



意思決定科学

情報学部 経営情報学科

堀田 敬介

2012.9.20, Fri. ~



目次

1. 数理的意思決定とは？

2. 数理的意思決定基準

3. 意思決定者毎に最適は違う



1. 数理的意思決定とは？

1. 数理的的意思決定とは？

- 複数の代替案がある時，どの選択をするかにより結果が異なる



客観的な指標が欲しい

- 選んだ代替案を他の代替案と比べた時，自分の意思決定がどの程度妥当だったのかの判断指標
- 意思決定者・グループが各代替案に対して
 - (なるべく) 同じように評価・比較できる
 - (ある程度) 説得力がある, etc.



数理的な尺度で計測したらどうだろう



1. 数理的意思決定とは？

● 数理的意思決定手法

- ゲーム理論 (Game Theory)
- 線形計画法 (Linear Programming) ・ 多目的線形計画法 (MLP)
- 包絡分析法 (Data Envelopment Analysis)
- 階層分析法 (Analytic Hierarchy Process) ・ 階層ネットワーク法 (ANP)
- シミュレーション (simulation)
- 最適化 (Optimization)
- 確率計画法 (Stochastic Programming)
- 機械学習 (Machine learning)
- etc. ...

● どの手法を用いればよいか？

- 各手法は一長一短
- 問題・状況を把握し最も適切な方法を採用
 - 何を知りたいのか？ 何がわかればよいのか？

大事なものは…

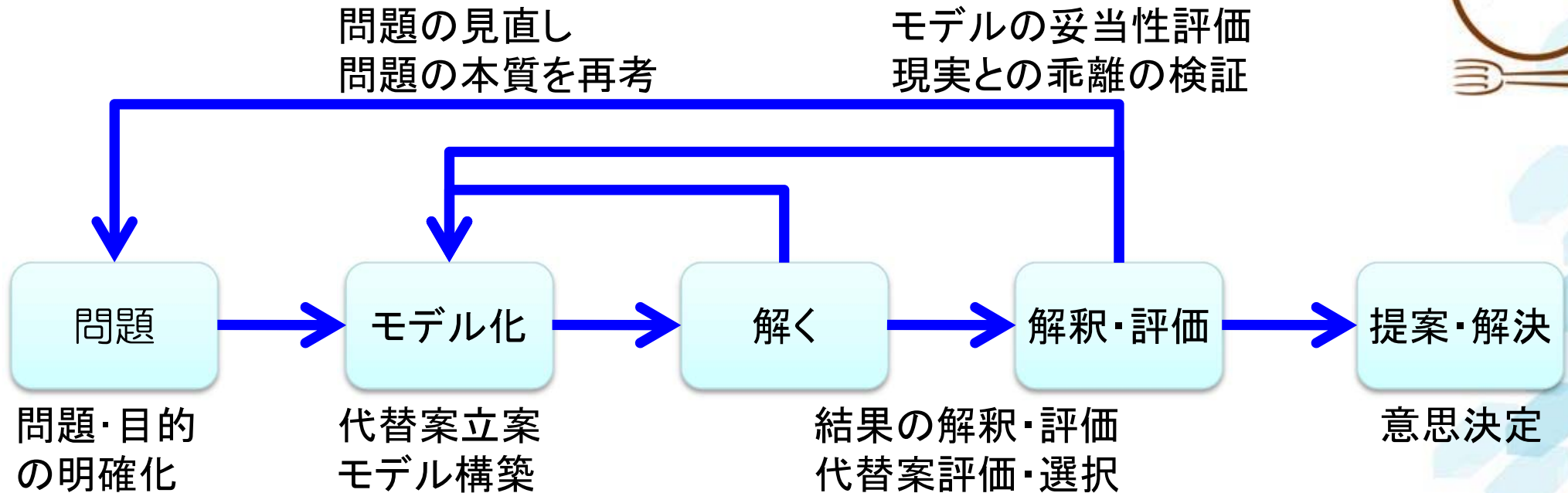
問題の把握
と
手法の選択



1. 数理的意味決定とは？



● 「問題の把握」から「意味決定」までの流れ



