10) = 9.625$$

注）「数学が嫌い，数式が苦手，数を扱うのは嫌」と言う人ほど
何故か「(算術)平均は大好き」で「計算したがる」ことが多い気がする
（算術平均で評価・比較・分析をしたがることが多い）

データさえ揃えば「計算するのは簡単」だからだと思われる
（計算式が簡単で，理解できていると錯覚しているからだと思われる）

「計算が簡単」なのは算術平均の長所だが，その意味を知らずに使うのが，殊の外危険な数値である，ということも理解しよう

代表値 AVERAGES

補足：ソート sort とは？
データを値の昇順（降順）に並べ替えること
昇順＝小さい順（昇っていく順）
降順＝大きい順（降りてくる順）

中央値 median

- データをソートして，ちょうど真ん中にある値

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10
ソート後	3	5	5	5	6	6	7	7	7	7	7	9	10	10	10	50

→ $x_{\text{med}} = \dfrac{7+7}{2} = 7$

補足：データ数が偶数の場合は，
中央値は真ん中2つの算術平均

最頻値 mode

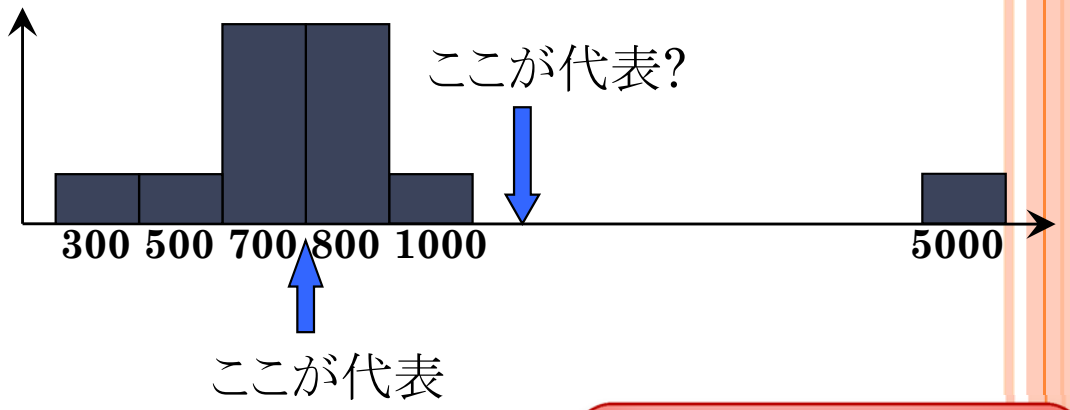
- データの中で最も頻繁に出てくる値

→ $x_{\text{mode}} = 7$

補足：最も頻繁に出てくる値がない場合は最頻値はなし

代表値 AVERAGES

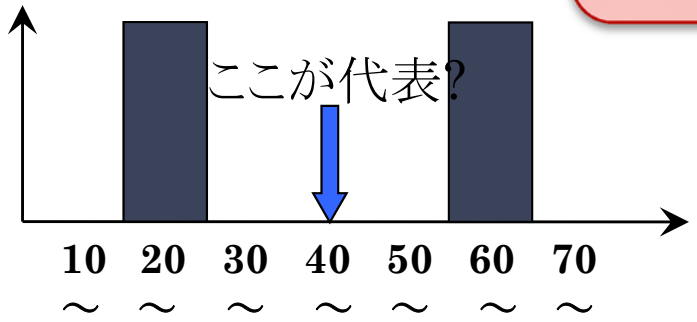
- 中央値や最頻値は何故必要なのか？
  - 例1）10人の年収（単位：万円）の代表値は？
    - **700, 500, 1000, 800, 5000, 700, 300, 800, 700, 800**
      - 算術平均：　**1130**
      - 中央値：　**750**
      - 最頻値：　**700, 800**



  - 例2）10人の平均年齢は？
    - **20, 21, 25, 23, 24, 63, 68, 64, 66, 65**
      - 算術平均：　**43.9**
      - 中央値：　**44**
      - 最頻値：　**#N/A or 20,60**

