

問題解決技法入門

6. スケジューリング

2. スポーツ・スケジューリング

堀田 敬介

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away, Break数

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に, HH, AA のように, HomeやAwayが2回連続する場合, ブレイクという

(※競技によっては Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる)

チーム\スロット	1	2	3	4	5
A	A	H	H	H	A
B	H	A	A	H	H
C	A	A	H	H	A
D	A	H	A	A	H
E	H	A	H	A	H
F	H	H	A	A	A

Home-Away table

【Home-Away table を作る際の注意点】

- 同じパターンのチームが2つあるのはダメ
(なぜか?)

team A: HAHAH

team B: HAHAH



- 各スロットでHとAの数が異なってはダメ
(なぜか?)

H
A
A
H
H
H



- ブレイク数最小化
- ブレイク数の偏り最小化

(※ Home-Away table 1・2を満たしても, スケジュールが組めるとは限らない)
(※与えられたHome-Away tableでスケジュールができるかどうかの判定はNP困難)

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: 総移動回数

- チームの移動回数とは、試合場を移動する回数のこと
 - HH → 移動0回, HA → 移動1回, AH → 移動1回, AA → 移動1回(?)
- 全チームの移動回数の合計が総移動回数

チーム\スロット	1	2	3	4	5	移動回数	ブレイク数
A	A	H	H	H	A	2	
B	H	A	A	H	H		
C	A	A	H	H	A		
D	A	H	A	A			
E							
F							

- 総移動回数最小化
 - 総移動回数最小化 = 等価 = ブレイク数最大化
 - ブレイク数を小さくしようとすると、総移動回数が増え、逆もなりたつ(トレードオフ)

SPORTS SCHEDULING

(※coe値の定義は、強豪チームに限ったものではないことに注意)

(※最終日の次の日は初日と定義することに注意)

考慮したい条件: coe (carry-over effect)

- 強豪チーム(A)と対戦し疲弊したチーム(B)と次に戦うチームは有利だろう
- d 日目 [team i v.s. team k], $d+1$ 日目 [team j v.s. team k] のとき, 「team i が team j に carry-over effect を与える」と定義

チーム\スロット	1	2	3
A(強豪)	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

1日目 [A v.s. B]

2日目 [D v.s. B] (強豪Aと対戦後でBは疲弊中)

→ A が D に coe を与えた ($c_{AD}=1$)

2日目 [A v.s. C]

3日目 [B v.s. C] (強豪Aと対戦後でCは疲弊中)

→ A が B に coe を与えた ($c_{AB}=1$)

3日目 [A v.s. D]

1日目 [C v.s. D] (強豪Aと対戦後でDは疲弊中)

→ A が C に coe を与えた ($c_{AC}=1$)

- coe行列

$$(c_{ij}) = \begin{matrix} & A & B & C & D \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1日目 [B v.s. A] 2日目 [C v.s. A] → B が C に coe を与えた ($c_{BC}=1$)

2日目 [B v.s. D] 3日目 [A v.s. D] → B が A に coe を与えた ($c_{BA}=1$)

3日目 [B v.s. C] 1日目 [D v.s. C] → B が D に coe を与えた ($c_{BD}=1$)

※チーム数 $2n$ とすると, coe値が最小となるのは,
非対角要素が全て1のとき, 即ち

- coe値 = $\sum_{ij} c_{ij}^2 \{ \geq 2n(2n-1) \}$ $\forall i, j (i \neq j), c_{ij} = 1$ のときで $2n(2n-1)$ balanced schedule

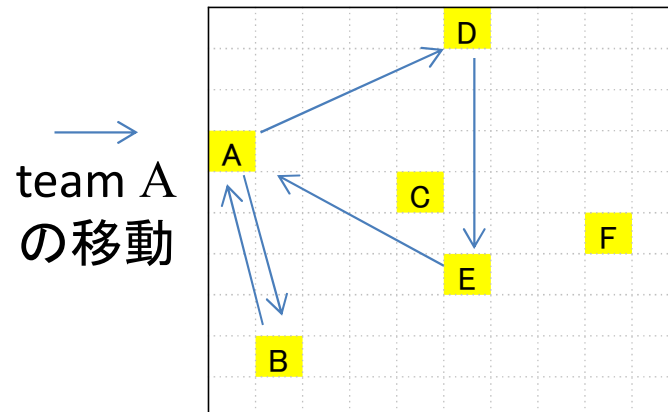
SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: 総移動距離 (巡回トーナメント問題)

