

意思決定科学

堀田 敬介

2022.9.19, Mon. ~

目次

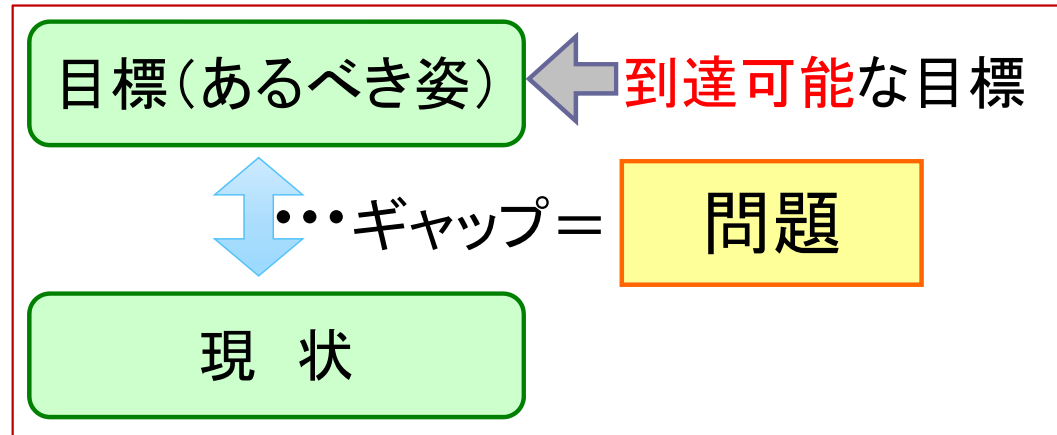
1.意思決定とは？

2.意思決定基準

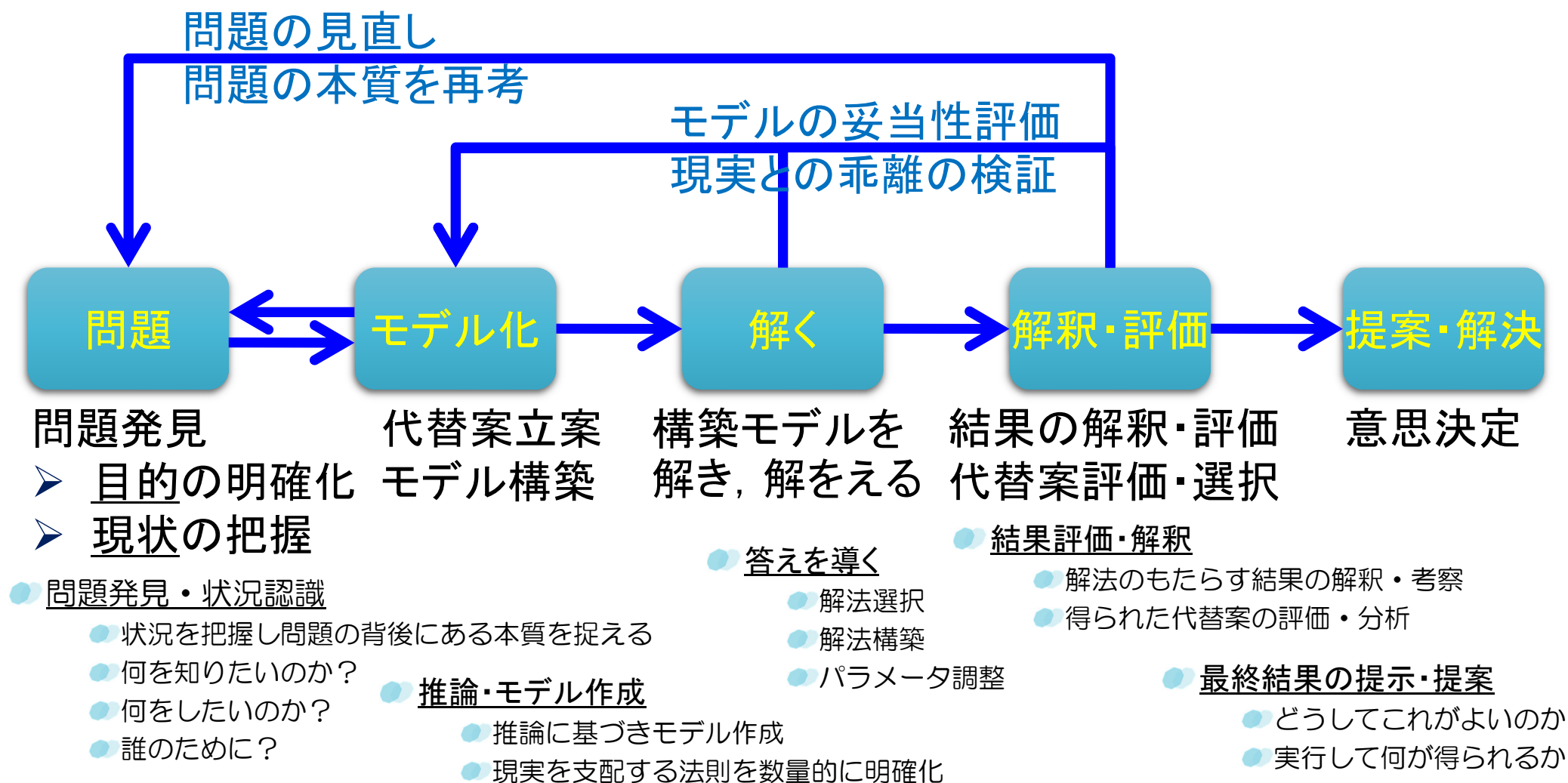
3.意思決定者毎に最適は違う

1. 意思決定とは？

- ・「問題の把握」から
「意思決定」までの流れ

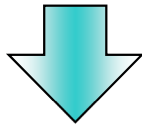


問題の定義



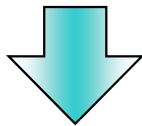
1. 意思決定とは？

- ・複数の代替案がある時，どの選択をするかにより結果が異なる



客観的な指標が欲しい

- 選んだ代替案を他の代替案と比べた時，自分の意思決定がどの程度妥当だったのかの判断指標
- 意思決定者・グループが各代替案に対して
 - （なるべく）同じように評価・比較できる
 - （ある程度）説得力がある，etc.



数理的な尺度で計測したらどうだろう

1. 意思決定とは？

意思決定支援手法

- ゲーム理論(Game Theory)
- 線形計画法(Linear Programming) ・ 多目的線形計画法(MLP)
- 包絡分析法(Data Envelopment Analysis)
- 階層分析法(Analytic Hierarchy Process) ・ 階層ネットワーク法(ANP)
- シミュレーション(simulation)
- 最適化(Optimization), 整数計画 ・ 非線形計画 ・ 組合せ最適化etc.
- 確率計画法(Stochastic Programming)
- 機械学習(Machine Learning) ・ 深層学習 (Deep Learning)
- etc. ...