（一の位 切り捨て時↑）

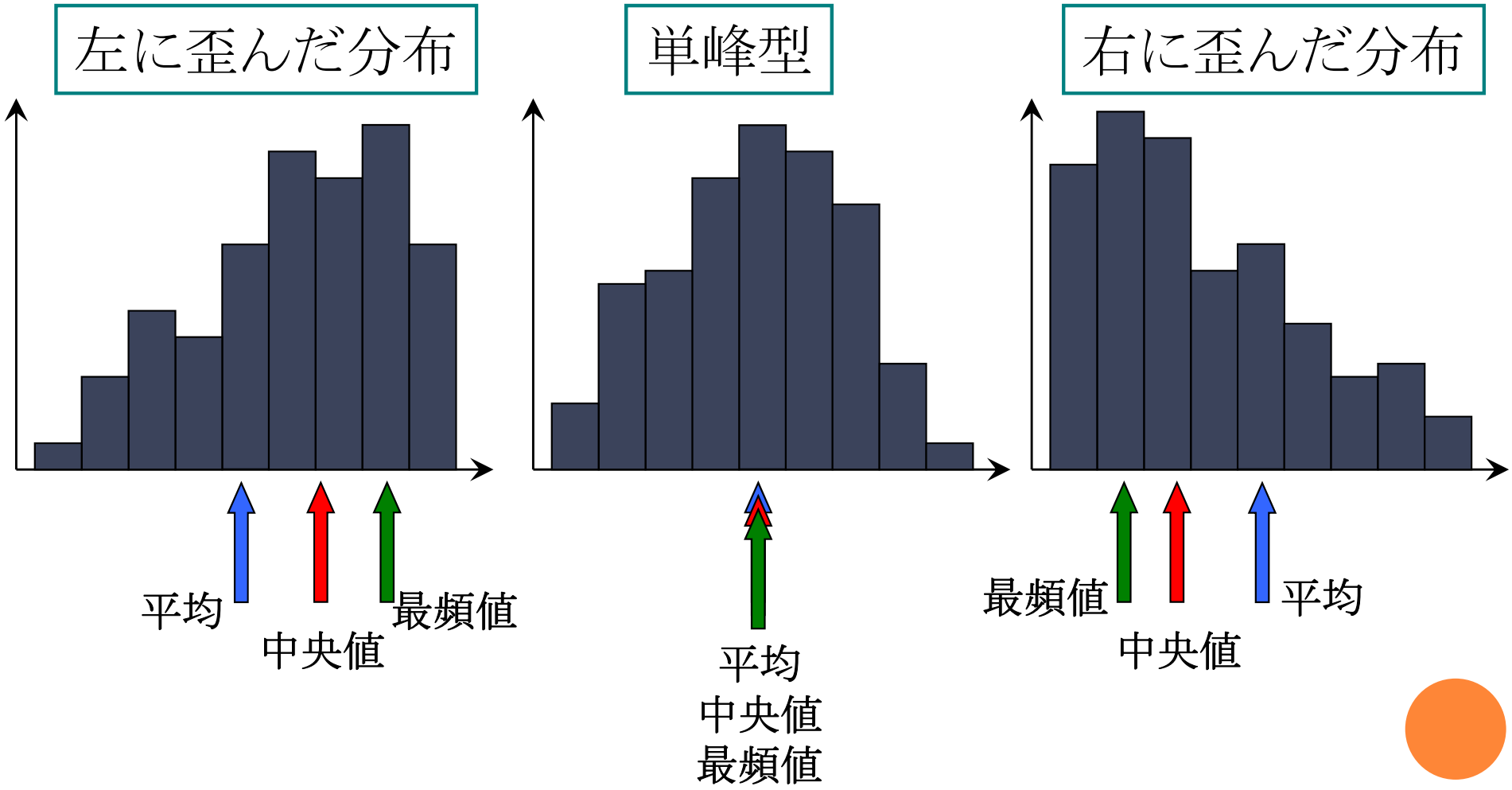
→20代が5人，60代が5人と言う方が良い



代表値が如何にあてにならないかわかるだろう
持っているならデータとその分布を見るのがよい

代表値 AVERAGES

- 算術平均，中央値，最頻値の関係



代表値 AVERAGES

幾何平均 geometric mean

補足：対数を利用すると計算が楽になる

$$\log x_G = \log \sqrt[n]{x_1 \times \cdots \times x_n}$$
$$= \frac{\log x_1 + \cdots + \log x_n}{n}$$

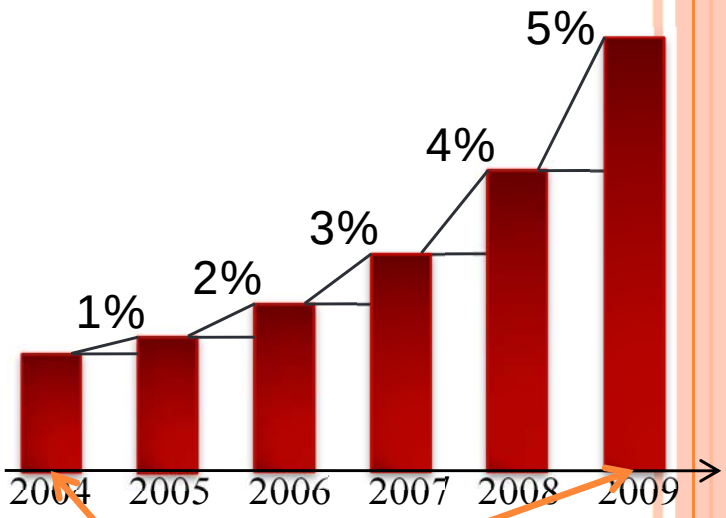
x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10

→ $x_G = \sqrt[16]{10 \times 7 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 10} \approx 7.51$

☆どんなときに幾何平均が役に立つ？

例題：次の表から平均経済成長率を求めよ

年度	2005	2006	2007	2008	2009
経済成長率	1%	2%	3%	4%	5%



答えは $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \rightarrow$ ~~3%~~ じゃないよ

答えは $x_G = \sqrt[5]{1.01 \times 1.02 \times 1.03 \times 1.04 \times 1.05}$

$\approx 1.029 \rightarrow$ 2.9% だよ

2004年の経済規模を1とすると，
2009年の経済規模はその
$1 \times 1.01 \times 1.02 \times 1.03 \times 1.04 \times 1.05$倍
となる．これと
$1 \times (1+r)^5$ が等しくなる r がここでの平均

代表値 AVERAGES

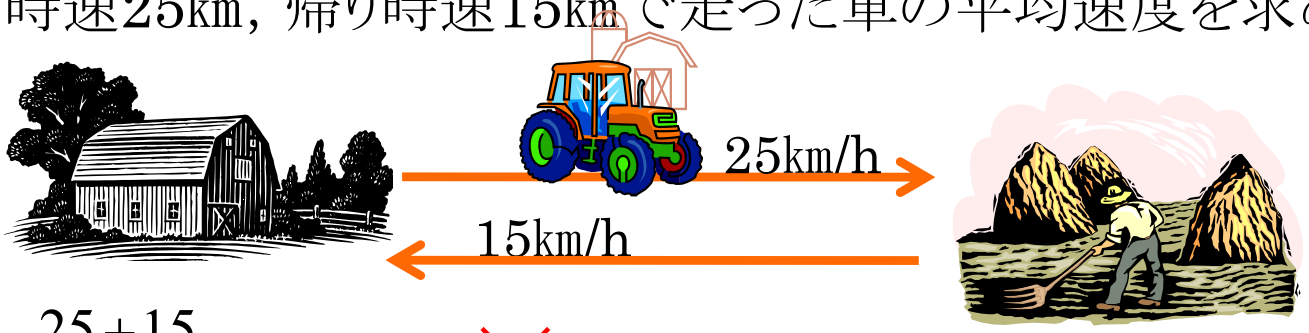
調和平均 harmonic mean

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10

$$\rightarrow x_H = \frac{1}{\frac{1}{16}\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{7}+\cdots\frac{1}{10}\right)} \approx 6.63$$

☆どんなときに調和平均が役に立つ？

例題：行き時速25km，帰り時速15kmで走った車の平均速度を求めよ



答えは $\bar{x} = \frac{25+15}{2} = 20 \rightarrow 20\text{km/h}$ じゃないよ

答えは $x_H = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{25}\right)} = 18.75 \rightarrow 18.75\text{km/h}$ だよ

