



意思決定科学

堀田 敬介

2015.9.25, Fri. ~



目次

1.数理的意思決定とは？

2.数理的意思決定基準

3.意思決定者毎に最適は違う



1. 数理的意思決定とは？



1. 数理的意思決定とは？

● 複数の代替案がある時、どの選択をするかにより結果が異なる

↓

客観的な指標が欲しい

- 選んだ代替案を他の代替案と比べた時、自分の意思決定がどの程度妥当だったのかの判断指標
- 意思決定者・グループが各代替案に対して
 - (なるべく) 同様に評価・比較できる
 - (ある程度) 説得力がある, etc.

↓

数理的な尺度で計測したらどうだろう

1. 数理的意思決定とは？

- 数理的意思決定手法
 - ゲーム理論(Game Theory)
 - 線形計画法(Linear Programming)・多目的線形計画法(MLP)
 - 包絡分析法(Data Envelopment Analysis)
 - 階層分析法(Analytic Hierarchy Process)・階層ネットワーク法(ANP)
 - シミュレーション(simulation)
 - 最適化(Optimization)
 - 確率計画法(Stochastic Programming)
 - 機械学習(Machine learning)
 - etc. ...
- どの手法を用いればよい？
 - 各手法は一長一短
 - 問題・状況を把握し最も適切な方法を採用
 - 何を知りたいのか？ 何がわかればよいのか？

大事なのは…

問題の把握
と
手法の選択

1. 数理的意思決定とは？

「問題の把握」から「意思決定」までの流れ

```
graph LR; A[問題] --> B[モデル化]; B --> C[解く]; C --> D[解釈・評価]; D --> E[提案・解決]; E --> A; E --> B; C --> B;
```

問題の見直し
問題の本質を再考

モデルの妥当性評価
現実との乖離の検証

問題・目的の明確化

代替案立案
モデル構築

結果の解釈・評価
代替案評価・選択

意思決定

- 問題発見・状況認識
 - 状況を把握し、問題の背後にある本質を捉える
 - 何を知りたいのか？
 - 何をしたいのか？
- 推論・モデル作成
 - 推論に基づきモデル作成
 - 現実を支配する法則を数量的に明確化
- 答えを導く
 - 解法選択
 - 解法構築
 - パラメータ調整
- 結果評価・解釈
 - 解法のもとで結果の解釈・考察
 - 得られた代替案の評価・分析

問題発見技法

問題解決技法(OR) ネットワークモデル分析
スケジューリング シミュレーションモデル分析
最適化モデル分析 ロジスティクス etc.

2. 数理的意思決定基準

2. 数理的意思決定基準

例 文教太郎君のデート計画

太郎君は花子さんと週末デートを計画している

- ◆ 遊園地
- ◆ ドライブ
- ◆ 映画鑑賞
- ◆ マリンスポーツ

のいずれかをしていと思っている。太郎君によると、花子さんは天気によってデートコースの評価（満足度）が変わるらしい。花子さんを **とてもハッピーにしたい** 太郎君だが、週末の **天気** が **どうなるかわからない** ので困っている。

太郎君の親友であるあなたは、どうアドバイスする？

2. 数理的意思決定基準

● 太郎君のデート計画どうしましょう？

問題の見直し
問題の本質を再考

モデルの妥当性評価
現実との乖離の検証

問題

モデル化

解く

解釈・評価

提案・解決

問題・目的
の明確化

代替案立案
モデル構築

結果の解釈・評価
代替案評価・選択

意思決定

問題発見・状況認識

- 週末のデート
- 4つの代替案
- 天候予測不能
- 花子さんを超ハッピーに！

推論・モデル作成

- ？
- ？
- ？

答えを導く

- ？
- ？
- ？

結果評価・解釈

- ？
- ？
- ？

意思決定支援

- さあ、これでいけ！

2. 数理的意思決定基準

● 太郎君のデート計画

● 各代替案と天候による花子の満足度（太郎の調査による）

代替案\天候		晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

● もし、**晴**れたら ⇒ x_1 案『遊園地へ』が一番よい

● もし、**曇**りなら ⇒ x_2 案『ドライブ』が一番よい

● もし、**雨**ならば ⇒ x_3 案『映画鑑賞』が一番よい

● もし、**風**ならば ⇒ x_4 案『マリンスポーツ』が一番よい

どうしよう……。あなたならどうする？

2. 数理的意思決定基準

● 各代替案に得点を与えて比較しよう

状態数: $j = 1, 2, 3, 4$

代替案数

$x_i \setminus j$	晴	曇	雨	風
x_1 遊園地	50	35	20	40
x_2 ドライブ	45	50	35	25
x_3 映画鑑賞	35	35	40	30
x_4 マリンスポーツ	45	20	5	70