● どの手法を用いればよいのか？

- 各手法には長所・短所, 適用可否, 向き不向き
- 問題・状況を把握し適切な方法/組合せを利用
 - 何を知りたいのか？ 何がわかればよいのか？

大事なものは…

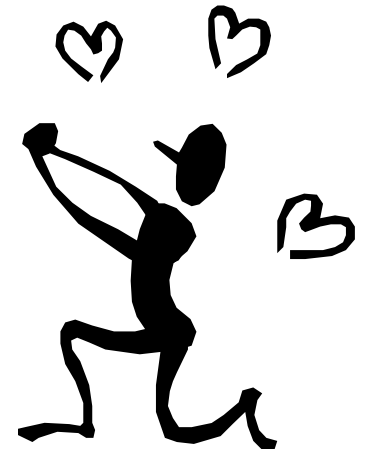
問題の把握
と
適切な解決

2. 意思決定基準



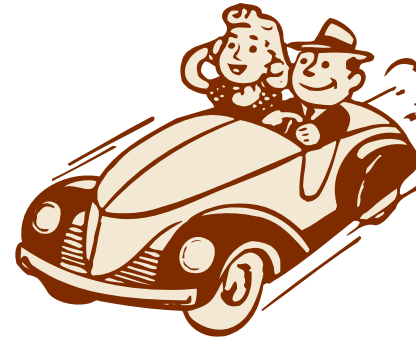
文教太郎君のデート計画

太郎君は花子さんと週末デートを計画している



◆遊園地

◆ドライブ



◆映画鑑賞



◆マリンスポーツ

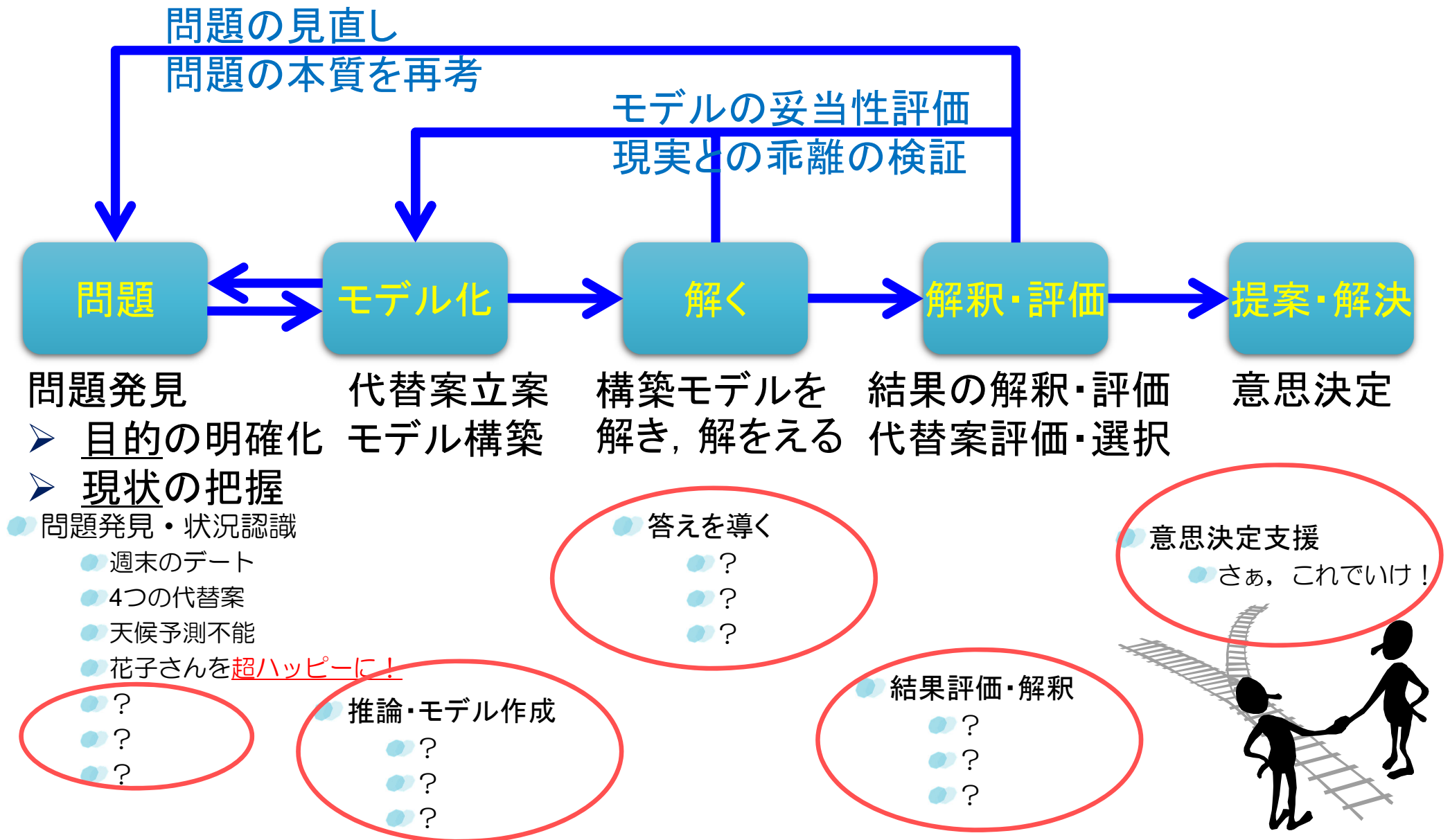


のいずれかをしたいと思っている。太郎君によると、花子さんは天気によってデートコースの評価（満足度）が変わるらしい。花子さんをとてもハッピーにしたい太郎君だが、週末の天気がどうなるかわからないので困っている。

太郎君の親友であるあなたは、どうアドバイスする？

2. 意思決定基準

・太郎君のデート計画どうしましょう？



2. 意思決定基準

● 太郎君のデート計画

● 各代替案と天候による花子の満足度（太郎の調査による）

代替案 \ 天候		晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

● もし、晴れたら $\Rightarrow x_1$ 案『遊園地へ』が一番よい

● もし、曇りなら $\Rightarrow x_2$ 案『ドライブ』が一番よい

● もし、雨ならば $\Rightarrow x_3$ 案『映画鑑賞』が一番よい

● もし、風ならば $\Rightarrow x_4$ 案『マリンスポーツ』が一番よい

どうしよう……。あなたならどうする？



2. 意思決定基準

● 各代替案に得点を与えて比較しよう

		状態数: $j = 1, 2, 3, 4$			
代替案数	$x_i \setminus j$	晴	曇	雨	風
	x_i				
1	x_1 遊園地	50	35	20	40
2	x_2 ドライブ	45	50	35	25
3	x_3 映画鑑賞	35	35	40	30
4	x_4 マリンスポーツ	45	20	5	70

花子さんの満足度を w_{ij} と表すことにしよう

$$\begin{cases} w_{11} = 50, w_{12} = 35, w_{13} = 20, w_{14} = 40 \\ w_{21} = 45, w_{22} = 50, w_{23} = 35, w_{24} = 25 \\ w_{31} = 35, w_{32} = 35, w_{33} = 40, w_{34} = 30 \\ w_{41} = 45, w_{42} = 20, w_{43} = 5, w_{44} = 70 \end{cases}$$

● 各代替案の得点は…

$$\begin{cases} S(x_1) = ? & \leftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2) = ? & \leftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3) = ? & \leftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4) = ? & \leftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$

つまり、
最も得点の高い代替案を
太郎君に推薦しよう！
ということ

2. 意思決定基準

ではどのように代替案に得点を付ける？

$$\begin{cases} S(x_1) = ? \longleftarrow x_1 = \text{遊園地} \text{ の得点 } S(x_1) \\ S(x_2) = ? \longleftarrow x_2 = \text{ドライブ} \text{ の得点 } S(x_2) \\ S(x_3) = ? \longleftarrow x_3 = \text{映画鑑賞} \text{ の得点 } S(x_3) \\ S(x_4) = ? \longleftarrow x_4 = \text{マリンスポーツ} \text{ の得点 } S(x_4) \end{cases}$$



代替案選択のための代表的な基準

● 平均値の基準	mean	$\cdots S_L$
● マキシミンの基準	maximin	$\cdots S_p$
● マキシマックスの基準	maximax	$\cdots S_q$
● フルビッツの基準	Hurwitz	$\cdots S_H$
● ミニマックス・リグレット基準	minimax regret	$\cdots S_r$

2. 意思決定基準

• 平均値の基準

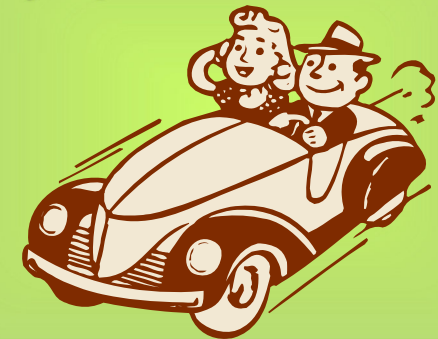
- 状態の生起確率を等確率とした期待値(= 算術平均)
- S_L が最大となる代替案を選択