往復の場合，平均速度は距離に依存しない！

COFFEE BREAK

- 和積の記号
  - 和を表す記号：Σ（しぐま）

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + \cdots + x_n$$

x_i を i を 1から n まで動かして足す

  - 積を表す記号：Π（ぱい）

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \times \cdots \times x_n$$

x_i を i を 1から n まで動かして掛ける

使用例）

$$\sum_{i=1}^{4} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$\sum_{j=2}^{4} 5j = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n} (y_1 + y_2 + \cdots + y_n)$$

$$\prod_{t=1}^{6} t = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$$

COFFEE BREAK

- 記号を用いた平均の定義
  - 算術平均

$$\bar{x} \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$$

  - 幾何平均

$$x_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times \cdots \times x_n}$$

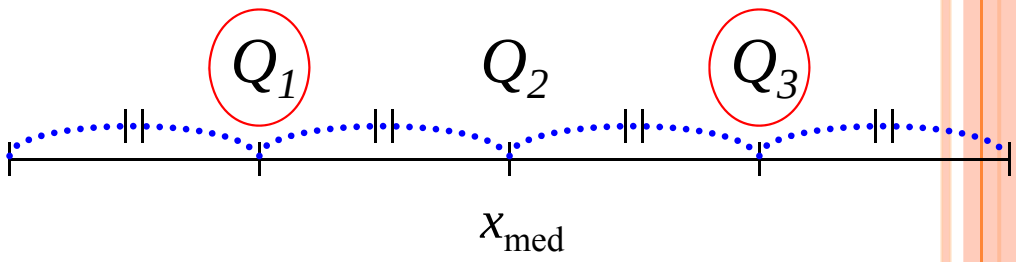
幾何平均
＝
n個の積のn乗根

  - 調和平均

$$x_H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)}$$

調和平均
＝
逆数の算術平均
の
逆数

代表値 AVERAGES



四分位点 quartile

- データをソートし，4等分したときの3つの分割点の値
  - Q_1：第1四分位点，Q_3：第3四分位点

補足：Q_2：第2四分位点は中央値 x_{med} である

- 注意：四分位数の定義は複数ある
  - $k_1 := 0.25\times(n\text{-}1)$, $k_3 := 0.75\times(n\text{-}1)$ とし，

$$\begin{cases} Q_1 = x_{\lfloor k_1 \rfloor+1} + (k_1 - \lfloor k_1 \rfloor)\times(x_{\lfloor k_1 \rfloor+2} - x_{\lfloor k_1 \rfloor+1}) \\ Q_3 = x_{\lfloor k_3 \rfloor+1} + (k_3 - \lfloor k_3 \rfloor)\times(x_{\lfloor k_3 \rfloor+2} - x_{\lfloor k_3 \rfloor+1}) \end{cases}$$

  - $Q_1 = x_{\lfloor 0.25\times n \rfloor}$, $Q_3 = x_{n+1-\lfloor 0.25\times n \rfloor}$ など

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10
ソート後	3	5	5	5	6	6	7	7	7	7	7	9	10	10	10	50

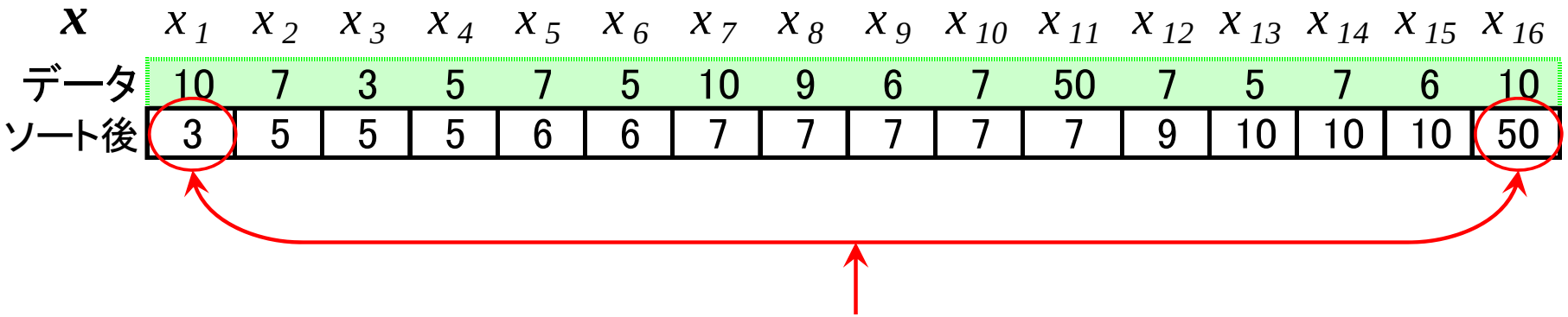
※quartile：四分位数
quantile：分位数

MS Excel の 関数QUARTILE() では，Q_1=5.75, Q_3=9.25
Mathematica の関数quantile[]では，Q_1=5, Q_3=9
Rの関数quantile() では，Q_1=5.75, Q_3=9.25

代表値 AVERAGES

- **ミッド・レンジ mid-range**
  - データの最大値と最小値の算術平均

$$x_{MR} = \frac{\max\{x_1, \cdots, x_n\} + \min\{x_1, \cdots, x_n\}}{2}$$



$$\rightarrow \quad x_{MR} = \frac{\max(10,7,\cdots,10) + \min(10,7,\cdots,10)}{2} = \frac{50+3}{2} = 26.5$$

演習1-2:代表値

- 統計データを使って代表値を計算する
  - 総務省統計局(http://www.stat.go.jp)から世帯収入，世帯貯蓄などのデータを取得し，グラフ化せよ．グラフの形状はどのようになるか？
  - このデータの「算術平均」「中央値」「最頻値」を計算し，分布の代表値として最も適切だと思われるのはどれか考察せよ．
  - 「最大値」「第1四分位数」「第3四分位数」「最小値」を求めよ．
  - 「ミッドレンジ」を求めよ．

- 演習1-1で得たクラス全員の身長データについて，代表値を計算しよう
  - 「算術平均」「中央値」「最頻値」を求めよ．
  - 「最大値」「第1四分位数」「第3四分位数」「最小値」を求めよ．
  - 「ミッドレンジ」を求めよ．

1-1. 一次元のデータ

- データの散らばり
  - 範囲
  - 四分位偏差
  - 平均偏差
  - 分散，標準偏差

$$\boldsymbol{x} = \overbrace{(x_1,\quad x_2,\quad \cdots,\quad x_n)}^{n\text{個}}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