● 問題発見・状況認識

- 状況を把握し、問題の背後にある本質を追究
- いったい何を知りたいのか？
- 問題の本質は何か？

● 推論・モデル作成

- 推論に基づきモデル作成
- 現実を支配する法則を数量的に明確化

● 答えを導く

- 解法選択
- 解法構築
- パラメータ調整

● 結果評価・解釈

- 解法のもたらす結果の解釈・考察
- 得られた代替案の評価・分析



2. 数理的意思決定基準

2. 数理的意味決定基準



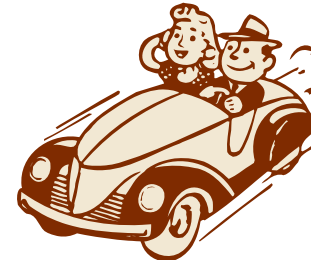
文教太郎君のデート計画

太郎君は花子さんと週末デートを計画している



◆遊園地

◆ドライブ



◆映画鑑賞



◆マリンスポーツ



のいずれかをしたいと思っている。太郎君によると、花子さんは天気によってデートコースの評価（満足度）が変わるらしい。花子さんをとてもハッピーにしたい太郎君だが、週末の天気がどうなるかわからないので困っている。

太郎君の親友であるあなたは、どうアドバイスする？

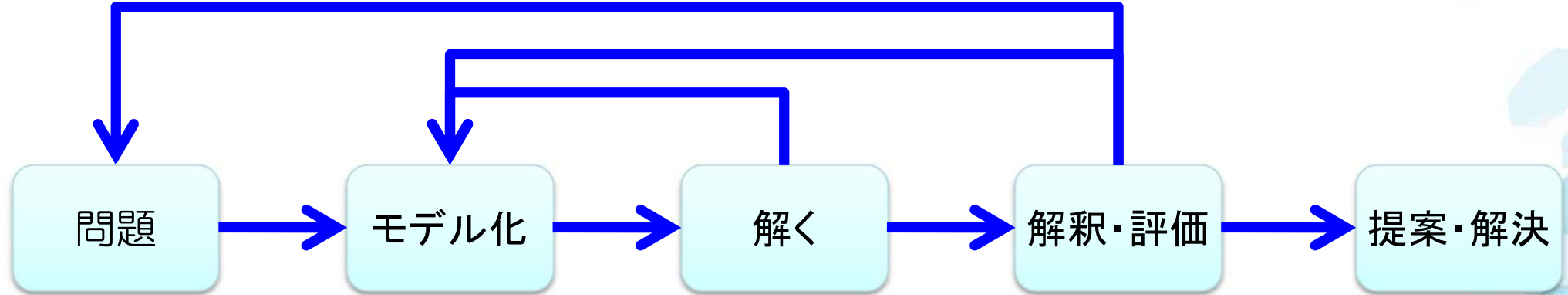
2. 数理的的意思決定基準

太郎君のデート計画どうしましょう？



問題の見直し
問題の本質を再考

モデルの妥当性評価
現実との乖離の検証



問題・目的
の明確化

代替案立案
モデル構築

結果の解釈・評価
代替案評価・選択

意思決定

問題発見・状況認識

- 週末のデート
- 4つの代替案
- 天候予測不能
- 花子さんを超ハッピーに！

- ?
- ?
- ?

推論・モデル作成

- ?
- ?
- ?

答えを導く

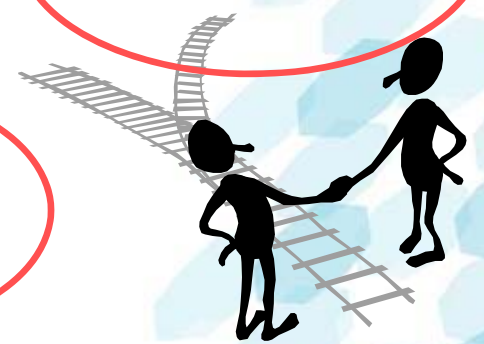
- ?
- ?
- ?

結果評価・解釈

- ?
- ?
- ?

