

知の探求

1. matching

堀田 敬介

クラス配属問題

- 問題) 10人の学生を3つのクラスに配属させる
 - 各クラスの定員は4人(十分な容量capacity)
 - 全学生は配属クラス希望 (preference)をもつ (第1～3)
 - 各クラスは学生全員の選好 (preference)をもつ
 - 双方の選好 (preference)を満たすよう配属を決定せよ

クラス(A,B,C)

A

B

C

学生(1,2,...,10)

1

6

2

7

3

8

4

9

5

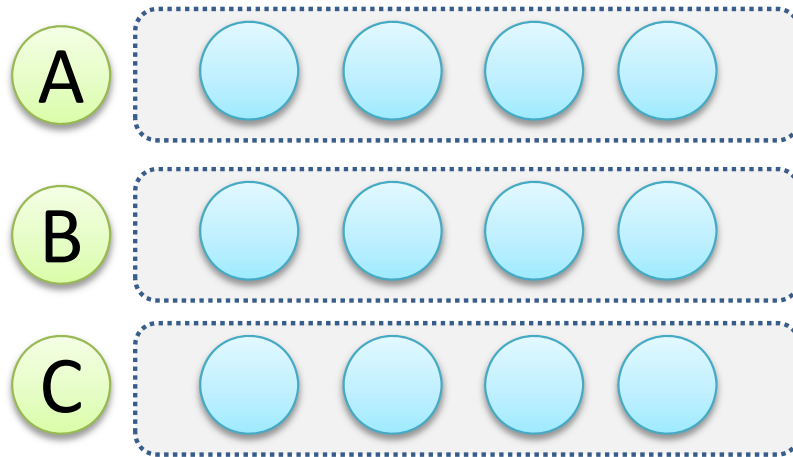
10

クラス配属問題

- 問題) 10人の学生を3つのクラスに配属させる
 - 各クラスの定員は4人(十分な容量capacity)
 - 全学生は配属クラス希望(preference)をもつ(第1～3)
 - 各クラスは学生全員の選好(preference)をもつ
 - 双方の選好(preference)を満たすよう配属を決定せよ
- Q1) この問題について, 妥当だと思える答えを与える「決定プロセス」を1つ示せ

クラス配属問題

クラス(A,B,C)



各クラスの

選好 (preference) = 成績

※学生の番号が成績順とする

学生(1,2,...,10)

学生の選好 (preference)

学生	第1希望	第2希望	第3希望
1	A	B	C
2	A	C	B
3	A	C	B
4	A	B	C
5	A	B	C
6	B	C	A
7	B	A	C
8	B	C	A
9	B	A	C
10	B	A	C

【配属法alpha】

Step1: 全学生が第1希望に応募

Step2: 全クラスが定員以内で選好し確定

Step3: 落選学生が定員に空きのあるクラスから自分の希望の高いクラスに応募

Step4: 対象クラスが応募学生を定員以内で選好

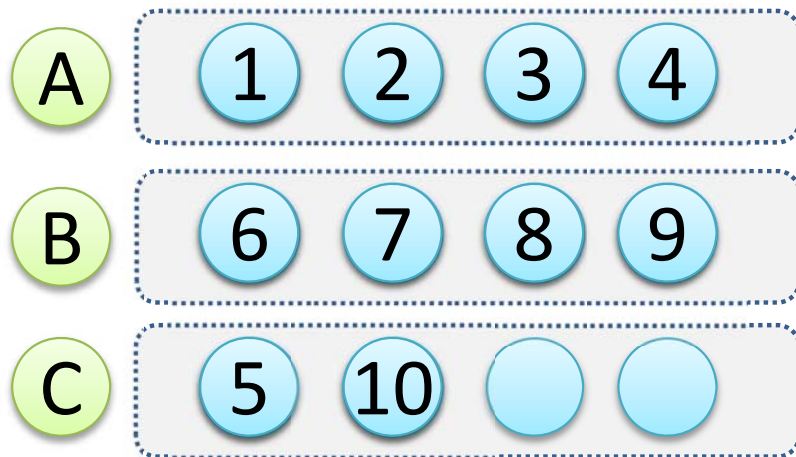
Step5: Step3~4を全学生が決まるまで繰り返し

クラス配属問題

- Q2) 配属法 α にもとづき配属を決定せよ

クラス配属問題

クラス(A,B,C)