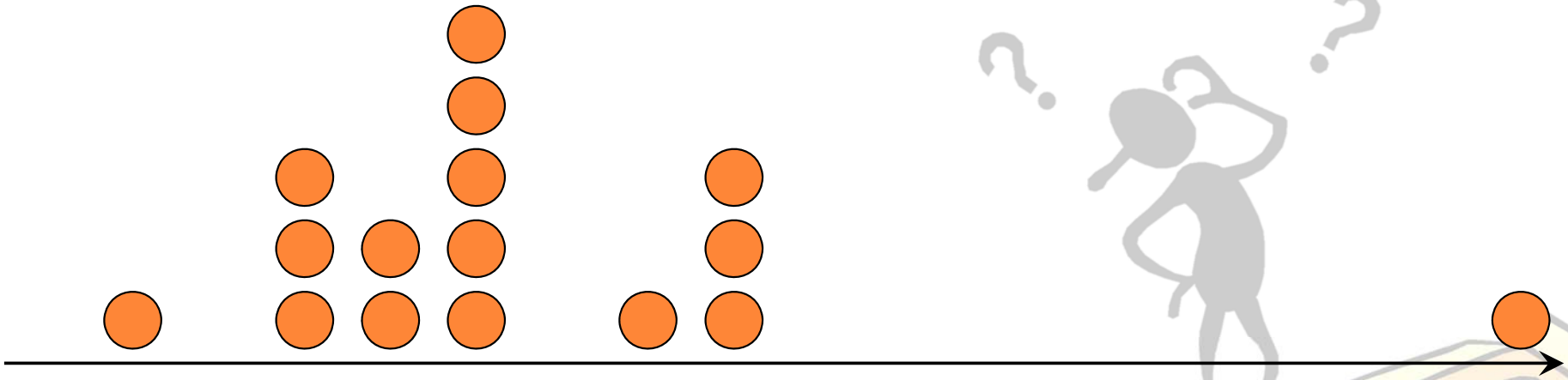
$\boldsymbol{x}$	11	9	-3	14	5	23

$(n = 6)$

データの値らばりを考える

- 例：16個のデータ

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10



このデータの**散らばり具合**はどのように測るの？

散らばりの度合いを一つの数値で示し，利用したい

散らばり DISPERSION

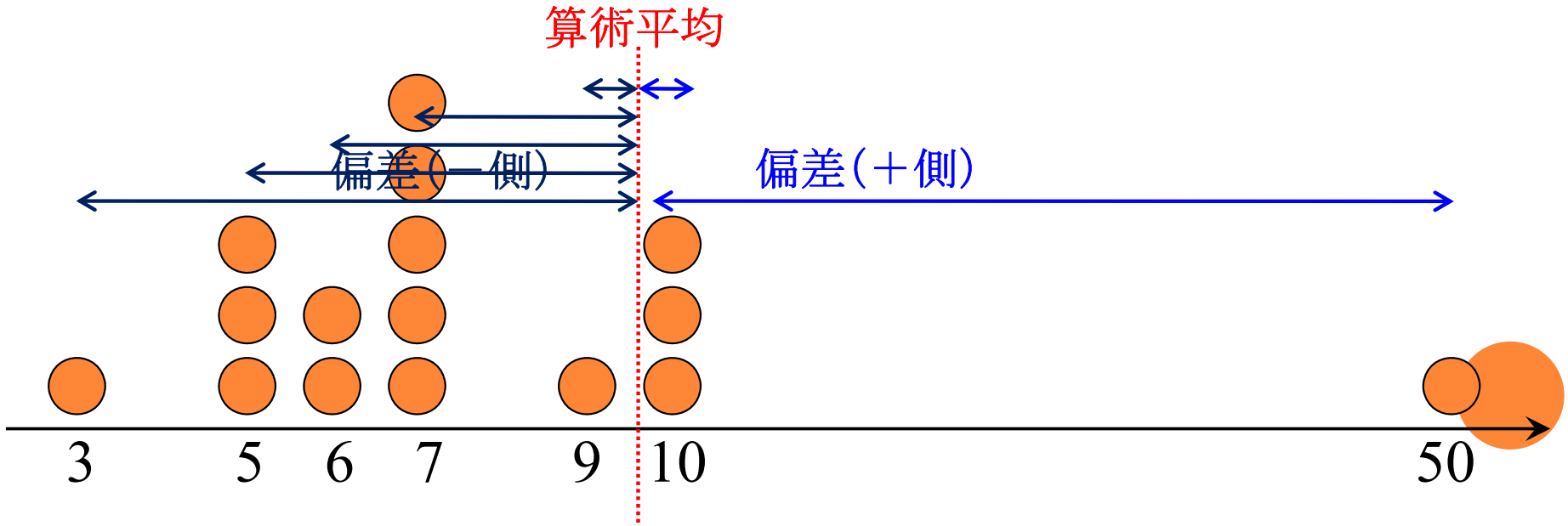
偏差 deviation

- データと平均の差

0.38 := 10 – 9.63
−2.63 := 7 – 9.63
−6.63 := 3 – 9.63
…

偏差の和は必ず0になる
（偏差の和を散らばりの指標としては使えない）

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}		
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10	9.63	平均
偏差	0.38	−2.63	−6.63	−4.63	−2.63	−4.63	0.38	−0.63	−3.63	−2.63	40.38	−2.63	−4.63	−2.63	−3.63	0.38	0.0	偏差の和



