

# 問題解決技法入門

## 6. Scheduling Sports Scheduling

堀田 敬介

# 演習

|          |      |   |   |   |   |   |
|----------|------|---|---|---|---|---|
| 日付(曜日)時限 | 学籍番号 |   |   |   | 氏 | 名 |
| 月 日( ) 限 | B    | R | 1 | 1 |   |   |

問) 6チーム( A, B, C, D, E, F )の総当たり対戦スケジュールをつくれ

| スロット<br>チーム＼ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Home | Away | Break | 移動ルート<br>距離の和 | 距離<br>計 |
|--------------|---|---|---|---|---|------|------|-------|---------------|---------|
| A            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| B            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| C            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| D            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| E            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| F            |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |
| 総計           |   |   |   |   |   |      |      |       |               |         |

※Home-Awayの決定は, Awayを○で囲む

# SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away数

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

(※競技によっては Home v.s. Home や  
Away v.s. Away もありうる)

| チーム\スロット | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Home | Away |
|----------|---|---|---|---|---|------|------|
| A        | D |   |   |   |   |      |      |
| B        | F |   |   |   |   |      |      |
| C        | E |   |   |   |   |      |      |
| D        | A |   |   |   |   |      |      |
| E        | C |   |   |   |   |      |      |
| F        | B |   |   |   |   |      |      |

# SPORTS SCHEDULING

## 考慮したい条件: Home-Away, Break数

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に, HH, AA のように, HomeやAwayが2回連続する場合, ブレイクという

(※競技によっては Home v.s. Home や  
Away v.s. Away もありうる)

| チーム\スロット | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|
| A        | A | H | H | H | A |
| B        | H | A | A | H | H |
| C        | A | A | H | H | A |
| D        | A | H | A | A | H |
| E        | H | A | H | A | H |
| F        | H | H | A | A | A |

Home-Away table

### 【Home-Away table を作る際の注意点】

- 同じパターンのチームが2つあるのはダメ  
(なぜか?)

team A: HAHAH

team B: HAHAH



- 各スロットでHとAの数が異なってはダメ  
(なぜか?)

H  
A  
A  
H  
H  
H



- ブレイク数最小化
- ブレイク数の偏り最小化

(※ Home-Away table 1・2を満たしても, スケジュールが組めるとは限らない)  
(※与えられたHome-Away tableでスケジュールができるかどうかの判定はNP困難)

# SPORTS SCHEDULING

(※coe値の定義は、強豪チームに限ったものではないことに注意)

(※最終日の次の日は初日と定義することに注意)

## 考慮したい条件: coe (carry-over effect)

- 強豪チーム(A)と対戦し疲弊したチーム(B)と次に戦うチームは有利だろう
- $d$ 日目 [team  $i$  v.s. team  $k$ ],  $d+1$ 日目 [team  $j$  v.s. team  $k$ ] のとき, 「team  $i$  が team  $j$  に carry-over effect を与える」と定義

| チーム\スロット | 1 | 2 | 3 |
|----------|---|---|---|
| A(強豪)    | B | C | D |
| B        | A | D | C |
| C        | D | A | B |
| D        | C | B | A |

1日目 [A v.s. B]

2日目 [D v.s. B] (強豪Aと対戦後でBは疲弊中)

→ A が D に coe を与えた ( $c_{AD}=1$ )

2日目 [A v.s. C]

3日目 [B v.s. C] (強豪Aと対戦後でCは疲弊中)

→ A が B に coe を与えた ( $c_{AB}=1$ )

3日目 [A v.s. D]

1日目 [C v.s. D] (強豪Aと対戦後でDは疲弊中)

→ A が C に coe を与えた ( $c_{AC}=1$ )

- coe行列

$$(c_{ij}) = \begin{matrix} & A & B & C & D \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1日目 [B v.s. A] 2日目 [C v.s. A] → B が C に coe を与えた ( $c_{BC}=1$ )

2日目 [B v.s. D] 3日目 [A v.s. D] → B が A に coe を与えた ( $c_{BA}=1$ )

3日目 [B v.s. C] 1日目 [D v.s. C] → B が D に coe を与えた ( $c_{BD}=1$ )

※チーム数  $2n$  とすると, coe値が最小となるのは,  
非対角要素が全て1のとき, 即ち

- coe値 =  $\sum_{ij} c_{ij}^2 \{ \geq 2n(2n-1) \}$   $\forall i, j (i \neq j), c_{ij} = 1$  のときで  $2n(2n-1)$  balanced schedule