花子さんの満足度を w_{ij} と表すことにしよう

$w_{11} = 50, w_{12} = 35, w_{13} = 20, w_{14} = 40$
 $w_{21} = 45, w_{22} = 50, w_{23} = 35, w_{24} = 25$
 $w_{31} = 35, w_{32} = 35, w_{33} = 40, w_{34} = 30$
 $w_{41} = 45, w_{42} = 20, w_{43} = 5, w_{44} = 70$

● 各代替案の得点は…

$S(x_1) = ?$ ← 遊園地の得点
 $S(x_2) = ?$ ← ドライブの得点
 $S(x_3) = ?$ ← 映画鑑賞の得点
 $S(x_4) = ?$ ← マリンスポーツの得点

つまり、
最も得点の高い代替案を
太郎君に推薦しよう！
ということ

2. 数理的意思決定基準

● ではどのように代替案に得点を付ける？

$S(x_1) = ?$ ← 遊園地の得点
 $S(x_2) = ?$ ← ドライブの得点
 $S(x_3) = ?$ ← 映画鑑賞の得点
 $S(x_4) = ?$ ← マリンスポーツの得点

● 代替案選択のための代表的な5つの基準

ラプラスの基準

Laplace

… S_L

マキシミンの基準

maximin

… S_p

マキシマックスの基準

maximax

… S_q

フルビッツの基準

Hurwitz

… S_F

ミニマックス・リグレット基準

minimax regret

… S_r

2. 数理的意思決定基準

- **ラプラスの基準**
 - 状態の生起確率を等確率とした期待値 (= 算術平均)
 - S_L が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_L(x_1) = (50 + 35 + 20 + 40) / 4 = 36.25 \\ S_L(x_2) = (45 + 50 + 35 + 25) / 4 = 38.75 \\ S_L(x_3) = (35 + 35 + 40 + 30) / 4 = 35.0 \\ S_L(x_4) = (45 + 20 + 5 + 70) / 4 = 35.0 \end{cases}$$

ドライブへ
行こう！



★ $\max_i S_L(x_i)$ ただし, $S_L(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_{ij}$

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

2. 数理的意思決定基準

- **マキシミンの基準**
 - 最悪の状態を考え、そのうち最もよい案を選択 (悲観論者の基準)
 - S_p が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_p(x_1) = \min \{50, 35, 20, 40\} = 20 \\ S_p(x_2) = \min \{45, 50, 35, 25\} = 25 \\ S_p(x_3) = \min \{35, 35, 40, 30\} = 30 \\ S_p(x_4) = \min \{45, 20, 5, 70\} = 5 \end{cases}$$

映画鑑賞
をしよう！



★ $\max_i S_p(x_i)$ ただし, $S_p(x_i) = \min_j w_{ij}$

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

2. 数理的意思決定基準

- **マキシマックスの基準**
 - 最良の状態を考え、そのうち最もよい案を選択 (楽観論者の基準)
 - S_q が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_q(x_1) = \max \{50, 35, 20, 40\} = 50 \\ S_q(x_2) = \max \{45, 50, 35, 25\} = 50 \\ S_q(x_3) = \max \{35, 35, 40, 30\} = 40 \\ S_q(x_4) = \max \{45, 20, 5, 70\} = 70 \end{cases}$$