散らばり DISPERSION

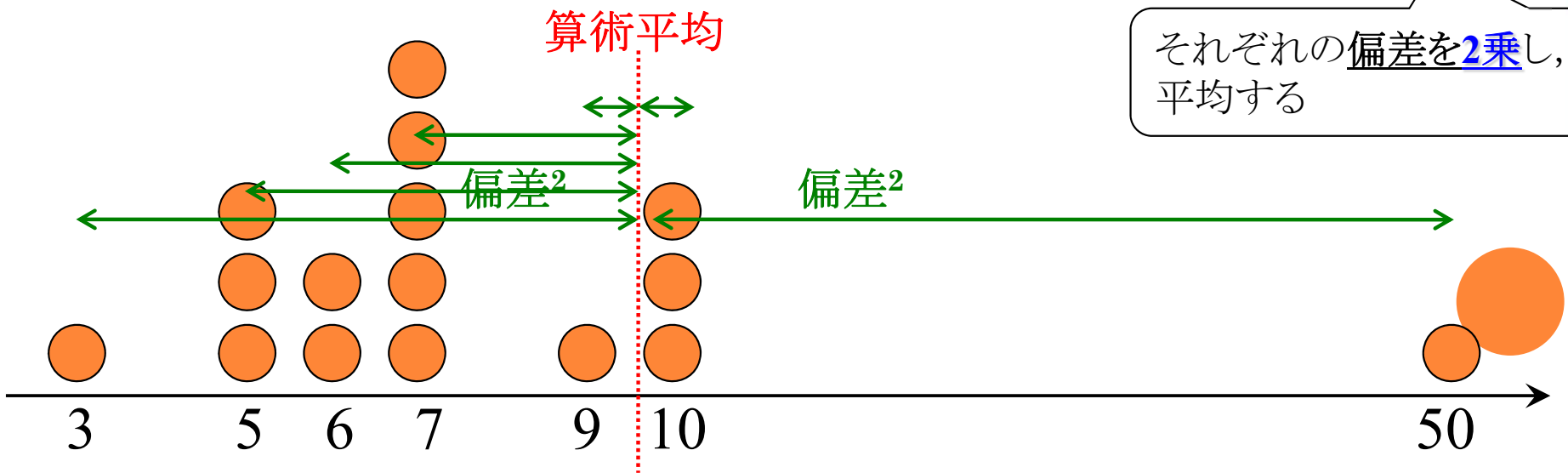
- **分散 variance**
  - 偏差の2乗和を平均化した値

平均値からの
平均的な差

$$S_x^2 = \frac{(10-9.63)^2 + (7-9.63)^2 + \cdots + (10-9.63)^2}{16}$$

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}		
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10	9.63	平均
偏差	0.38	−2.63	−6.63	−4.63	−2.63	−4.63	0.38	−0.63	−3.63	−2.63	40.38	−2.63	−4.63	−2.63	−3.63	0.38	0.0	偏差の和
(偏差)²	0.14	6.89	43.89	21.39	6.89	21.39	0.14	0.39	13.14	6.89	1630.14	6.89	21.39	6.89	13.14	0.14	112.48	分散

それぞれの偏差を2乗し，
平均する



散らばり DISPERSION

- **標準偏差 standard deviation**
  - 分散の平方根

$$S_x = \sqrt{\frac{(10-9.63)^2 + (7-9.63)^2 + \cdots + (10-9.63)^2}{16}}$$

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}		
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10	9.63	平均
偏差	0.38	-2.63	-6.63	-4.63	-2.63	-4.63	0.38	-0.63	-3.63	-2.63	40.38	-2.63	-4.63	-2.63	-3.63	0.38	0.0	偏差の和
(偏差)²	0.14	6.89	43.89	21.39	6.89	21.39	0.14	0.39	13.14	6.89	1630.14	6.89	21.39	6.89	13.14	0.14	112.48	分散
																	10.61	標準偏差

分散の平方根

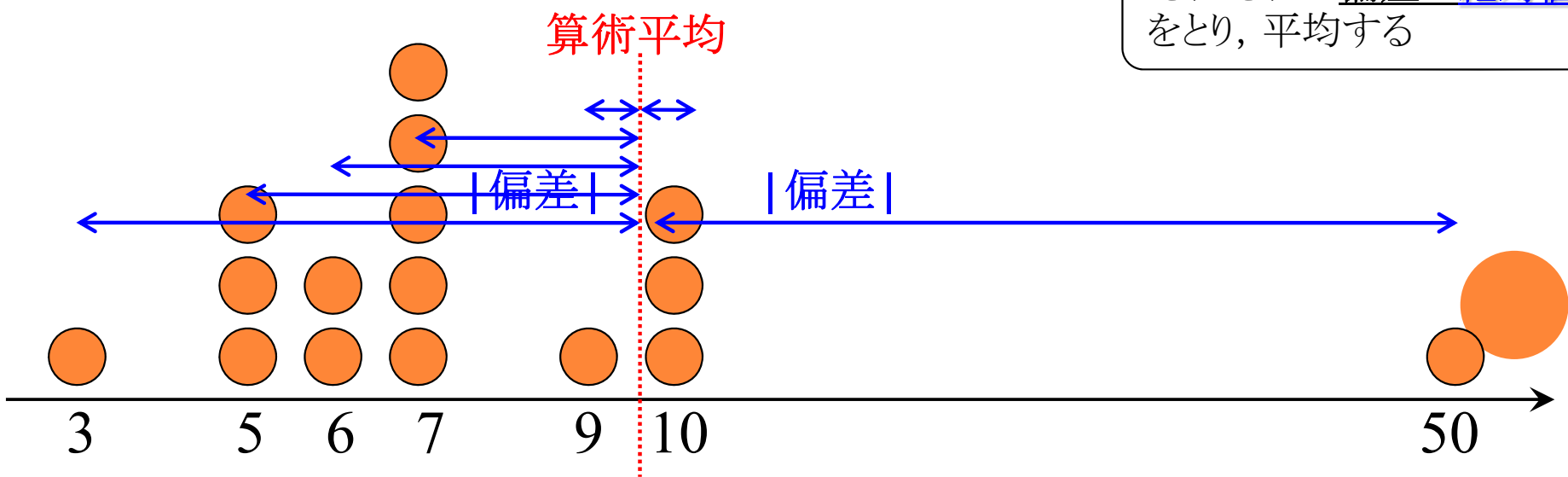
散らばり DISPERSION

- **平均偏差 mean deviation**
  - 偏差の絶対値の合計を平均化した値

平均値からの
平均的な差

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}		
データ	10	7	3	5	7	5	10	9	6	7	50	7	5	7	6	10	9.63	平均
偏差	0.38	−2.63	−6.63	−4.63	−2.63	−4.63	0.38	−0.63	−3.63	−2.63	40.38	−2.63	−4.63	−2.63	−3.63	0.38	0.0	偏差の和
(偏差)²	0.14	6.89	43.89	21.39	6.89	21.39	0.14	0.39	13.14	6.89	1630.14	6.89	21.39	6.89	13.14	0.14	112.48	分散
																	10.61	標準偏差
|偏差|	0.38	2.63	6.63	4.63	2.63	4.63	0.38	0.63	3.63	2.63	40.38	2.63	4.63	2.63	3.63	0.38	5.19	平均偏差