各クラスの

選好 (preference) = 成績

※学生の番号が成績順とする

学生(1,2,...,10)

学生の選好 (preference)

学生	第1希望	第2希望	第3希望
1	A	B	C
2	A	C	B
3	A	C	B
4	A	B	C
5	A	B	C
6	B	C	A
7	B	A	C
8	B	C	A
9	B	A	C
10	B	A	C

【配属法alpha】

Step1: 全学生が第1希望に応募

Step2: 全クラスが定員以内で選好し確定

Step3: 落選学生が定員に空きのあるクラスから次に自分の希望の高いクラスに応募

Step4: 対象クラスが応募学生を定員以内で選好

Step5: Step3~4を全学生が決まるまで繰り返し

クラス配属問題

- Q2) 配属法alpha にもとづき配属を決定せよ
- Q2b) 配属法alpha は公平か？

– クラスの希望をできる限り配慮しているか？



No!

– 学生の希望をできる限り配慮しているか？



No!

– 不都合なことは起こらないか？



No!

– Q2A) あなたは学生5番だ. 配属法alphaに基づく配属で自分を含む全員の結果を予測可能だ. どうするか？

– Q2B) あなたはクラスBの担当だ. 配属法alphaに基づく配属で結果を予測可能だ. どうするか？

クラス配属問題

- Q2) 配属法alpha にもとづき配属を決定せよ
- Q2b) 配属法alpha は公平か？

– クラスの希望をできる限り配慮しているか？

→ No!

– 学生の希望をできる限り配慮しているか？

→ No!

– 不都合なことは起こらないか？

→ No!

パレート最適性

– Q2A) あなたは学生5番だ. 配属法alphaに基づく配属で自分を含む全員の結果を予測可能だ. どうするか？

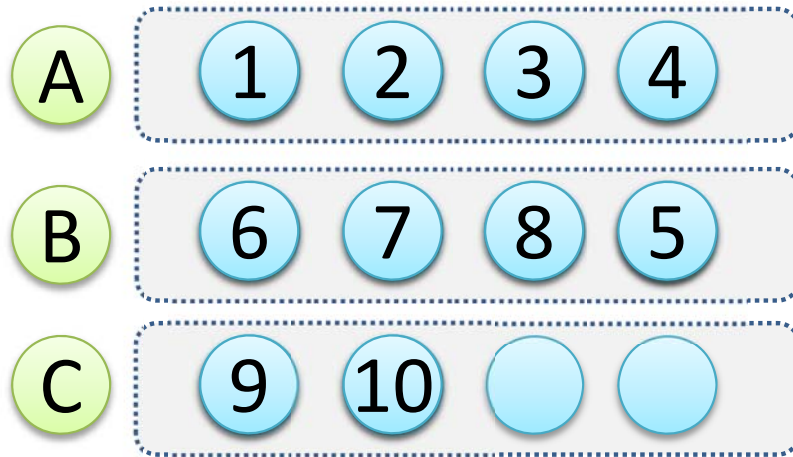
戦略的操作可能性

– Q2B) あなたはクラスBの担当だ. 配属法alphaに基づく配属で結果を予測可能だ. どうするか？

安定性

クラス配属問題

クラス(A,B,C)



各クラスの

選好 (preference) = 成績

※学生の番号が成績順とする

学生(1,2,...,10)

学生の選好 (preference)

学生	第1希望	第2希望	第3希望
1	A	B	C
2	A	C	B
3	A	C	B
4	A	B	C
5	X	B	C
6	B	C	A
7	B	A	C
8	B	C	A
9	X	X	C
10	X	X	C

【配属法beta】

Step1: 全学生が第1希望に応募

Step2: 全クラスが定員以内で選好し保留

Step3: 落選学生が全クラスから次に自分の希望の高いクラスに応募

Step4: 全クラスが応募学生を定員以内で選好し保留

Step5: Step3~4を全学生が決まるまで繰り返し

クラス配属問題

- Q3) 配属法 **beta** にもとづき配属を決定せよ
- Q3b) 配属法 **beta** は公平か？

– クラスの希望を できる限り配慮 しているか？

→ Yes!

