

Excel ソルバーではじめるOR

後藤順哉¹

堀田敬介²

¹ 中央大学

² 文教大学

2016 年10 月15 日 (土)

本セミナーの構成

1. 数理最適化とソルバー（後藤）
 2. Excel ソルバー入門（堀田）
-
3. ゲーム理論（堀田）
 4. 0-1 整数計画（堀田）
 5. ポートフォリオ選択（後藤）
 6. VBA を使って便利にする（後藤）
 7. データ包絡分析法（後藤）
- 閉会（閉会后 個別相談・質問コーナー）

Excel ソルバー入門

セッション2

堀田敬介

文教大学

2016 年10 月15 日 (土)

Outline

1. ともかく使ってみよう：LPを解く
2. ダイエット問題の定式化と求解
3. 輸送問題の定式化と求解
4. 割当問題の定式化と求解
5. クラス編成問題の定式化と求解
6. 適当な問題を生成して解かせてみる

1. ともかく使ってみよう : LPを解く

- 線形計画問題(Linear Program)

$$\text{min. } 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5$$

$$\text{s.t. } \quad x_1 + 2x_3 + x_5 \geq 5$$

$$9x_1 + 2x_2 + x_4 + 4x_5 \geq 1$$

$$x_2 + 5x_3 + x_5 \geq 3$$

$$x_2 + 5x_3 + x_5 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1. ともかく使ってみよう : LPを解く

- 線形計画問題(Linear Program)

$$\min. 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_3 + x_5 \geq 5$$

$$9x_1 + 2x_2 + x_4 + 4x_5 \geq 1$$

$$x_2 + 5x_3 + x_5 \geq 3$$

$$x_2 + 5x_3 + x_5 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	1. LP を解く															
2			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5									
3																
4									<i>obj. fn</i>				数式			
5		min	2	1	2	1	3	=	0				[I5] = SUMPRODUCT(C\$3:G\$3, C5:G5)			
6		s.t.	1	0	2	0	1	=	0	≡	5		↓			
7			9	2	0	1	4	=	0	≡	1		[I6]~[I9]へコピー			
8			0	1	5	0	1	=	0	≡	3		↓			
9			1	0	3	0	1	=	0	≡	2		↓			
10									<i>LHS</i>		<i>RHS</i>					

1. ともかく使ってみよう : LPを解く

• 線形計画問題(Linear Program)

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
1	解く																			
2		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5														
3																				
4								<i>obj. fn</i>												
5	min	2	1	2	1	3	=	0												
6	s.t.	1	0	2	0	1	=	0	≡	5										
7		9	2	0	1	4	=	0	≡	1										
8		0	1	5	0	1	=	0	≡	3										
9		1	0	3	0	1	=	0	≡	2										
10								<i>LHS</i>		<i>RHS</i>										
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				
19																				
20																				
21																				
22																				
23																				
24																				

ソルバーのパラメーター

目的セルの設定:(I)

目標値: 最大値(M) 最小値(N) 指定値:(V)

変数セルの変更:(E)

制約条件の対象:(U)

制約のない変数を非負数にする(K)

解決方法の選択:(E)

解決方法
滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプレックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリューションナリー エンジンを選択してください。

1. ともかく使ってみよう : LPを解く

【演習】

- 以下のLPについてExcel solverで最適解を求めよ

$$\text{min.} \quad x_1 + x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -4x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