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

チーム\スロット	1	2	3	4	5	移動ルート 距離の和	距離 計
A	D	E	C	B	F	$AD + DE + EA + AB + BA$ $= 6 + 6 + 6 + 5 + 5$	28
B							
C							
D							
E							
F							

	B	C	D	E	F
A	5	4	6	6	8
B		5	9	4	7
C			4	2	4
D				6	6
E					3



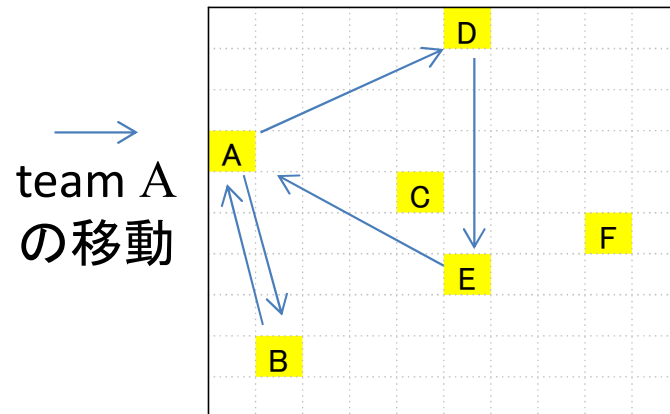
2チーム間の
距離

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: 総移動距離 (巡回トーナメント問題)

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

チーム\スロット	1	2	3	4	5	移動ルート 距離の和	距離 計
A	D	E	C	B	F	$AD + DE + EA + AB + BA = 5 \times 5$	25
B							
C							
D							
E							
F							



2チーム間の単純2点間距離は簡単のため、
全て5とする

よって、

総移動距離 = 矢印の数 $\times$ 5

左のAの移動なら

$5本 \times 5 = 25$

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件:その他

- TV放映権
- 会場(Home/本拠地)の都合
- 次の試合日は連続する日か? それとも何日か後か?
- 優勝争いは最終日までもつれて欲しい
- 様々な条件における, チーム間の公平性
- etc.

SPORTS SCHEDULING

(1重)総当たりリーグ戦の最適化モデル例

- Optimization for a single round robin tournament problem
 - $T=\{1,2,\dots,n\}$: team集合, $S=\{1,2,\dots,n-1\}$: slot集合
 - $x_{i_1 i_2 s} = \begin{cases} 1 & \dots \text{チーム}i_1(\text{Home})\text{とチーム}i_2(\text{Away})\text{がスロット}s\text{で対戦する} \\ 0 & \dots \text{それ以外} \end{cases}$

minimize

subject to $\sum_{i_1 \in T/\{i_2\}} (x_{i_1 i_2 s} + x_{i_2 i_1 s}) = 1 \quad \text{for } \forall i_2 \in T, \forall s \in S,$

$$\sum_{s \in S} (x_{i_1 i_2 s} + x_{i_2 i_1 s}) = 1 \quad \text{for } \forall i_1, i_2 \in T \text{ with } i_1 \neq i_2,$$

$$x_{i_1 i_2 s} \in \{0,1\} \quad \text{for } \forall i_1, i_2 \in T, \forall s \in S$$