マリンスポーツだ！



★ $\max_i S_q(x_i)$ ただし, $S_q(x_i) = \max_j w_{ij}$

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

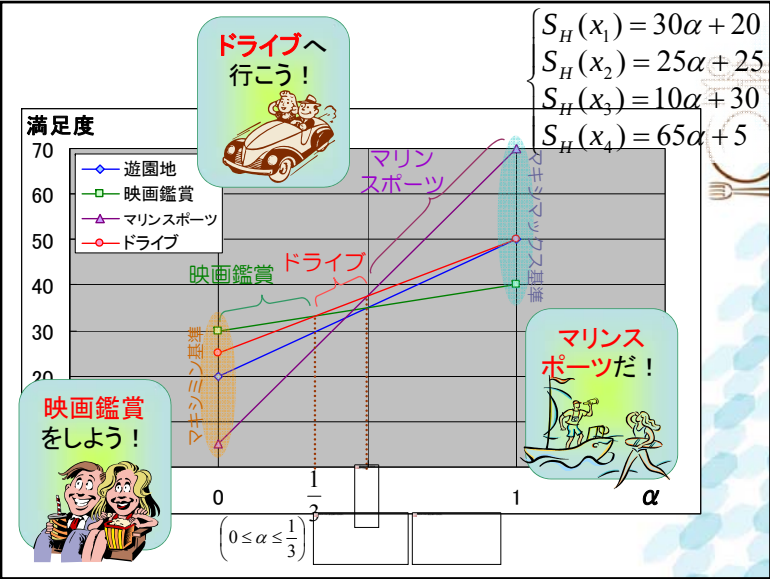
2. 数理的意思決定基準

- **フルビッツの基準**
 - 悲観と楽観のバランスを取る
 - 悲観・楽観度 α がその程度を表す
 - $\alpha=1$: マキシマックスの基準と同じ
 - $\alpha=0$: マキシミンの基準と同じ
 - S_H が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_H(x_1) = 50\alpha + 20(1-\alpha) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 50\alpha + 25(1-\alpha) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 40\alpha + 30(1-\alpha) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 70\alpha + 5(1-\alpha) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

★ $\max_i S_H(x_i)$ ただし,
 $S_H(x_i) = \alpha \max_j w_{ij} + (1-\alpha) \min_j w_{ij} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70



2. 数理的意味決定基準

ミニマックス・リグレット基準

状態が予め分かっていたら選択したであろう最良案と、実際に選択した案との差（後悔の念（リグレット）, 機会損失）を考え、代替案毎にそれが最大になるものを各々求め、それを最小にする
(なるべく後悔したくない悲観論者の基準)

最大機会損失 S_r が最小になる案を選択

$x_i \setminus j$	晴	曇	雨	風
x_1 遊園地	50	35	20	40
x_2 ドライブ	45	50	35	25
x_3 映画鑑賞	35	35	40	30
x_4 マリンスポーツ	45	20	5	70

★ $\min_i S_r(x_i)$ ただし,
 $S_r(x_i) = \max_j \{ \max_i w_{ij} - w_{ij} \}$

2. 数理的意味決定基準

ミニマックス・リグレット基準

満足度表

代替案 \ 天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1 遊園地へ	50	35	20	40
x_2 ドライブ	45	50	35	25
x_3 映画鑑賞	35	35	40	30
x_4 マリンスポーツ	45	20	5	70

リグレット (機会損失) 表

代替案 \ 天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1 遊園地へ	0	15	20	30
x_2 ドライブ	5	0	5	45
x_3 映画鑑賞	15	15	0	40
x_4 マリンスポーツ	5	30	35	0

満足度表からリグレット表を作る

最大機会損失 W_s を最小に
 $S_r(x_1) = \max \{0, 15, 20, 30\} = 30$
 $S_r(x_2) = \max \{5, 0, 5, 45\} = 45$
 $S_r(x_3) = \max \{15, 15, 0, 40\} = 40$
 $S_r(x_4) = \max \{5, 30, 35, 0\} = 35$



2. 数理的意味決定基準

- ラプラス基準 → x_2 案: ドライブ
平均 (等確率の期待値)
- マキシミン基準 → x_3 案: 映画鑑賞
悲観論者のための指標
- マキシマックス基準 → x_4 案: Mスポーツ
楽観論者のための指標
- フルビッツ基準 → $\begin{cases} x_2 \text{案: ドライブ} \\ x_3 \text{案: 映画鑑賞} \\ x_4 \text{案: Mスポーツ} \end{cases}$
中庸をゆく人の指標
- ミニマックス・リグレット基準 → x_1 案: 遊園地
後悔する悲観論者用