意思決定支援

- さあ、これでいけ！



2. 数理的意味決定基準

太郎君のデート計画

- 各代替案と天候による花子の満足度（太郎の調査による）

| 代替案 \ 天候 | | 晴れ | 曇り | 雨 | 風 |
|----------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地へ | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

- もし、晴れたら $\Rightarrow x_1$ 案『遊園地へ』が一番よい
- もし、曇りなら $\Rightarrow x_2$ 案『ドライブ』が一番よい
- もし、雨ならば $\Rightarrow x_3$ 案『映画鑑賞』が一番よい
- もし、風ならば $\Rightarrow x_4$ 案『マリンスポーツ』が一番よい

どうしよう……。あなたならどうする？



2. 数理的的意思決定基準

● 各代替案に得点を与えて比較しよう

状態数: $j = 1, 2, 3, 4$

| 代替案数 | $x_i \setminus j$ | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|------|-------------------|----|----|----|----|
| 1 | x_1 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| 2 | x_2 ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| 3 | x_3 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| 4 | x_4 マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

満足度を w_{ij} と表すことにしよう

$$\begin{cases} w_{11} = 50, w_{12} = 35, w_{13} = 20, w_{14} = 40 \\ w_{21} = 45, w_{22} = 50, w_{23} = 35, w_{24} = 25 \\ w_{31} = 35, w_{32} = 35, w_{33} = 40, w_{34} = 30 \\ w_{41} = 45, w_{42} = 20, w_{43} = 5, w_{44} = 70 \end{cases}$$

● 各代替案の得点は…

$$\begin{cases} S(x_1) = ? \leftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2) = ? \leftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3) = ? \leftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4) = ? \leftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$

つまり、
最も得点の高い代替案を
太郎君に推薦しよう！
ということ



2. 数理的的意思決定基準

ではどのように代替案に得点を付ける？

$S(x_1) = ?$ ← 遊園地の得点
 $S(x_2) = ?$ ← ドライブの得点
 $S(x_3) = ?$ ← 映画鑑賞の得点
 $S(x_4) = ?$ ← マリンスポーツの得点



代替案選択のための5つの基本的基準

- | | | |
|------------------|----------------|---------|
| ● ラプラスの基準 | Laplace | … S_L |
| ● マキシミンの基準 | maximin | … S_p |
| ● マキシマックスの基準 | maximax | … S_q |
| ● フルビッツの基準 | Hurwitz | … S_F |
| ● ミニマックス・リグレット基準 | minimax regret | … S_r |



2. 数理的意味決定基準

| $x_i \setminus j$ | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|-------------------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

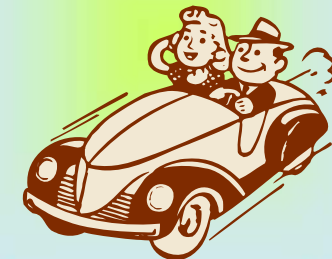
w_{ij}

● ラプラスの基準

- 状態の生起確率を等確率とした期待値 (= 算術平均)
- S_L が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_L(x_1) = (50 + 35 + 20 + 40) / 4 = 36.25 \\ S_L(x_2) = (45 + 50 + 35 + 25) / 4 = 38.75 \\ S_L(x_3) = (35 + 35 + 40 + 30) / 4 = 35.0 \\ S_L(x_4) = (45 + 20 + 5 + 70) / 4 = 35.0 \end{cases}$$

ドライブへ
行こう!



★ $\max_i S_L(x_i)$ ただし, $S_L(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_{ij}$

2. 数理的的意思決定基準

| $x_i \setminus j$ | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|-------------------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

w_{ij}

マキシミンの基準

- 最悪の状態を考え、そのうち最もよい案を選択（悲観論者の基準）
- S_p が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_p(x_1) = \min\{50, 35, 20, 40\} = 20 \\ S_p(x_2) = \min\{45, 50, 35, 25\} = 25 \\ S_p(x_3) = \min\{35, 35, 40, 30\} = 30 \\ S_p(x_4) = \min\{45, 20, 5, 70\} = 5 \end{cases}$$



★ $\max_i S_p(x_i)$ ただし、 $S_p(x_i) = \min_j w_{ij}$

2. 数理的意思決定基準

| $x_i \setminus j$ | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|-------------------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

w_{ij}

マキシマックスの基準

- 最良の状態を考え、そのうち最もよい案を選択（楽観論者の基準）
- S_q が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_q(x_1) = \max\{50, 35, 20, 40\} = 50 \\ S_q(x_2) = \max\{45, 50, 35, 25\} = 50 \\ S_q(x_3) = \max\{35, 35, 40, 30\} = 40 \\ S_q(x_4) = \max\{45, 20, 5, 70\} = 70 \end{cases}$$