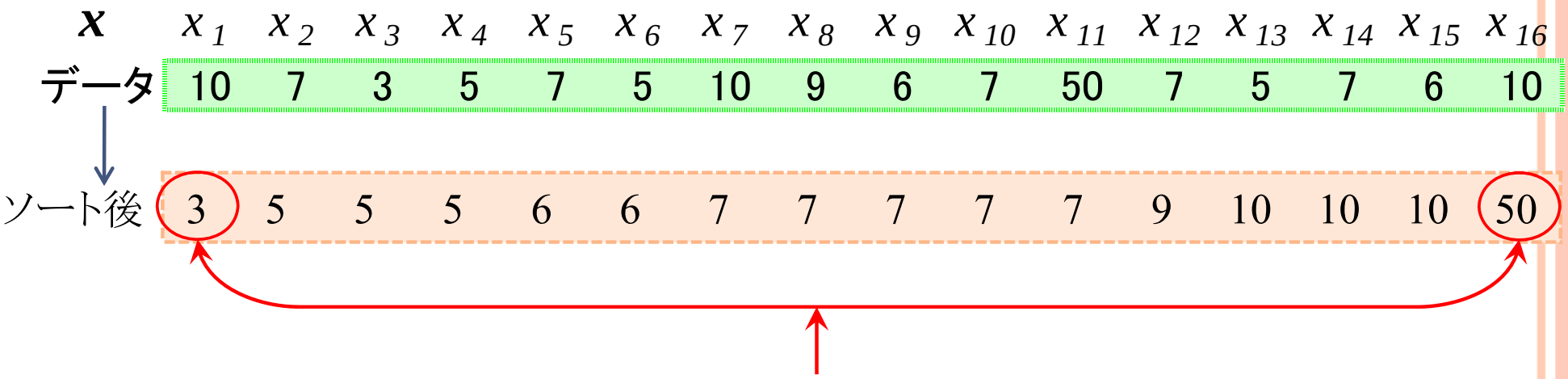
それぞれの偏差の絶対値
をとり，平均する



散らばり DISPERSION

- **範囲 range**
  - 最大値と最小値の差

$$R = \max\{x_1, \cdots, x_n\} - \min\{x_1, \cdots, x_n\}$$

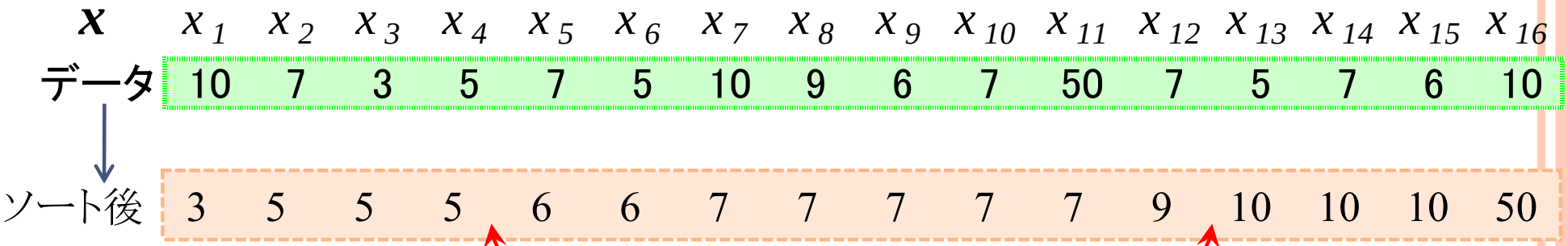


$$\rightarrow R = \max(x_1, \cdots, x_{16}) - \min(x_1, \cdots, x_{16}) = 50 - 3 = 47$$

散らばり DISPERSION

- **四分位偏差 quartile deviation**
  - 第3四分位点 Q_3 と第1四分位点 Q_1 の差の半分

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$



$$\rightarrow \quad Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{9.75 - 5.25}{2} = 2.25$$

演習1-3:散らばり

- 以下のデータについて散らばりを計算したい

1	20	20	22	23	24	25	26	26	53

- このデータの「偏差」をだし，合計が0になることを確かめよ.
- このデータの「分散」を計算せよ.
- このデータの「標準偏差」を計算せよ.

- このデータの「平均偏差」を計算せよ.
- このデータの「範囲」を計算せよ.
  - 例）data[1, 5, 7, 9, 3] → 範囲：9 – 1= 8
- このデータの「四分位偏差」を計算せよ.

COFFEE BREAK

- 記号を用いた散らばりの定義
  - 分散

$$S_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

  - 標準偏差

$$S_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i}(x_i - \bar{x})^2}$$

  - 平均偏差

$$d = \frac{|x_1 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i}|x_i - \bar{x}|$$

1-1. 一次元のデータ

- データの変換
  - 標準化（正規化）
  - Cf. 偏差値

n個

$$\boldsymbol{x} = (x_1, \quad x_2, \quad \cdots, \quad x_n)$$

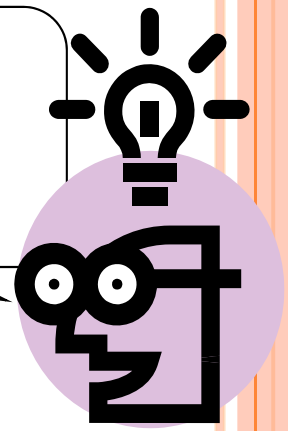
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