– 学生の希望を できる限り配慮 しているか？

→ Yes!

– 不都合なこと は起こらないか？

→ ?

パレート最適性

– Q2A) 学生5番は嘘をつくか？

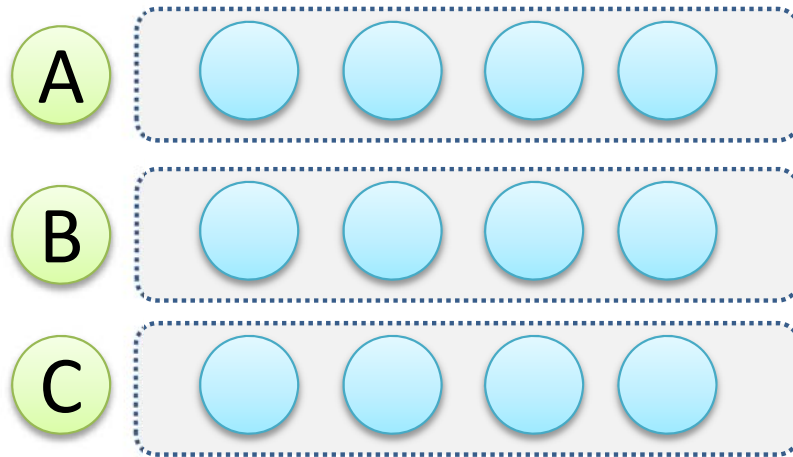
戦略的操作可能性

– Q2B) クラスB担当は浮気できるか(するか)？

安定性

クラス配属問題

クラス(A,B,C)



各クラスの

選好 (preference) = 成績

※学生の番号が成績順とする

【配属法gamma】

Step1: 全学生の選好を効用に置換

Step2: 全クラスの選好を効用に置換

Step3: 条件を満たし, 効用を最大化する最適化問題を解く

学生(1,2,...,10)

学生の選好 (preference)

学生	第1希望	第2希望	第3希望
1	A	B	C
2	A	C	B
3	A	C	B
4	A	B	C
5	A	B	C
6	B	C	A
7	B	A	C
8	B	C	A
9	B	A	C
10	B	A	C

クラス配属問題

- Q4) 配属法 **gamma** にもとづき配属を決定せよ
- Q4b) 配属法 **gamma** は公平か？

– クラスの希望を できる限り配慮 しているか？

→ Yes!

– 学生の希望を できる限り配慮 しているか？

→ Yes!

– 不都合なこと は起こらないか？

→ ?

パレート最適性

– Q2A) 学生5番は嘘をつくか？

戦略的操作可能性

– Q2B) クラスB担当は浮気できるか(するか)？

安定性

クラス配属問題

- 配属法 **alpha, beta, gamma** にもとづき配属を決定, 比較したい
- 適切にデータを生成してシミュレーションしよう
 - Excelで
 - より現実的な設定(規模)でやるには?
 - Excelでデータ生成, LP-file生成
 - Lp-file, MIP solver(cplex, gurobi)
 - R

クラス配属問題

- 解の性質(一部)

配属法	Pareto optimality	strategy-proofness	stability
alpha	×	×	×
beta	△	△	○
gamma	○	×	×
delta	○	○	×

alpha = BPS; Boston Public School system

beta = DA; Deferred Acceptance (Gale&Shapley,1962)

gamma = Optimization

delta = TTC; Top Trading Cycles system

参考文献

- [1] D.Gale, L.S.Shapley, “College admissions and the stability of marriage,” American Mathematical Monthly 69(1962) 9-15
- [2] 今野浩『実践数理決定法』日科技連(1997)
- [3] 安田洋祐編著『学校選択制のデザイン』NTT 出版(2010)
- [4] A.E.Roth, “Who Gets What --and Why”, Eamon Dolan/Houghton Mifflin Harcourt(2015)
- [5] 根本俊男「安定結婚問題」, 『応用数理 計画ハンドブック』14.2節(2002) 779-830