★ $\max_i S_q(x_i)$ ただし、 $S_q(x_i) = \max_j w_{ij}$

2. 数理的的意思決定基準

| $x_i \setminus j$ | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|-------------------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

w_{ij}

フルビッツの基準

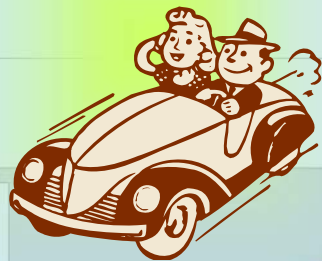
- 悲観と楽観のバランスを取る
- 悲観・楽観度 α がその程度を表す
 - $\alpha=1$: マキシマックスの基準と同じ
 - $\alpha=0$: マキシミンの基準と同じ
- S_H が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_H(x_1) = 50\alpha + 20(1-\alpha) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 45\alpha + 25(1-\alpha) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 40\alpha + 30(1-\alpha) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 70\alpha + 5(1-\alpha) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

★ $\max_i S_H(x_i)$ ただし,

$$S_H(x_i) = \alpha \max_j w_{ij} + (1-\alpha) \min_j w_{ij} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

ドライブへ行こう！



$$\begin{cases} S_H(x_1) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 30\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

満足度

70

60

50

40

30

20

10

0

- ◆ 遊園地
- 映画鑑賞
- ▲ マリンスポーツ
- ドライブ

映画鑑賞

ドライブ

マリンスポーツ

マキシマックス基準

マキシミン基準

マリンスポーツだ！



映画鑑賞をしよう！



$$\left(0 \leq \alpha \leq \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{4}{7}\right) \left(\frac{4}{7} \leq \alpha \leq 1\right)$$

2. 数理的的意思決定基準

| $x_i \setminus j$ | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 |
|-------------------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地 | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |

w_{ij}

ミニマックス・リグレット基準

- 状態が予め分かっていたら選択したであろう最良案と、実際に選択した案との差〈後悔の念（リグレット）, 機会損失〉を考え、代替案毎にそれが最大になるものを各々求め、それを最小にする

（クヨクヨ〔後悔大好き〕悲観論者の基準）

- 最大機会損失 S_r が最小になる案を選択

★ $\min_i S_r(x_i)$ ただし,

$$S_r(x_i) = \max_j \{ \max_i w_{ij} - w_{ij} \}$$

2. 数理的的意思決定基準

ミニマックス・リグレット基準

満足度表

| 代替案 \ 天候 | | 晴れ | 曇り | 雨 | 風 |
|----------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地へ | 50 | 35 | 20 | 40 |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 |



リグレット（機会損失）表

| 代替案 \ 天候 | | 晴れ | 曇り | 雨 | 風 |
|----------|---------|----|----|----|----|
| x_1 | 遊園地へ | 0 | 15 | 20 | 30 |
| x_2 | ドライブ | 5 | 0 | 5 | 45 |
| x_3 | 映画鑑賞 | 15 | 15 | 0 | 40 |
| x_4 | マリンスポーツ | 5 | 30 | 35 | 0 |

満足度表からリグレット表を作る



最大機会損失 W_s を最小に

$$\begin{cases} S_r(x_1) = \max\{0, 15, 20, 30\} = 30 \\ S_r(x_2) = \max\{5, 0, 5, 45\} = 45 \\ S_r(x_3) = \max\{15, 15, 0, 40\} = 40 \\ S_r(x_4) = \max\{5, 30, 35, 0\} = 35 \end{cases}$$

遊園地へ
行こう！



2. 数理的意思決定基準

5つの基本的意志決定基準

| 代替案 \ 天候 | | 晴 | 曇 | 雨 | 風 | min | ave | max | |
|----------|---------|----|----|----|-----|-----|------|-----|---------------------------|
| x_1 | 遊園地へ | 50 | 35 | 20 | 40 | 20 | 36.3 | 50 | $50\alpha + 20(1-\alpha)$ |
| x_2 | ドライブ | 45 | 50 | 35 | 25 | 25 | 38.8 | 50 | $50\alpha + 25(1-\alpha)$ |
| x_3 | 映画鑑賞 | 35 | 35 | 40 | 30 | 30 | 35.0 | 40 | $40\alpha + 30(1-\alpha)$ |
| x_4 | マリンスポーツ | 45 | 20 | 5 | 70 | 5 | 35.0 | 70 | $70\alpha + 5(1-\alpha)$ |
| | | | | | max | 30 | 38.8 | 70 | |