$\boldsymbol{x}$	11	9	-3	14	5	23

$$(n = 6)$$

データの一次変換

どんな1次元データも
標準化しちゃえば
同じ土俵で比較できるね！



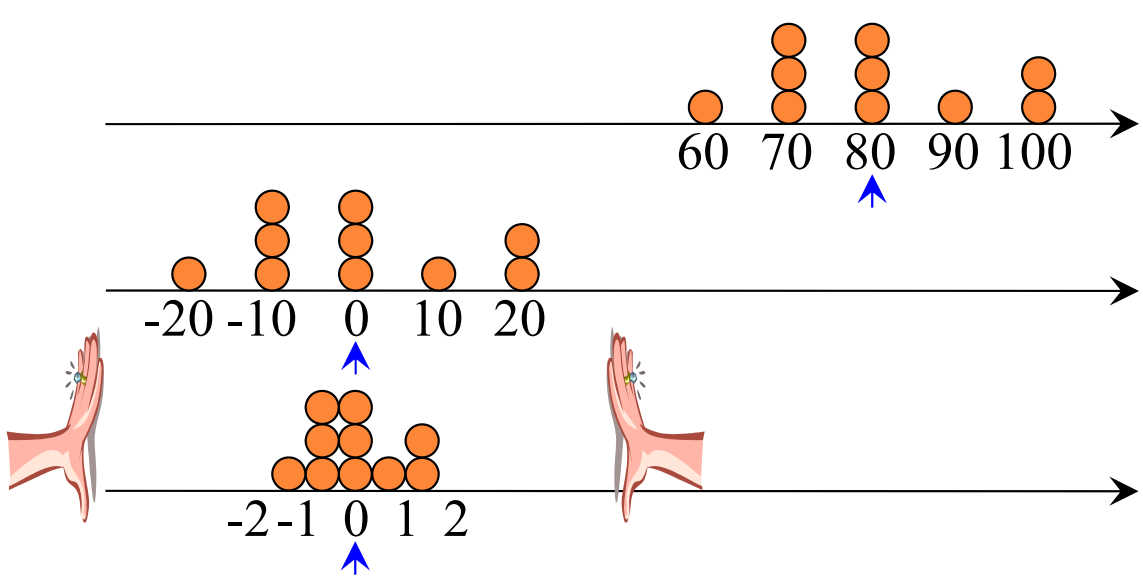
標準化 standardization

- 各データについて，平均を引き標準偏差で割る

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x} \quad (i = 1, \cdots, n)$$

標準得点 standard score，Z得点

変換後のデータは
平均0，
標準偏差1
となる．



$$\begin{cases} \bar{x} = 80 \\ S_x \cong 12.65 \end{cases}$$

$x_i - \bar{x}$

「平均を引く」ということは，
全体の位置を移動し，
真ん中（平均）を0にすること．

$\dfrac{x_i - \bar{x}}{S_x}$

「標準偏差で割る」ということは，
全体を左右から圧縮して，
標準偏差を1にすること．

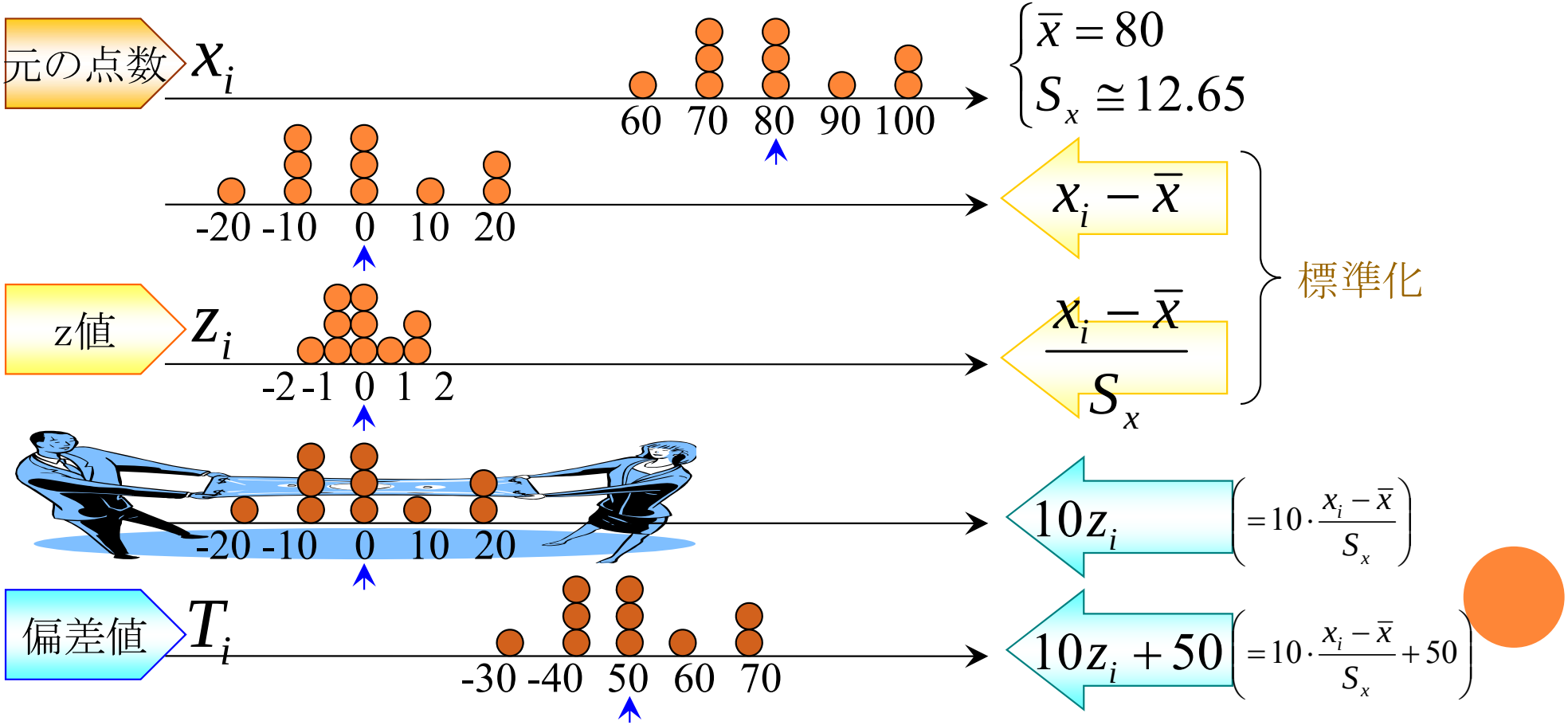
データの一次変換

変換後のデータは
平均50,
標準偏差10
となる.