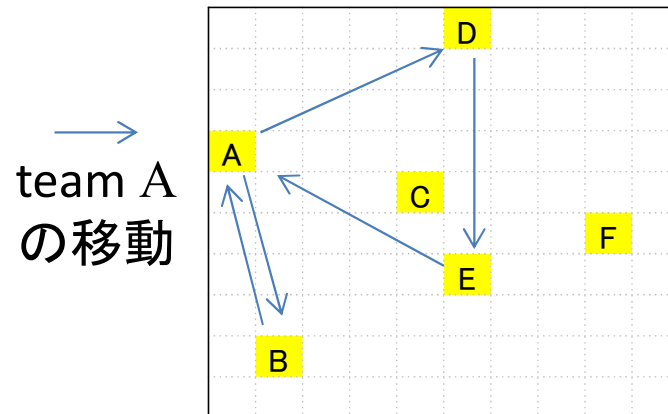
# SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: 総移動距離 (巡回トーナメント問題)

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

| チーム\スロット | 1        | 2        | 3 | 4        | 5 | 移動ルート<br>距離の和                                     | 距離<br>計 |
|----------|----------|----------|---|----------|---|---------------------------------------------------|---------|
| A        | <b>D</b> | <b>E</b> | C | <b>B</b> | F | $AD + DE + EA + AB + BA$<br>$= 6 + 6 + 6 + 5 + 5$ | 28      |
| B        |          |          |   |          |   |                                                   |         |
| C        |          |          |   |          |   |                                                   |         |
| D        |          |          |   |          |   |                                                   |         |
| E        |          |          |   |          |   |                                                   |         |
| F        |          |          |   |          |   |                                                   |         |

|   | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 5 | 4 | 6 | 6 | 8 |
| B |   | 5 | 9 | 4 | 7 |
| C |   |   | 4 | 2 | 4 |
| D |   |   |   | 6 | 6 |
| E |   |   |   |   | 3 |



2チーム間の  
距離

# SPORTS SCHEDULING

## 考慮したい条件:その他

- TV放映権
- 会場(Home/本拠地)の都合
- 次の試合日は連続する日か? それとも何日か後か?
- 優勝争いは最終日までもつれて欲しい
- 様々な条件における, チーム間の公平性
- etc.

# SPORTS SCHEDULING

| team/slot | 1        | 2        | 3 | 4 | 5 |
|-----------|----------|----------|---|---|---|
| <b>A</b>  | <b>B</b> | <b>C</b> |   |   |   |
| <b>B</b>  | <b>A</b> | <b>E</b> |   |   |   |
| <b>C</b>  | <b>D</b> | <b>A</b> |   |   |   |
| <b>D</b>  | <b>C</b> | <b>F</b> |   |   |   |
| <b>E</b>  | <b>F</b> | <b>B</b> |   |   |   |
| <b>F</b>  | <b>E</b> | <b>D</b> |   |   |   |

## ➤ Sports Scheduling problemの最適化

- 6チームの総当たり戦スケジュールをつくる
- 全試合 Home vs Away で戦う
- Break数最小化をしたい

## ➤ 最適化問題の定式化(Σ表記)

- 0-1変数  $x_{ijs} = 1$  ... slot  $s$  で  $i$  vs  $j$  ( $i$  が Home) /  $x_{ijs} = 0$  ... しない
- 0-1変数  $y_{is} = 1$  ... team  $i$  が slot  $s \rightarrow s+1$  で Break /  $y_{is} = 0$  ... Breakではない