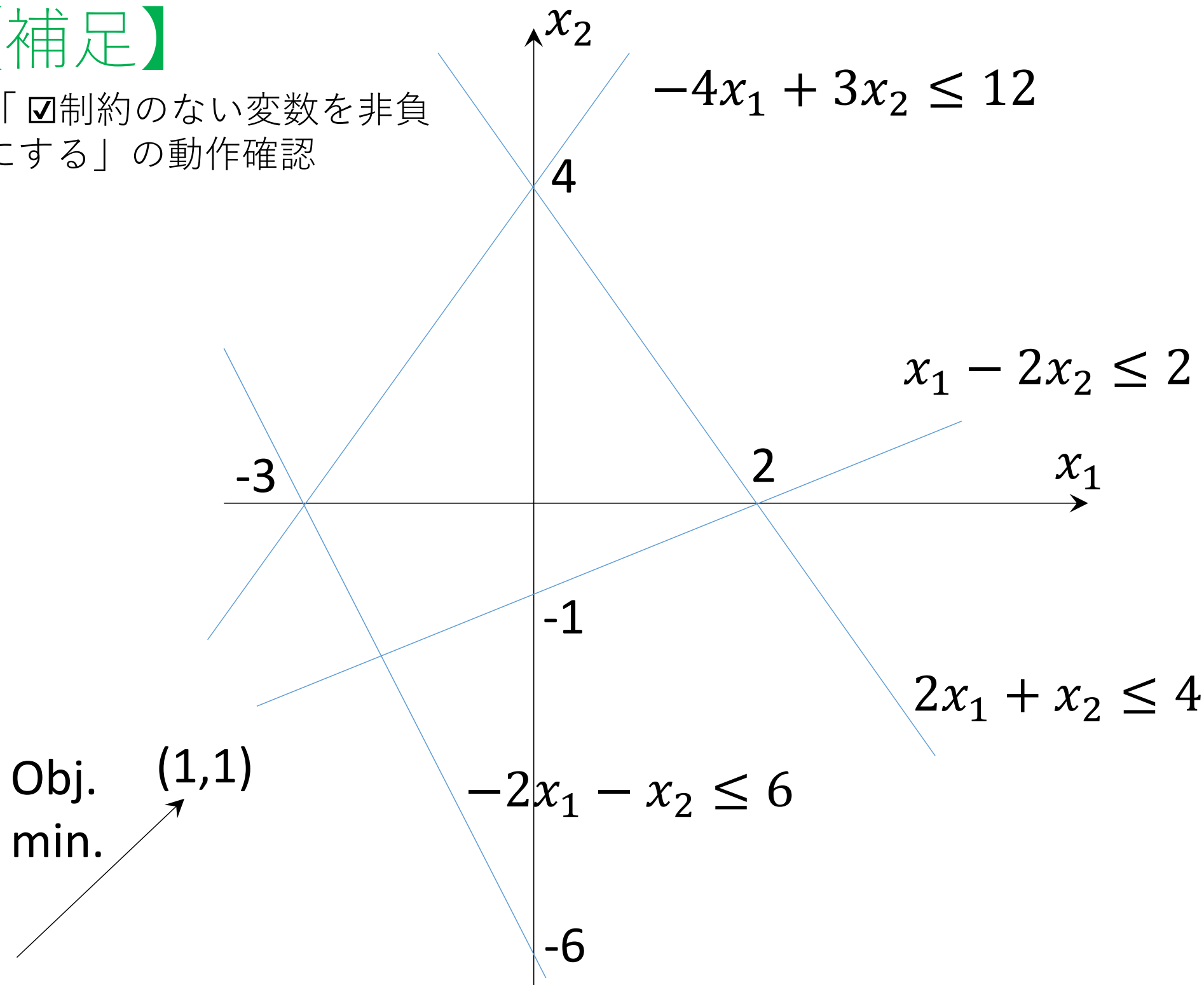
$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$-2x_1 - x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

【補足】

「制約のない変数を非負にする」の動作確認



【補足】

「制約のない変数を非負にする」の動作確認

- ✓ 4つのケースで最適解がどう変わるか（どの制約が活きるか）確認
 - ① 制約のない変数を非負にする
 - ② 制約のない変数を非負にする
 - ③ 制約のない変数を非負にする & 制約「 $x_1 \geq -1$ 」を追加
 - ④ 制約のない変数を非負にする & 制約「 $x_2 \geq -1$ 」を追加