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

$$\begin{cases} S_L(x_1) = (50 + 35 + 20 + 40) / 4 = 36.25 \\ S_L(x_2) = (45 + 50 + 35 + 25) / 4 = 38.75 \\ S_L(x_3) = (35 + 35 + 40 + 30) / 4 = 35.0 \\ S_L(x_4) = (45 + 20 + 5 + 70) / 4 = 35.0 \end{cases}$$

ドライブへ行こう！



$$\max_i S_L(x_i) \text{ ただし, } S_L(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_{ij}$$

2. 意思決定基準

• 様々な算術平均のとり方

- 通常の（全データを使う）算術平均
 - 遊園地の場合： $(50+35+20+40)/4$
- 最大と最小のみを使う算術平均
 - 遊園地の場合： $(50+20)/2$
- 最大と最小を除外した算術平均
 - 遊園地の場合： $(35+20)/2$
- etc.

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

2. 意思決定基準

・マキシミンの基準

- ・最悪の状態を考え、そのうち最もよい案を選択 (悲観論者の基準)
- ・ S_p が最大となる代替案を選択

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

$$\begin{cases} S_p(x_1) = \min\{50, 35, 20, 40\} = 20 \\ S_p(x_2) = \min\{45, 50, 35, 25\} = 25 \\ S_p(x_3) = \min\{35, 35, 40, 30\} = 30 \\ S_p(x_4) = \min\{45, 20, 5, 70\} = 5 \end{cases}$$



★ $\max_i S_p(x_i)$ ただし, $S_p(x_i) = \min_j w_{ij}$

2. 意思決定基準

・マキシマックスの基準

- ・最良の状態を考え、そのうち最もよい案を選択(楽観論者の基準)
- ・ S_q が最大になる案を選択

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

$$\begin{cases} S_q(x_1) = \max \{50, 35, 20, 40\} = 50 \\ S_q(x_2) = \max \{45, 50, 35, 25\} = 50 \\ S_q(x_3) = \max \{35, 35, 40, 30\} = 40 \\ S_q(x_4) = \max \{45, 20, 5, 70\} = 70 \end{cases}$$



★ $\max_i S_q(x_i)$ ただし, $S_q(x_i) = \max_j w_{ij}$

2. 意思決定基準

・フルビッツの基準

- ・悲観と楽観のバランスを取る
- ・悲観・楽観度 α がその程度を表す
 - ・ $\alpha=1$: マキシマックスの基準と同じ
 - ・ $\alpha=0$: マキシミンの基準と同じ
- ・ S_H が最大になる案を選択

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

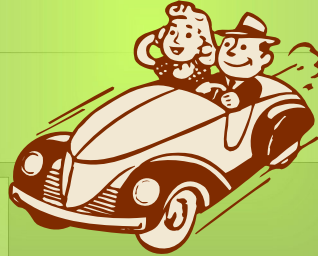
$$\begin{cases} S_H(x_1) = 50\alpha + 20(1-\alpha) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 45\alpha + 25(1-\alpha) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 40\alpha + 30(1-\alpha) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 70\alpha + 5(1-\alpha) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$



$\max_i S_H(x_i)$ ただし,

$$S_H(x_i) = \alpha \max_j w_{ij} + (1-\alpha) \min_j w_{ij} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

ドライブへ
行こう！



$$\begin{cases} S_H(x_1) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

満足度

70

60

50

40

30

20

10

0

- ◆ 遊園地
- 映画鑑賞
- ▲ マリンスポーツ
- ドライブ

映画鑑賞

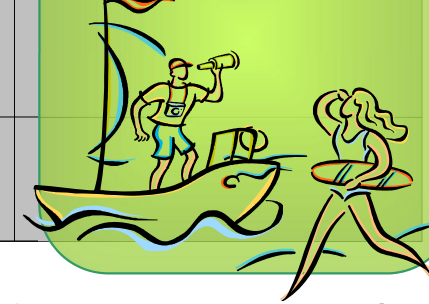
ドライブ

マリン
スポーツ

マキシマム基準

マキシム基準

マリンス
ポーツだ！



α

0

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$

1

映画鑑賞
をしよう！



$$\left(0 \leq \alpha \leq \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3} \leq \alpha \leq \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1\right)$$

2. 意思決定基準

・ミニマックス・リグレット基準

- ・ 状態が予め分かっていたら 選択したであろう 最良案 と、実際に 選択した案 との 差 (後悔の念 (リグレット), 機会損失) を考え、代替案毎にそれが最大になるものを各々求め、それを最小にする

(なるべく後悔したくない悲観論者の基準)

- ・ 最大機会損失 S_r が最小になる案を選択

$x_i \setminus j$		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}



$\min_i S_r(x_i)$ ただし,

$$S_r(x_i) = \max_j \{ \max_i w_{ij} - w_{ij} \}$$

2. 意思決定基準

ミニマックス・リグレット基準

満足度表

代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1 遊園地へ	50	35	20	40
x_2 ドライブ	45	50	35	25
x_3 映画鑑賞	35	35	40	30
x_4 マリンスポーツ	45	20	5	70