↑ maximin ↑ Laplace ↑ maximax ↑ Hurwitz



2. 数理的意思決定基準

- ◆ **ラプラス基準**
平均(等確率の期待値) → x_2 案 : ドライブ
- ◆ **マキシミン基準**
悲観論者のための指標 → x_3 案 : 映画鑑賞
- ◆ **マキシマックス基準**
楽観論者のための指標 → x_4 案 : Mスポーツ
- ◆ **フルビッツ基準**
中庸をゆく人の指標 → $\begin{cases} x_2 \text{案} : \text{ドライブ} \\ x_3 \text{案} : \text{映画鑑賞} \\ x_4 \text{案} : \text{Mスポーツ} \end{cases}$
- ◆ **ミニマックス・リグレット基準**
後悔する悲観論者用 → x_1 案 : 遊園地



2. 数理的的意思決定基準

● どの意思決定基準を採用すればいいのか？

意思決定者の視点

決定基準が立脚している視点
生起確率等,
悲観的,
楽観的,
悲観～楽観 程度毎,
最大機会損失最小

のうち意思決定者が適切と考える
視点に合致したものを選ぶ。

問題の性質

決定基準の持つ性質
を把握・検討し、現在
直面している問題の状
況に最も相応しいもの
を採択。



2. 数理的的意思決定基準

● 演習：

- 会社の中途採用の募集を掛けたところ、4人の応募があった。面接・試験等を行い、以下の能力が認められた。誰を採用すべきか？

| | 交渉力 | 事務処理 | 発想力 | 勤勉さ | 粘り強さ |
|----|-----|------|-----|-----|------|
| 太郎 | 95 | 30 | 20 | 15 | 50 |
| 次郎 | 70 | 30 | 90 | 85 | 20 |
| 三郎 | 45 | 95 | 80 | 60 | 75 |
| 四郎 | 60 | 65 | 55 | 65 | 85 |





3. 意思決定者毎に最適は違う

3. 意思決定者で最適が違う！

例▶ 宅配ピザの広告（チラシ）配達

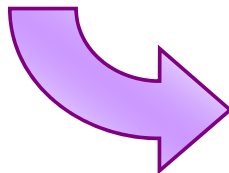


● 想定顧客の分類

- 宅配ピザは大好き
 - 宅配ピザなど頼まない
 - 宅配ピザは嫌いではない
- 適当に配達する
(とりあえず考えない)
配達頻度をどうするか？

問題 何が難しい（問題）か...