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	「制約のない変数を非負にする」へのチェックについて動作確認											opt. sol.		つまり追加される制約は			
2			x_1	x_2									x_1	x_2		x_1	x_2
3			0	-1							<input checked="" type="checkbox"/> 制約のない変数を非負にする	→	0	0		$x_1 \geq 0$	$x_2 \geq 0$
4																	
5	min		1	1	=	-1					<input type="checkbox"/> 制約のない変数を非負にする	→	-2	-2		なし	なし
6	s.t.		1	-2	=	2	\leq	2									
7			-4	3	=	-3	\leq	12			<input checked="" type="checkbox"/> 制約のない変数を非負にする	→	-1	0		なし	$x_2 \geq 0$
8			2	1	=	-1	\leq	4			& [$x_1 \geq -1$]						
9			-2	-1	=	1	\leq	6									
10											<input checked="" type="checkbox"/> 制約のない変数を非負にする	→	0	-1		$x_1 \geq 0$	なし
11											& [$x_2 \geq -1$]						

2. ダイエット問題の定式化と求解

• 例題：ダイエット問題

『なめがやわーるど』では、「神秘ケーキ」「魅惑菓子」「苦渋野菜」「過酸果物」の4つの食べ物と、「だんはっく」「ガルジウム」「ヒタビン」という3つの栄養素、3つの食品含有物「糖分」「塩分」「カロリー」が存在する。4つの食べ物は3つの栄養素と3つの食品含有物を、1単位当たり各々下表に示す量だけ含む

栄養素	神秘ケーキ	魅惑菓子	苦渋野菜	過酸果物
だんはっく	3	1	4	2
ガルジウム	1	2	2	1
ヒタビン	2	1	2	5
糖分	7	5	3	4
塩分	1	2	4	8
カロリー	40	50	55	20

『なめがやわーるど』人は、3栄養素を一日に各々最低50, 40, 60は摂取しないと死んでしまう！ また、糖分と塩分は各々一日に150以上とると過剰摂取で死んでしまう！！ ダイエットしたい花子さんのために、カロリーを最小にする食べ物の量を教えて欲しい