満足度表からリグレット表を作る

最大機会損失 W_s を最小に

$$\begin{cases} S_r(x_1) = \max\{0, 15, 20, 30\} = 30 \\ S_r(x_2) = \max\{5, 0, 5, 45\} = 45 \\ S_r(x_3) = \max\{15, 15, 0, 40\} = 40 \\ S_r(x_4) = \max\{5, 30, 35, 0\} = 35 \end{cases}$$

リグレット（機会損失）表

代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1 遊園地へ	0	15	20	30
x_2 ドライブ	5	0	5	45
x_3 映画鑑賞	15	15	0	40
x_4 マリンスポーツ	5	30	35	0

遊園地へ
行こう！



2. 意思決定基準

5つの意志決定基準

4基準のまとめ

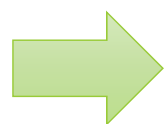
代替案\天候		晴	曇	雨	風	min	ave	max	
x_1	遊園地へ	50	35	20	40	20	36.3	50	$50\alpha + 20(1-\alpha)$
x_2	ドライブ	45	50	35	25	25	38.8	50	$50\alpha + 25(1-\alpha)$
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30	30	35.0	40	$40\alpha + 30(1-\alpha)$
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70	5	35.0	70	$70\alpha + 5(1-\alpha)$
					max	30	38.8	70	α による

↑
maximin
最小値最大

↑
mean
平均値最大

↑
maximax
最大値最大

↑
Hurwitz
最大・最小案分値最大

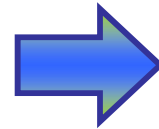


他にも、妥当と思われる基準を考えてみよう

2. 意思決定基準

◆平均値の基準

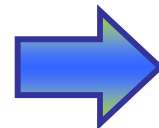
➤ 平均（等確率の期待値）



x_2 案：ドライブ

◆マキシミン基準

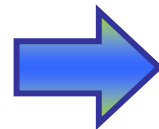
➤ 悲観論者のための指標



x_3 案：映画鑑賞

◆マキシマックス基準

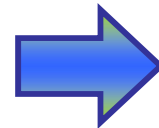
➤ 楽観論者のための指標



x_4 案：Mスポーツ

◆フルビッツ基準

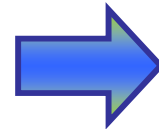
➤ 悲観と楽観の中庸指標



$\begin{cases} x_2 \text{案} : \text{ドライブ} \\ x_3 \text{案} : \text{映画鑑賞} \\ x_4 \text{案} : \text{Mスポーツ} \end{cases}$

◆ミニマックス・リグレット基準

➤ 非常に後悔する人の指標



x_1 案：遊園地

2. 意思決定基準

● どの意思決定基準を採用すればいいのか？

意思決定者の視点

決定基準が立脚している視点
生起確率等,
悲観的,
楽観的,
悲観～楽観 程度毎,
最大機会損失最小

のうち意思決定者が適当と考える
視点に合致したものを選ぶ。

問題の性質

決定基準の持つ性質
を把握・検討し、現在
直面している問題の状
況に最も相応しいもの
を採択。



2. 意思決定基準

● 演習：

- 会社の中途採用の募集を掛けたところ、4人の応募があった。面接・試験等を行い、以下の能力が認められた。誰を採用すべきか？
- 意思決定基準の値をそれぞれ計算し、比較せよ
- あなたの考えた意思決定基準の値を計算せよ

	交渉力	事務処理	発想力	勤勉さ	粘り強さ
太郎	95	30	20	15	50
次郎	70	30	90	85	20
三郎	45	95	80	60	75
四郎	60	65	55	65	85

3. 意思決定者で最適が違う！

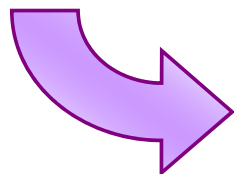
例▶ 宅配ピザの広告（チラシ） 配達

● 想定顧客の分類

- 宅配ピザが大好き → 黙っていても注文
 - 宅配ピザは大嫌い → 絶対注文しない
 - どちらでもない → 広告必要 → 配達頻度をどうする？
- } 適当に配達
(考察対象外)

問題 考えるべきは何か？

- ・ 頻繁な広告, ……嫌がられる.
- ・ 余り広告をしないと, ……忘れられてしまう.



目的

	最適広告間隔は？	
--	----------	--

3. 意思決定者で最適が違う！

- ・ 広告配達間隔の考察から倦怠度と疎遠度を導入

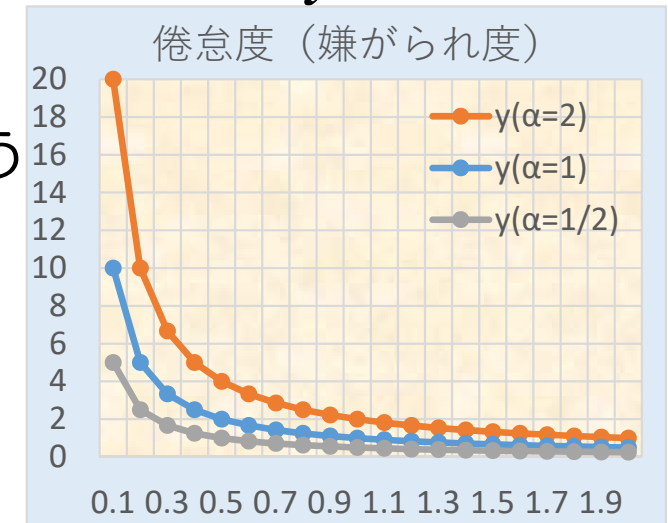
✓ 倦怠度 (嫌がられ度)