H/Aどちらかで

どのteam(i_2)も, 各slot(s)で,
H/Aどちらかで, どこか他の
1team(i_1)と1回戦う

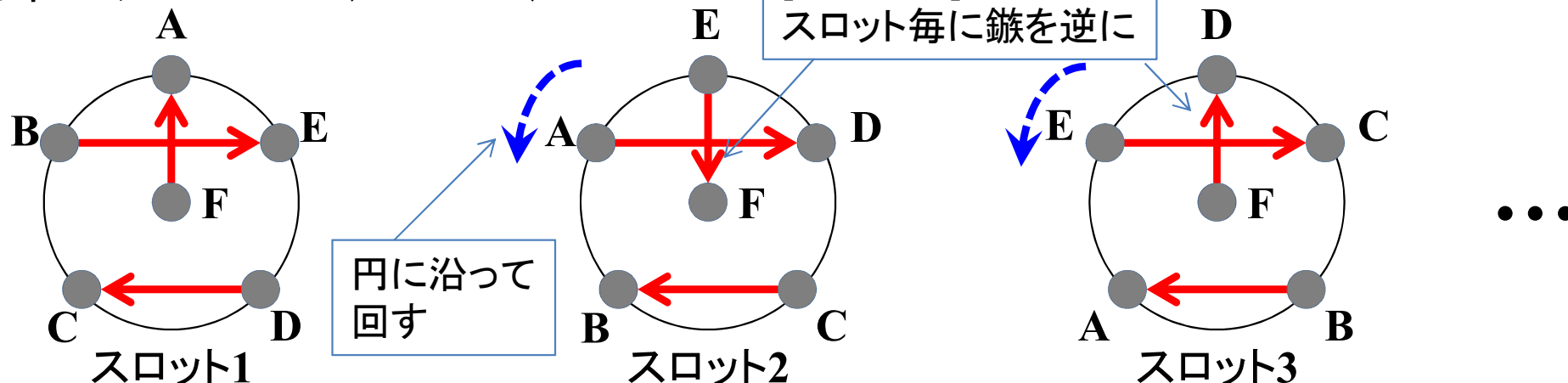
どの2team(i_1, i_2)も, 全slot(S)
のどこかで, H/Aどちらかで,
丁度1回戦う

SPORTS SCHEDULING

- ✓ チーム数は偶数限定でよい
(なぜか？奇数の時はどうする？)

簡便な(1重)総当たりリーグ戦の作り方

- 基準スケジュール(Kirkman)



チーム\スロット	1	2	3	4	5	B
A	F	D	B	E	C	0
B	E	C	A	D	F	1
C	D	B	E	F	A	1
D	C	A	F	B	E	1
E	B	F	C	A	D	1
F	A	E	D	C	B	0

※表は、背景色付きがAway = その行のチームがAwayで戦う
例えば、team A の slot2 は [A(Away) vs. D(Home)]

【基準スケジュールの作り方】

- ✓ スロット1で、1チームを中心に、残りを円周上に配置
- ✓ 中心と上を結び、残りは全て上から順に横線を引く
- ✓ 横線の鋸は上から順に交互にする(全スロット共通)
- ✓ 矢線で結ばれたチームどうしが戦う(鋸側がHome)
- ✓ スロット2は、図のように円周に沿って全teamを一つ移動させる(以降同じ、中心teamは動かさない)
- ✓ 縦線の鋸は、スロット毎に逆にする(なぜか？)

【基準スケジュールの妥当性と性質[H/A, break]】

- ✓ Fが全teamと丁度1回戦うのは自明、他teamは円周上に奇数team & 左に居る時と右に居る時は円周上team listの一つ飛ばし対戦、円最下段で左→右移行時のみ連続対戦より
- ✓ team FはA/Hが交互に、AはH/Aが交互になるのは自明
- ✓ それ以外のteamはH/A交互 & break1回(HH or AA)

参考文献

- R.V. Rasmussen, M.A. Trick, ``Round robin scheduling –a survey,`` European Journal of Operational Research 188 (2008) 617-636.
- R. Bao, ``Time relaxed round robin tournament and the NBA scheduling problem,`` Cleveland State University, Ph.D Thesis (2009).
- 松井知己,「スポーツスケジューリング ～トーナメント表作成問題における組合せ論」
- 宮代隆平, 松井知己,「スポーツスケジューリング ～未解決問題を中心に」オペレーションズ・リサーチ Vol.50, no.2 (2005) 119-124.
- 早野大介,「スポーツの試合日程が勝敗に及ぼす影響についての一考察 ～NBAを例として」文教大学 情報学部 卒業論文 (2013).