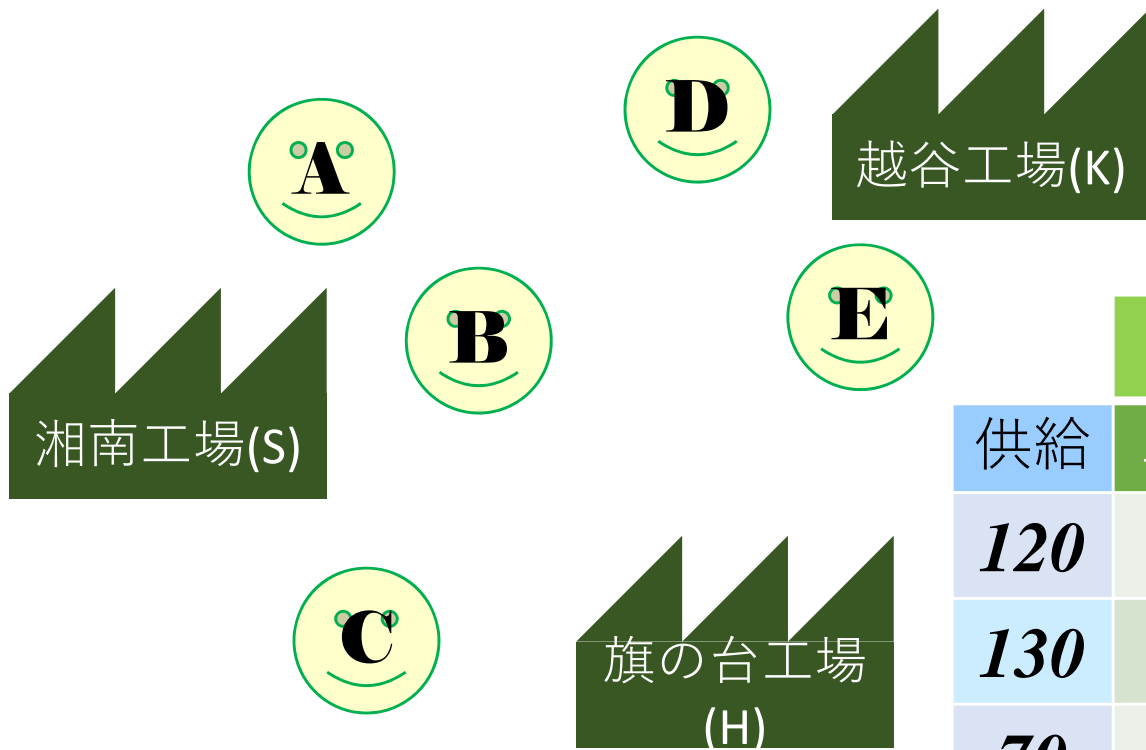
【演習】 LPに定式化して Excel Solver で求解せよ

3. 輸送問題の定式化と求解

• 例題：輸送問題

文教重工には3工場（湘南・越谷・旗の台）あり，製品を供給できる顧客は5人いて，需要（製品を欲しい量）がある

3工場から5人の顧客それぞれへの単位あたり輸送コストは表の通り輸送コストが最小となる配送計画をたてよ



- ✓ 工場の供給量
- ✓ 顧客の需要量
- ✓ 工場から顧客へ製品を1単位配送するのにかかる輸送コスト表

		需要	50	80	60	70	40
供給	工場\顧客	A	B	C	D	E	
120	湘南(S)	3	2	4	5	8	
130	越谷(K)	5	6	5	3	2	
70	旗の台(H)	7	3	1	2	3	

【演習】

LPに定式化して Excel Solver で求解せよ

4. 割当問題の定式化と求解

• 例題：割当問題

上司が10人の部下に仕事をまかせようとしている

仕事は全部で15種類ある (A,B,C,...,O)

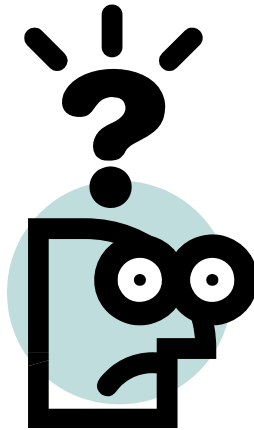
10人の部下の内、4人は新人で6人はベテランである

各々の仕事をどの部下がやるかにより、上司は事前に5段階評価している (1,...,5)

ベテランは同時に2つまで仕事をまかせられる

新人は同時に1つまでしか仕事をまかせられず、どの仕事の最大評価も3 (1,...,3)

評価値総和が最大になるように、各部下に仕事を割り振りたい



【演習】

LPに定式化して Excel Solver で求解せよ

【補足】

- 単模行列(unimodular matrix)

- def) 整数正方行列 $A \in R^{n \times n}$ が単模行列 $\Leftrightarrow \det A = 1$ or -1

- th) 単模行列の逆行列も，整数行列で単模行列

- 完全単模行列(totally unimodular matrix)

- def) 整数行列 $A \in R^{m \times n}$ が完全単模行列

- \Leftrightarrow 任意の小行列式の値が 0 or 1 or -1

- th) 完全単模行列の各要素は 0 or 1 or -1

- ex) 有向グラフの接続行列は完全単模

- ex) 無向グラフの接続行列が完全単模となる必要十分条件はグラフが2部であること (cf. 3点奇数サイクルのグラフは $\det A = \pm 2$)

- th) LP(P)が最適解をもち，係数行列 A が完全単模とする． b が整数ベクトルなら，(P)は整数最適解 $x \in Z^n$ をもつ

$$\begin{array}{ll} (P) & \max. c^t x \\ & s.t. \quad Ax = b \\ & \quad \quad x \geq 0 \end{array}$$