2. 数理的意思決定基準

5つの意思決定基準

4基準のまとめ

代替案\天候	晴	曇	雨	風	min	ave	max	
x ₁ 遊園地へ	50	35	20	40	20	36.3	50	50α+20(1-α)
x ₂ ドライブ	45	50	35	25	25	38.8	50	50α+25(1-α)
x ₃ 映画鑑賞	35	35	40	30	30	35.0	40	40α+30(1-α)
x ₄ マリンスポーツ	45	20	5	70	5	35.0	70	70α+5(1-α)
				max	30	38.8	70	αによる

maximin
最小値最大

Laplace
平均値最大

Hurwitz
最大・最小案分値最大

maximax
最大値最大

他にも、妥当と思われる基準を考えてみよう

2. 数理的意思決定基準

どの意思決定基準を採用すればいいのか？

意思決定者の視点

問題の性質

決定基準が立脚している視点
生起確率等,
悲観的,
楽観的,
悲観～楽観 程度毎,
最大機会損失最小
のうち意思決定者が適当と考える
視点に合致したものを選ぶ。

決定基準の持つ性質
を把握・検討し、現在
直面している問題の状況に最も相応しいものを
採択。



2. 数理的意思決定基準

演習：

- 会社の中途採用の募集を掛けたところ、4人の応募があった。面接・試験等を行い、以下の能力が認められた。誰を採用すべきか？
- 5つの意思決定基準の値を計算し、比較せよ
- あなたの考えた意思決定基準の値を計算せよ

	交渉力	事務処理	発想力	勤勉さ	粘り強さ
太郎	95	30	20	15	50
次郎	70	30	90	85	20
三郎	45	95	80	60	75
四郎	60	65	55	65	85

3. 意思決定者毎に最適は違う

Confidential

6

3. 意思決定者で最適が違う！

例▶ 宅配ピザの広告（チラシ）配達

- 想定顧客の分類
 - 宅配ピザは大好き
 - 宅配ピザなど頼まない
 - 宅配ピザは嫌いではない

→ 適当に配達する（とりあえず考えない）
→ 配達頻度をどうするか？

問題 何が難しい（問題）か...

- 頻繁な広告、……嫌がられる。
- 余り広告をしないと、……忘れられてしまう。

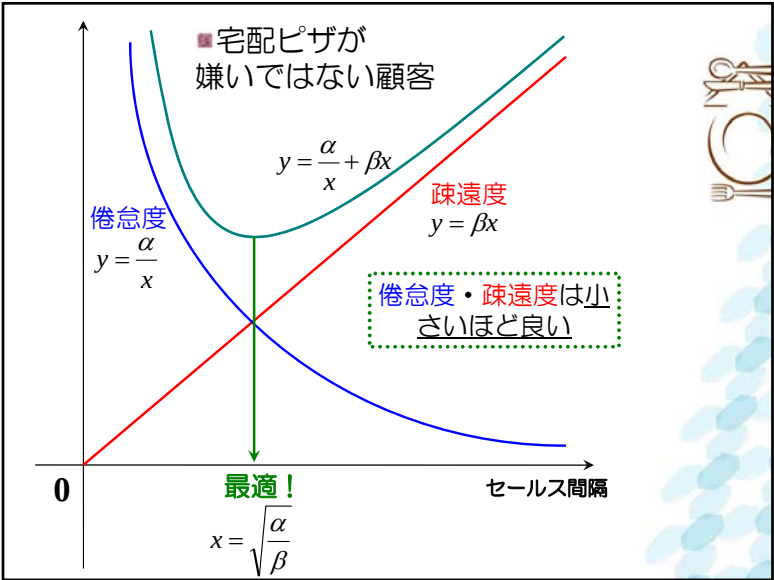
最適広告間隔は？

例えば…

● 広告配達間隔の観点から
倦怠度 と 疎遠度 を考察

倦怠度…嫌がられ度
広告配達間隔が短ければ飽きられる
毎日もらうより1週間ぶりのほうが新鮮
→ 倦怠度 y は広告配達間隔 x に反比例するだろう
$$y = \frac{\alpha}{x}$$
 [αは人による反比例定数]