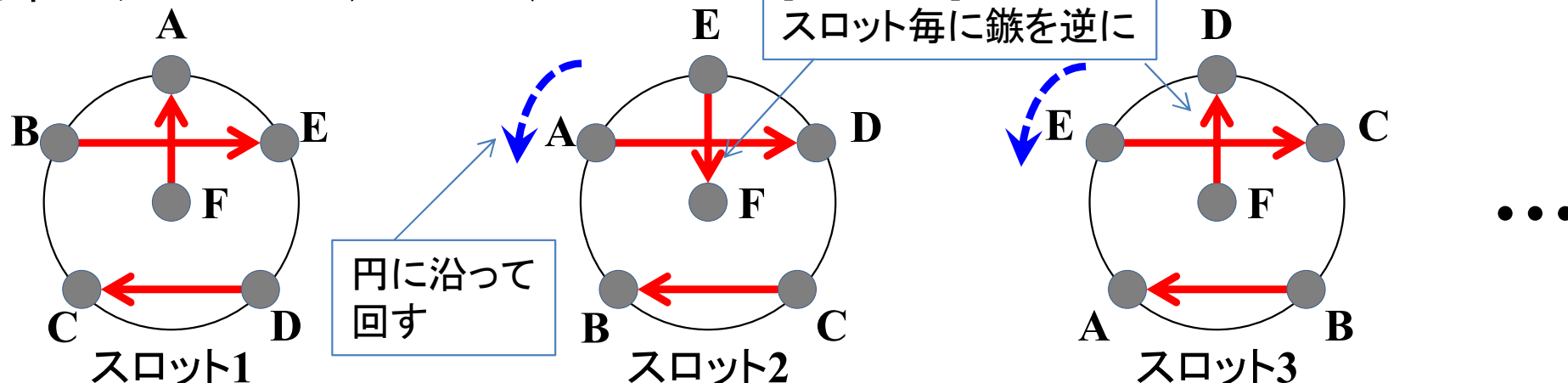
$$\begin{aligned}
 \min. \quad & \sum_{s \in S} \sum_{i \in T} y_{is} \quad s.t. \quad x_{ijs} + x_{ijs+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \quad \leftarrow \text{team } i \text{ が slot間 } s \rightarrow s+1 \text{ で} \\
 & \quad \quad \quad x_{jis} + x_{jis+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \quad \leftarrow \text{HomeのBreakがあるか?} \\
 & \quad \quad \quad \sum_{i \in T / \{j\}} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall j \in T, \forall s \in S) \quad \leftarrow \text{AwayのBreakがあるか?} \\
 & \quad \quad \quad \sum_{s \in S} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall i, j \in T (i \neq j)) \\
 & \quad \quad \quad x_{ijs} \in \{0,1\} (\forall i, j \in T, \forall s \in S) \\
 & \quad \quad \quad y_{is} \in \{0,1\} (\forall i \in T, \forall s \in S)
 \end{aligned}$$

# SPORTS SCHEDULING

- ✓ チーム数は偶数限定でよい  
(なぜか？奇数の時はどうする？)

## 簡便な(1重)総当たりリーグ戦の作り方

- 基準スケジュール(Kirkman)



| チーム\スロット | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | B |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| A        | F | D | B | E | C | 0 |
| B        | E | C | A | D | F | 1 |
| C        | D | B | E | F | A | 1 |
| D        | C | A | F | B | E | 1 |
| E        | B | F | C | A | D | 1 |
| F        | A | E | D | C | B | 0 |

※表は、背景色付きがAway = その行のチームがAwayで戦う  
例えば、team A の slot2 は [A(Away) vs. D(Home)]

### 【基準スケジュールの作り方】

- ✓ スロット1で、1チームを中心に、残りを円周上に配置
- ✓ 中心と上を結び、残りは全て上から順に横線を引く
- ✓ 横線の鋸は上から順に交互にする(全スロット共通)
- ✓ 矢線で結ばれたチームどうしが戦う(鋸側がHome)
- ✓ スロット2は、図のように円周に沿って全teamを一つ移動させる(以降同じ、中心teamは動かさない)
- ✓ 縦線の鋸は、スロット毎に逆にする(なぜか？)

### 【基準スケジュールの妥当性と性質[H/A, break]】

- ✓ Fが全teamと丁度1回戦うのは自明、他teamは円周上に奇数team & 左に居る時と右に居る時は円周上team listの一つ飛ばし対戦、円最下段で左→右移行時のみ連続対戦より
- ✓ team FはA/Hが交互に、AはH/Aが交互になるのは自明
- ✓ それ以外のteamはH/A交互 & break1回(HH or AA)

# 参考文献

- R.V. Rasmussen, M.A. Trick, ``Round robin scheduling –a survey,`` European Journal of Operational Research 188 (2008) 617-636.
- R. Bao, ``Time relaxed round robin tournament and the NBA scheduling problem,`` Cleveland State University, Ph.D Thesis (2009).
- 松井知己,「スポーツスケジューリング ～トーナメント表作成問題における組合せ論」
- 宮代隆平, 松井知己,「スポーツスケジューリング ～未解決問題を中心に」オペレーションズ・リサーチ Vol.50, no.2 (2005) 119-124.
- 早野大介,「スポーツの試合日程が勝敗に及ぼす影響についての一考察 ～NBAを例として」文教大学 情報学部 卒業論文 (2013).