配達間隔 x が短い程嫌がられ (y が大), 長い程嫌がられない (y が小)

※ 毎日もらうより1週間ぶりのほうが新鮮

➡ 倦怠度 y は広告配達間隔 x に反比例するだろう

$$y = \frac{\alpha}{x} \quad [\alpha \text{ は人による反比例定数}]$$



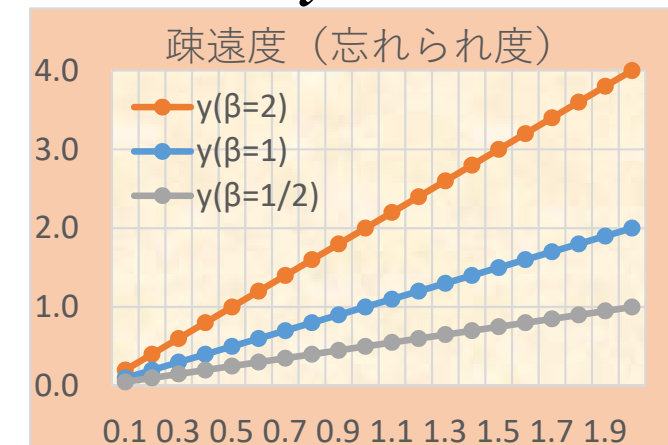
✓ 疎遠度 (忘れられ度)

配達間隔 x が短い程覚えて貰え (y が小), 長い程忘れられる (y が大)