(proof) (P)の基底 B に対する基底解は $(B^{-1}b, 0)$
 A が完全単模なので， B は単模行列
よって， B^{-1} は整数行列． 故に $B^{-1}b$ は整数ベクトル ■

5. クラス編成問題の定式化と求解

• 例題：クラス編成問題

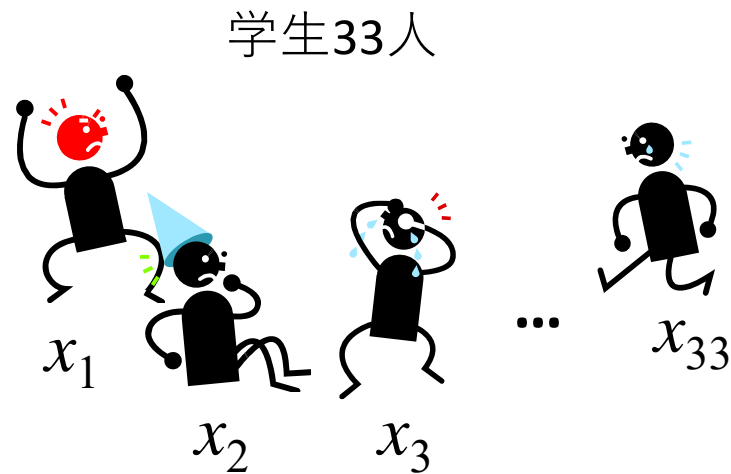
33人の学生を6つのクラスに配属させたい

各学生は丁度1つのクラスに所属させ、配属しないという選択はないとする

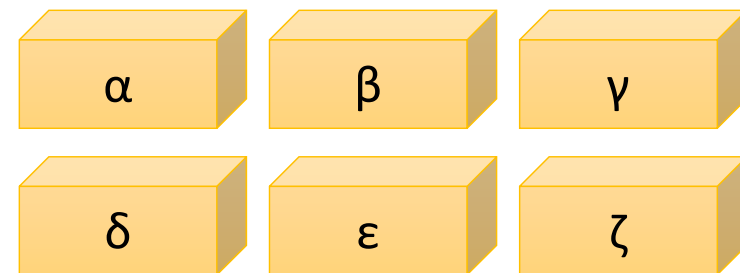
各学生は6つのクラスへの希望を持っている（第1志望～第3志望）のみ

クラスには定員があり、全て6人である（容量6人×6クラス=36人で充分）

全学生の満足度総和が最大になるように学生をクラスへ配属させなさい



6クラス（各定員6人）



【演習】

LPに定式化して Excel Solver で求解せよ

6. 適当な問題を生成して解かせてみる

- 例題：乱数によりLPの問題を生成

- Excelによる乱数の生成方法

1. 関数を使う RAND() [0,1)の一樣乱数
2. 関数を使う RANDBETWEEN(a,b) [a,b]の整数一樣乱数
3. 「データ分析」ツールの「乱数発生」を利用
各種分布に従った乱数を生成できる

【演習】 乱数で適当なLPを生成し Excel Solver で求解せよ

参考文献

1. *A. Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley and Sons, 1986.*
2. *L.A. Wolsey: Integer Programming, John Wiley and Sons, 1998.*
3. *M. Conforti, G. Cornuejols and G.Zambelli: Integer Programming, Springer, 2014.*
4. 久保幹雄, J.P.ペドロソ, 村松正和, A.レイス：あたらしい数理最適化, 近代科学社, 2012.
5. 久保幹雄, 小林和博, 齊藤努, 並木誠, 橋本英樹：Python言語によるビジネスアナリティクス, 近代科学社, 2016.
6. 藤澤克樹, 後藤順哉, 安井雄一郎：Excelで学ぶOR, オーム社, 2011.
7. 堀田敬介：えくせるであそぶ, 創成社, 2005.