- 頻繁な広告， ……嫌がられる。
- 余り広告をしないと， ……忘れられてしまう。



最適広告間隔は？

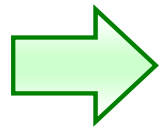
例えば…

● 広告配達間隔の観点から

倦怠度 と 疎遠度 を考察

倦怠度…嫌がられ度

広告配達間隔が短ければ飽きられる
毎日もらうより1週間ぶりのほうが新鮮

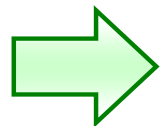


倦怠度 y は広告配達間隔 x に反比例するだろう

$$y = \frac{\alpha}{x} \quad [\alpha \text{は人による反比例定数}]$$

疎遠度…忘れられ度

広告配達間隔が長いと親密感が育ちにくい
商品も広告内容も忘れられる



疎遠度 y は広告配達間隔 x に比例するだろう

$$y = \beta x \quad [\beta \text{は人による比例定数}]$$



■ 宅配ピザが
嫌いではない顧客

$$y = \frac{\alpha}{x} + \beta x$$

疎遠度
 $y = \beta x$

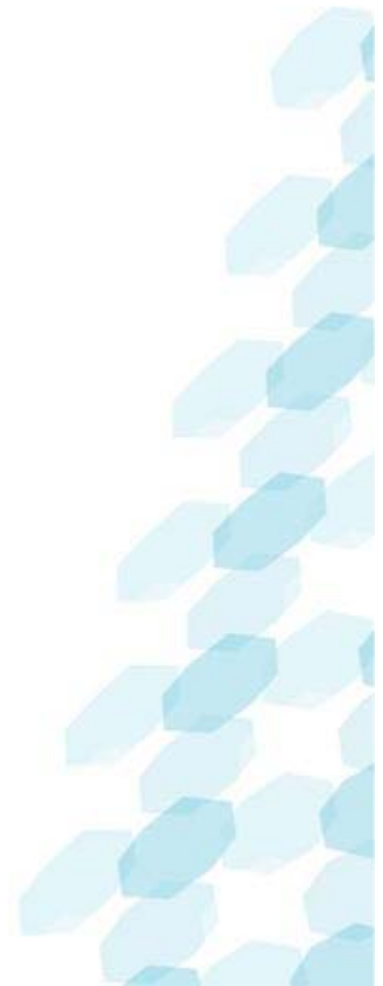
倦怠度
 $y = \frac{\alpha}{x}$

倦怠度・疎遠度は小
さいほど良い

最適！

$$x = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$$

セールス間隔



さて…

例▶ 宅配ピザの広告（チラシ）配達

想定する顧客の嗜好による戦略の変更

■ 宅配ピザは大好き

➡ セールス間隔に対し倦怠度小・疎遠度小

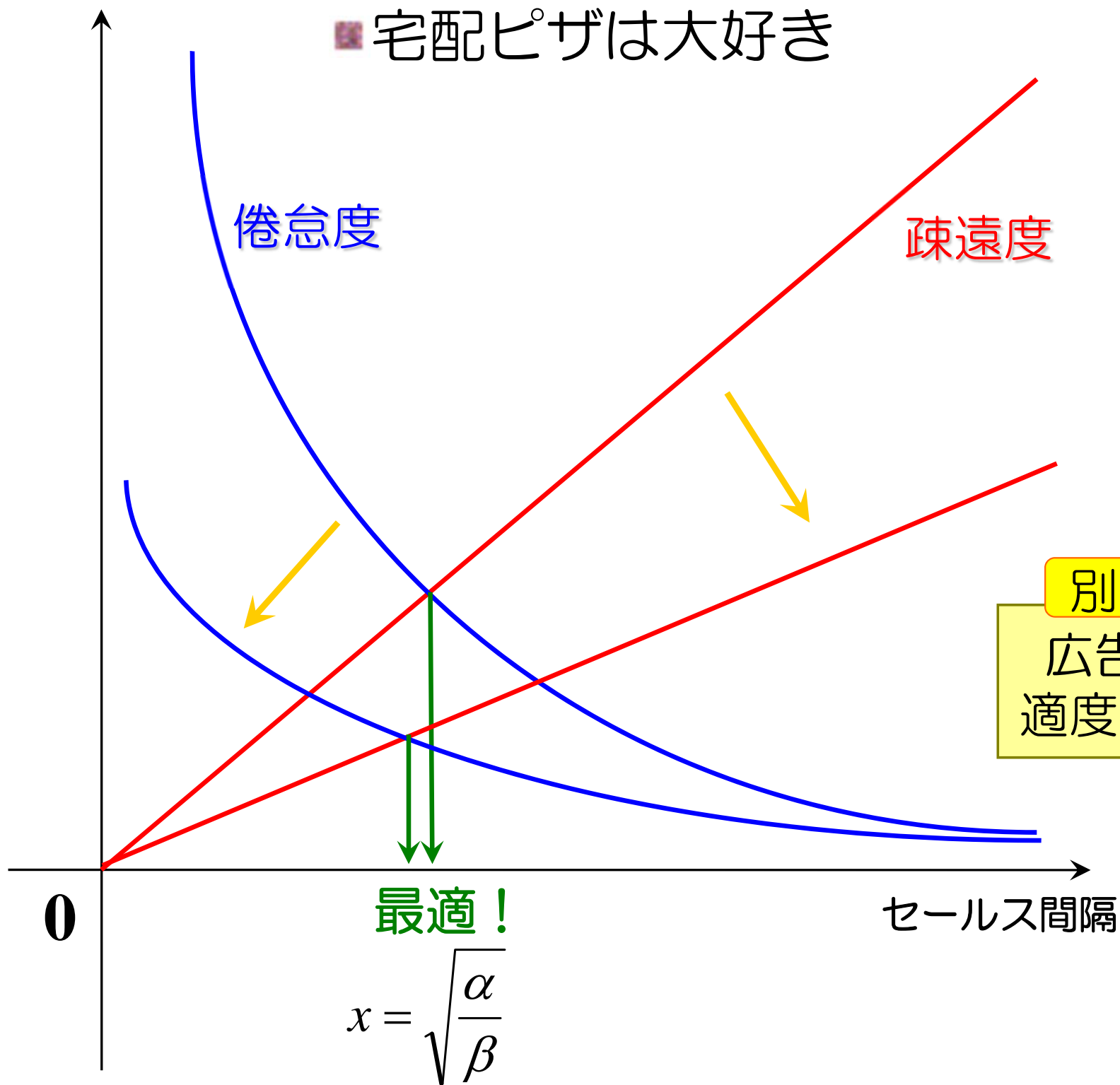
■ 宅配ピザなど頼まない

➡ セールス間隔に対し倦怠度大・疎遠度大

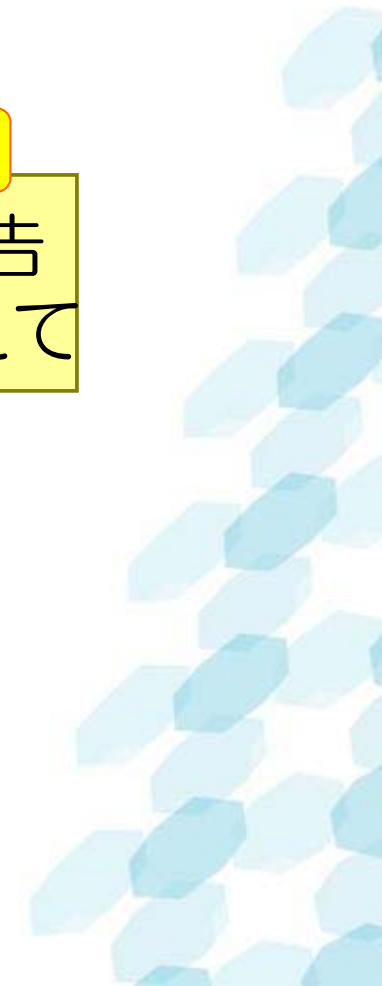
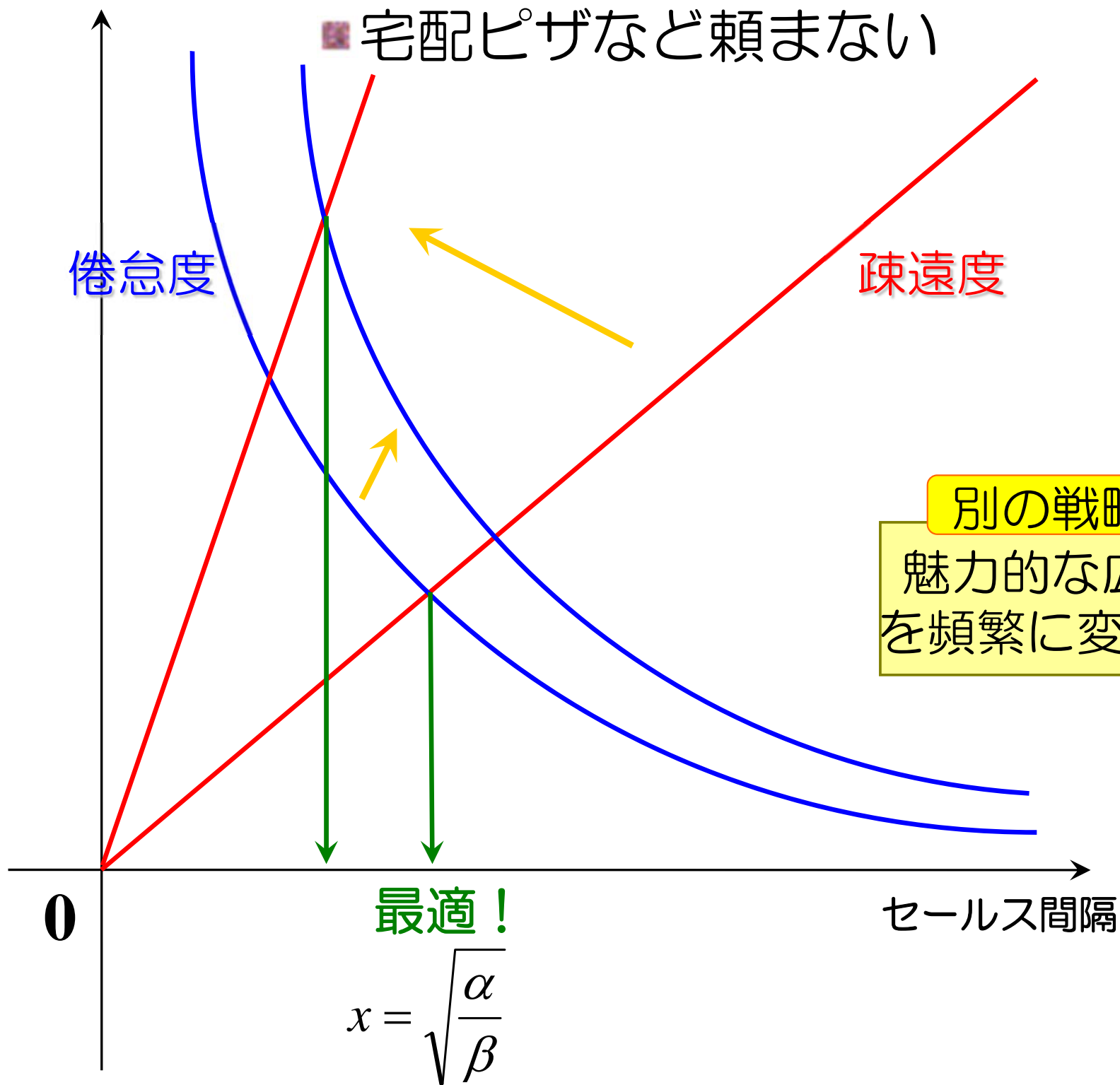
■ 宅配ピザは嫌いではない