※ 広告配達間隔が長いと親密感が育ちににくい

➡ 疎遠度 y は広告配達間隔 x に比例するだろう

$$y = \beta x \quad [\beta \text{ は人による比例定数}]$$



3. 意思決定者で最適が違う！

- 最適広告間隔を求める

✓ 倦怠度 $y = \alpha/x$ も 疎遠度 $y = \beta x$ も小さい方が良い

最小値は2式

倦怠度 $y = \alpha/x$

疎遠度 $y = \beta x$

の交点になる

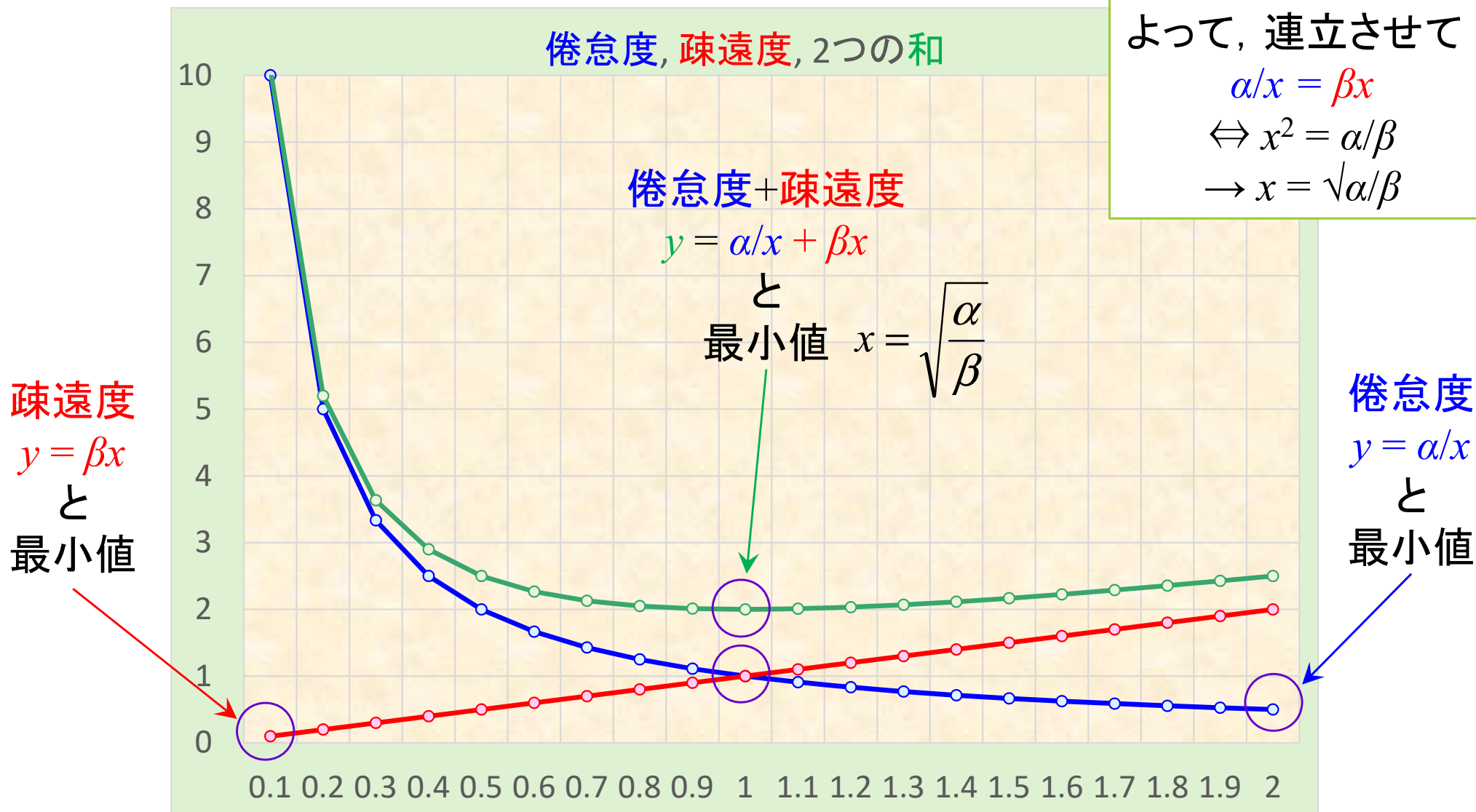


よって、連立させて

$$\alpha/x = \beta x$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \alpha/\beta$$