- 偏差値
  - 標準得点に以下の一次変換を施す

$$T_i = 10z_i + 50 \quad (i = 1, \cdots, n)$$

偏差値得点，T得点



データの一次変換

- 例：10人の中間・期末試験の得点，z得点と偏差値

平均88, 標準偏差9.8

中間試験										
得点	100	90	80	80	90	100	80	90	100	70
z得点	1.2	0.2	−1	−1	0.2	1.2	−1	0.2	1.2	−2
偏差値	62	52	42	42	52	62	42	52	62	32

$$1.2=\frac{100-88}{9.8},\quad 62=1.2\times 10+50$$

平均33, 標準偏差16

期末試験										
得点	40	20	60	20	40	10	50	45	25	15
z得点	0.5	−1	1.7	−1	0.5	−1	1.1	0.8	−0	−1
偏差値	55	42	67	42	55	36	61	58	45	39

演習1-4:データの標準化

- 演習1-1で得たクラス全員の身長のデータについて，Rを用いて標準化を行い，z得点を出せ
  - R commander で [データ]-[アクティブデータセット内の変数の管理]-[変数の標準化] を選ぶ

- 以下のデータは，ある試験における5人の学生の結果である
  - 英語の結果について，各学生の得点を標準化し，z得点を出せ
  - 英語のz得点をもとに，各学生の偏差値を計算せよ
  - 数学・国語についても同様に計算せよ

	A	B	C	D	E
英語	22	28	36	74	50
国語	78	50	51	33	28
数学	27	74	38	26	95

1-1. 一次元のデータ

- データの尺度

n個

$$\boldsymbol{x} = (x_1, \quad x_2, \quad \cdots, \quad x_n)$$

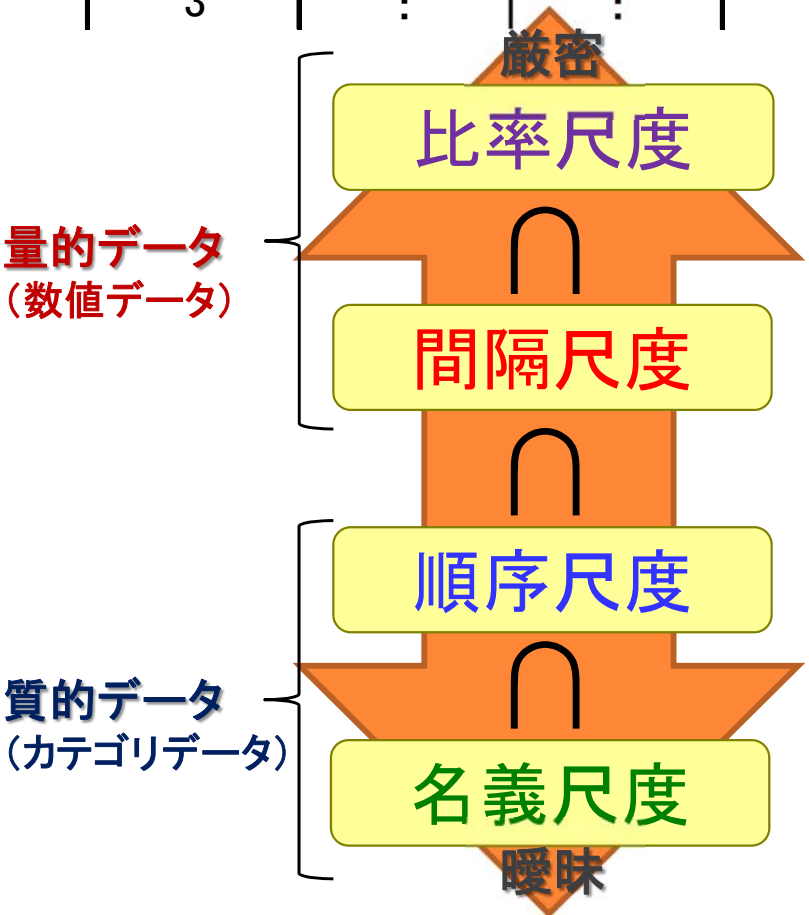
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

$\boldsymbol{x}$	11	9	-3	14	5	23

$$(n = 6)$$

データの測定尺度による分類

順序尺度 名義尺度	名義尺度	名義尺度	間隔尺度 順序尺度 名義尺度	比率尺度 間隔尺度 順序尺度 名義尺度	比率尺度 間隔尺度 順序尺度 名義尺度	順序尺度 名義尺度	…
学籍番号	氏名	性別	生年月日	身長	体重	問題発見技法成績	…
1	文教太郎	男	1987.5.6	175cm	69kg	B	…
2	湘南花子	女	1988.1.4	163cm	48kg	AA	…
3	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	



比率尺度：比に意味がある（絶対原点が存在する）
例）身長（180cmのAさんは100cmの息子の1.8倍背が高い）
体重（5kg重い），絶対温度（°K，絶対零度）

間隔尺度：差に意味がある
例）温度（気温20℃より30℃の方が10℃高い）
時刻（午後3時から1時間後）

順序尺度：順序関係がある
例）成績評価（A > B > C > D）
居住性（住みやすい > まあまあ > 住みにくい）

名義尺度：単なる分類（区別ができる）
例）名前，性別（男，女），パソコン保有（保有，非保有）

データの測定尺度による集計例

- 質的データと量的データの集計例

質的データ

量的データ

データ例

性別　　成績

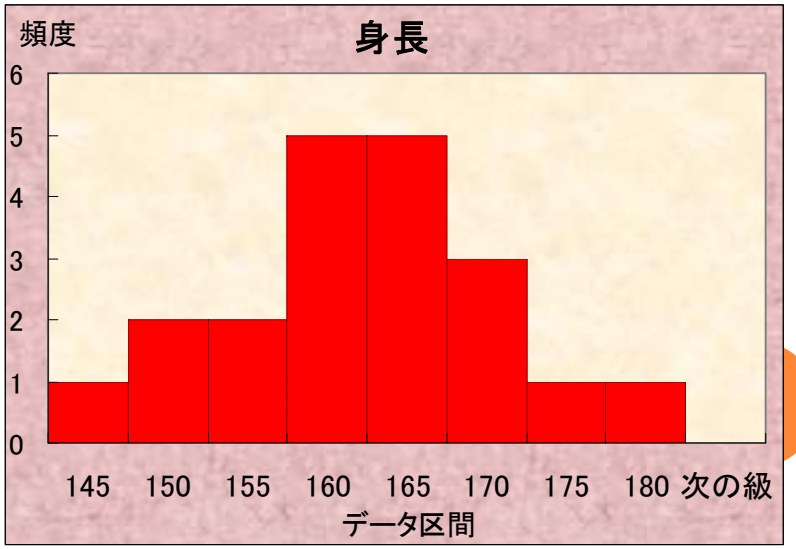
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)
(男, 女)　(A, B, C, D)

女性身長

165	155	159	155	167
160	175	157	150	149
145	162	162	159	159
162	162	177	166	168

集計例

	A	B	C	D	計
男	3	2	1	0	6
女	1	0	2	2	5
計	4	2	3	2	11



演習1-5:データの尺度

- 身の回りにあるデータは，4つの尺度のどれに相当するか考えてみよう．