■ 宅配ピザは大好き



■ 宅配ピザなど頼まない



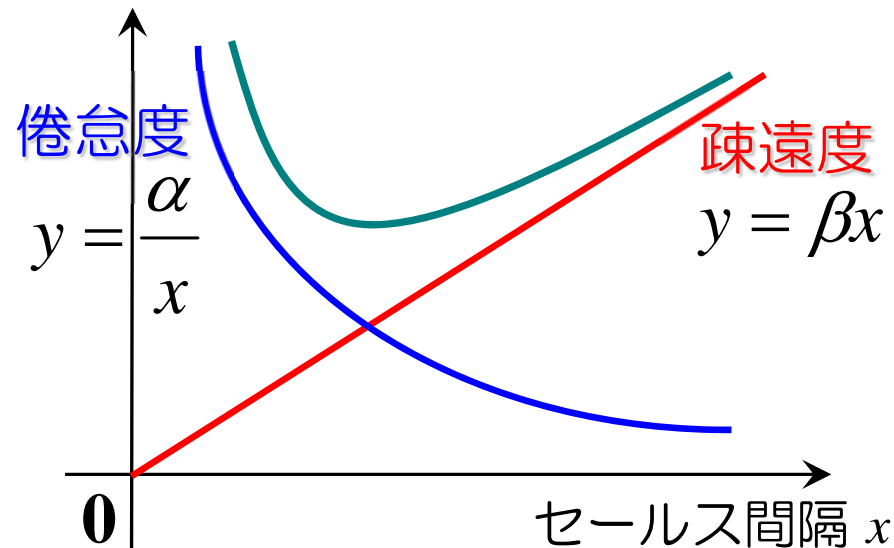
3. 意思決定者で最適が違う！



●● 演習：

●● 倦怠度と疎遠度を表す比例定数 α ， β がそれぞれ以下のように与えられる顧客がいた場合，最適セールス間隔を求めよ。

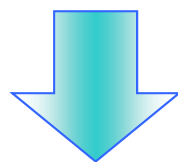
- 太郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=3$ ，疎遠度の比例定数 $\beta=5$
- 次郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=2$ ，疎遠度の比例定数 $\beta=6$
- 花子：倦怠度の比例定数 $\alpha=4$ ，疎遠度の比例定数 $\beta=2$
- 湘子：倦怠度の比例定数 $\alpha=1$ ，疎遠度の比例定数 $\beta=7$



まとめ



- 採用基準により結果が違う
- 同じ基準でも，人により結果が違う



問題と，その問題に直面している人に，
最もよい基準・手法と調整を行うことが
最適な意思決定に通ずる！

参考文献

- 木下栄蔵 「わかりやすい意思決定論入門」 近代科学社 (1996)
- 岡田章 「ゲーム理論」 有斐閣 (1997)
- 渡辺隆裕 「ゲーム理論入門」 日本経済新聞出版社 (2008)