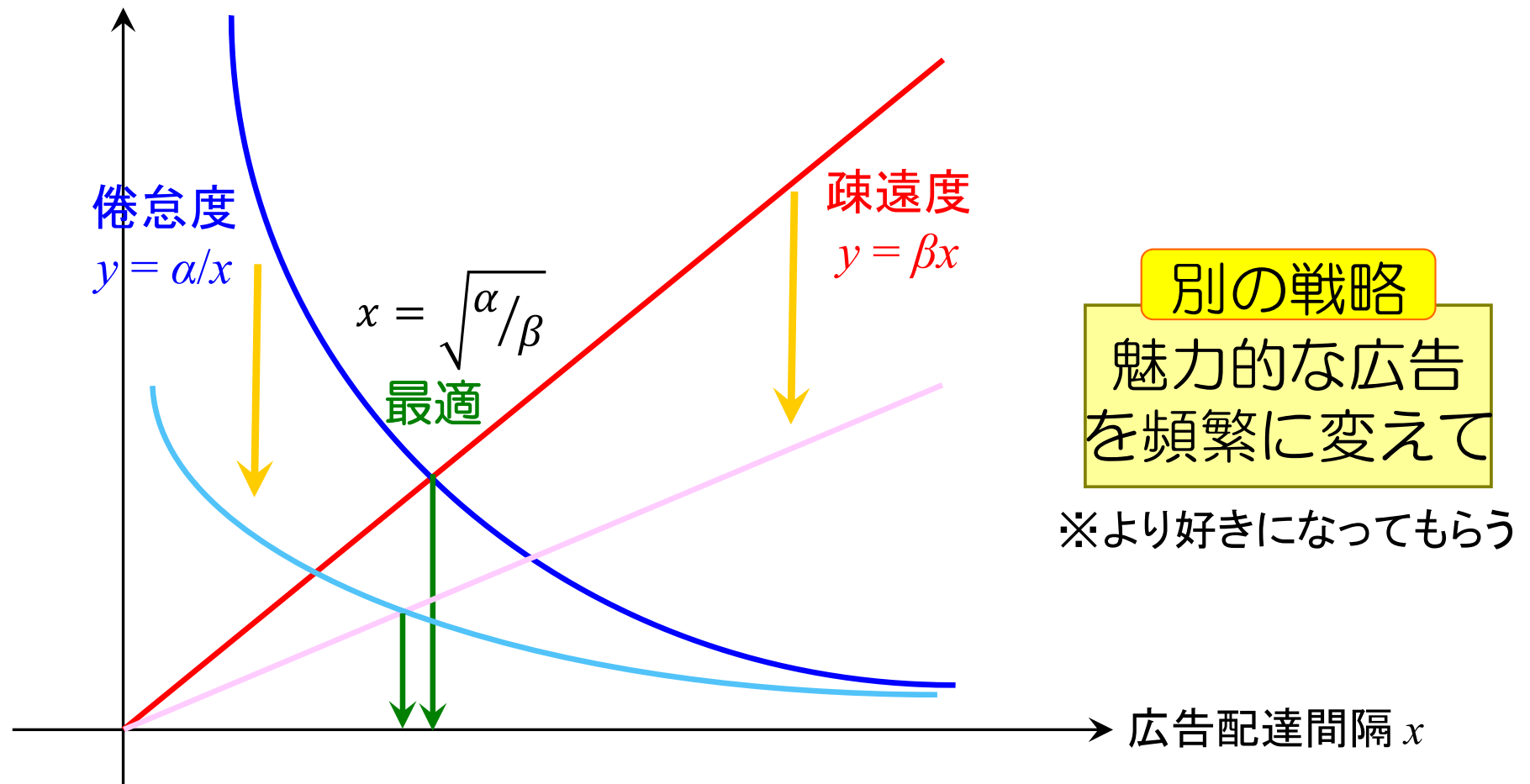
$$\rightarrow x = \sqrt{\alpha/\beta}$$



3. 意思決定者で最適が違う！

- ・考察対象から外していた2顧客についても考える

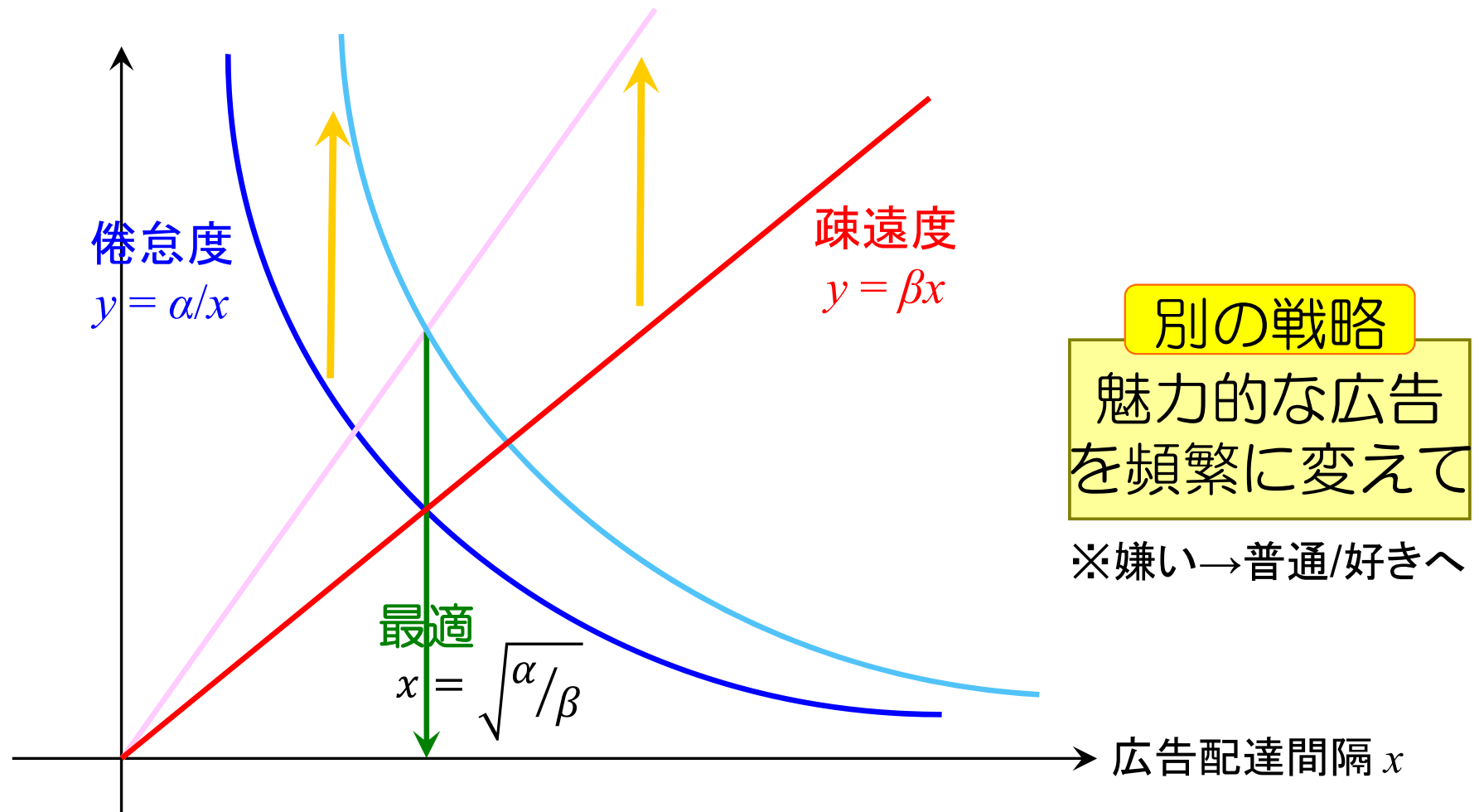
✓ 宅配ピザが大好きな人は、(どちらでもない) 普通の人より
広告配達間隔 x に対して 倦怠度 $y = \alpha/x$ も 疎遠度 $y = \beta x$ もより小さい
※パラメータ α, β ともより小さいことが想定される



3. 意思決定者で最適が違う！

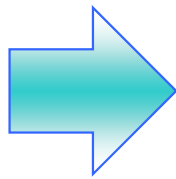
- ・考察対象から外していた2顧客についても考える

✓ 宅配ピザは大嫌いな人は、(どちらでもない) 普通の人より
広告配達間隔 x に対して 倦怠度 $y = \alpha/x$ も 疎遠度 $y = \beta x$ も より大きい
※パラメータ α, β ともより小さいことが想定される



まとめ

- ・採用する意思決定基準により結果が変わる
- ・同じ基準でも、人により結果が異なる



問題と、その問題に直面している人に、
最もよい基準・手法と調整を行うことが
最適な意思決定に通ずる！

参考文献

- ・木下栄蔵「わかりやすい意思決定論入門」近代科学社(1996)
- ・岡田章「ゲーム理論」有斐閣(1997)
- ・渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞出版社(2008)

3. 意思決定者で最適が違う！

● 演習：

● 倦怠度と疎遠度を表す比例定数 α , β がそれぞれ以下のように与えられる顧客について、各々最適セールス間隔を求めよ

- 太郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=30$ 疎遠度の比例定数 $\beta=5$
- 次郎：倦怠度の比例定数 $\alpha=462$ 疎遠度の比例定数 $\beta=6$
- 花子：倦怠度の比例定数 $\alpha=250$ 疎遠度の比例定数 $\beta=2$
- 湘子：倦怠度の比例定数 $\alpha=3460$ 疎遠度の比例定数 $\beta=7$