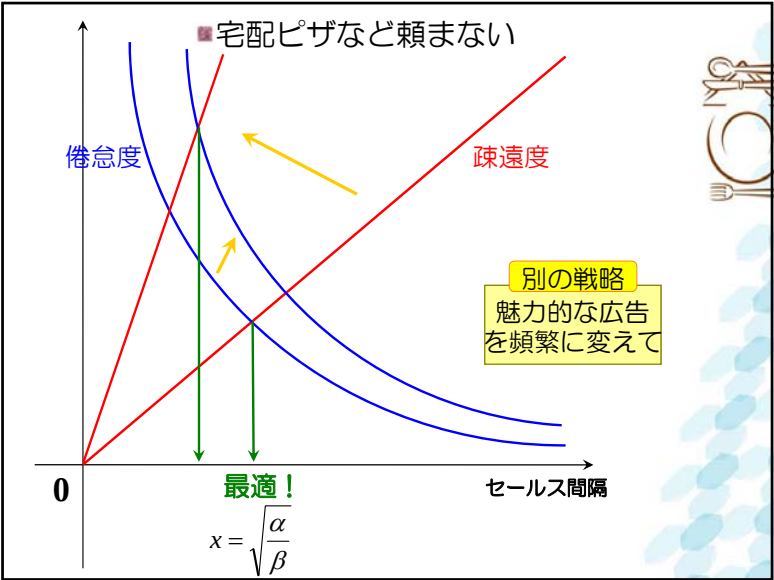
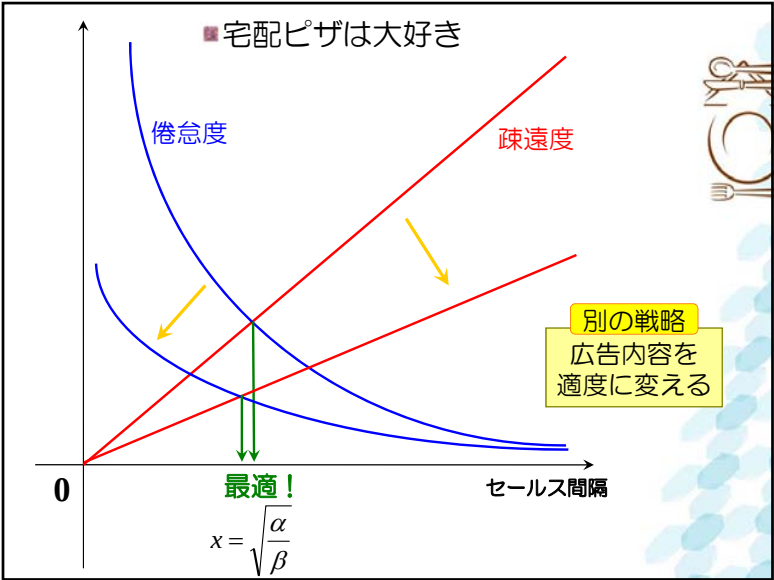
疎遠度…忘れられ度
広告配達間隔が長いと親密感が育ちににくい
商品も広告内容も忘れられる
→ 疎遠度 y は広告配達間隔 x に比例するだろう
$$y = \beta x$$
 [βは人による比例定数]



さて…

例▶ 宅配ピザの広告（チラシ）配達
想定する顧客の嗜好による戦略の変更

- 宅配ピザは大好き
→ セールス間隔に対し倦怠度小・疎遠度小
- 宅配ピザなど頼まない
→ セールス間隔に対し倦怠度大・疎遠度大
- 宅配ピザは嫌いではない



3. 意思決定者で最適が違う！

● 演習：

- 倦怠度と疎速度を表す比例定数 α 、 β がそれぞれ以下のよう
に与えられる顧客がいた場合、最適セールス間隔を求めよ。
- 太郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=3$ 、疎速度の比例定数 $\beta=5$
- 次郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=2$ 、疎速度の比例定数 $\beta=6$
- 花子：倦怠度の比例定数 $\alpha=4$ 、疎速度の比例定数 $\beta=2$
- 湘子：倦怠度の比例定数 $\alpha=1$ 、疎速度の比例定数 $\beta=7$

A general graph showing the relationship between 'セールス間隔 x' (Sales Interval x) on the x-axis and '倦怠度 $y = \frac{\alpha}{x}$ ' (Fatigue $y = \frac{\alpha}{x}$) on the y-axis. A blue curve represents fatigue, and a red line represents speed, labeled '疎速度 $y = \beta x$ '. The intersection point is marked with a green vertical line to the x-axis.

まとめ

- 採用基準により結果が違う
- 同じ基準でも、人により結果が違う

↓

問題と、その問題に直面している人に、
最もよい基準・手法と調整を行うことが
最適な意思決定に通ずる！

参考文献

- 木下栄蔵「わかりやすい意思決定論入門」近代科学社（1996）
- 岡田章「ゲーム理論」有斐閣（1997）
- 渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞出版社（2008）