

問題解決技法入門

6. Scheduling Sports Scheduling

堀田 敬介

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away数

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

(※競技によっては Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる)

チーム\スロット	1	2	3	4	5	Home	Away
A	D						
B	F						
C	E						
D	A						
E	C						
F	B						

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away, Break数

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に, HH, AA のように, HomeやAwayが2回連続する場合, ブレイクという

(※競技によっては Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる)

チーム\スロット	1	2	3	4	5
A	A	H	H	H	A
B	H	A	A	H	H
C	A	A	H	H	A
D	A	H	A	A	H
E	H	A	H	A	H
F	H	H	A	A	A

Home-Away table

- ブレイク数最小化
- ブレイク数の偏り最小化

【Home-Away table を作る際の注意点】

- 同じパターンのチームが2つあるのはダメ
(なぜか?)

team A: HAHAH
team B: HAHAH



- 各スロットでHとAの数が異なってはダメ
(なぜか?)

H
A
A
H
H
H



(※ Home-Away table 1・2を満たしても, スケジュールが組めるとは限らない)
(※与えられたHome-Away tableでスケジュールができるかどうかの判定はNP困難)

SPORTS SCHEDULING

(※coe値の定義は、強豪チームに限ったものではないことに注意)

(※最終日の次の日は初日と定義することに注意)

考慮したい条件: coe (carry-over effect)

- 強豪チーム(A)と対戦し疲弊したチーム(B)と次に戦うチームは有利だろう
- d 日目 [team i v.s. team k], $d+1$ 日目 [team j v.s. team k] のとき, 「team i が team j に carry-over effect を与える」と定義

チーム\スロット	1	2	3
A(強豪)	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

1日目 [A v.s. B]

2日目 [D v.s. B] (強豪Aと対戦後でBは疲弊中)

→ A が D に coe を与えた ($c_{AD}=1$)

2日目 [A v.s. C]

3日目 [B v.s. C] (強豪Aと対戦後でCは疲弊中)

→ A が B に coe を与えた ($c_{AB}=1$)

3日目 [A v.s. D]

1日目 [C v.s. D] (強豪Aと対戦後でDは疲弊中)

→ A が C に coe を与えた ($c_{AC}=1$)

- coe行列

$$(c_{ij}) = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1日目 [B v.s. A] 2日目 [C v.s. A] → B が C に coe を与えた ($c_{BC}=1$)

2日目 [B v.s. D] 3日目 [A v.s. D] → B が A に coe を与えた ($c_{BA}=1$)

3日目 [B v.s. C] 1日目 [D v.s. C] → B が D に coe を与えた ($c_{BD}=1$)

※チーム数 $2n$ とすると, coe値が最小となるのは,
非対角要素が全て1のとき, 即ち

- coe値 = $\sum_{ij} c_{ij}^2 \{ \geq 2n(2n-1) \}$ $\forall i, j (i \neq j), c_{ij} = 1$ のときで $2n(2n-1)$ balanced schedule

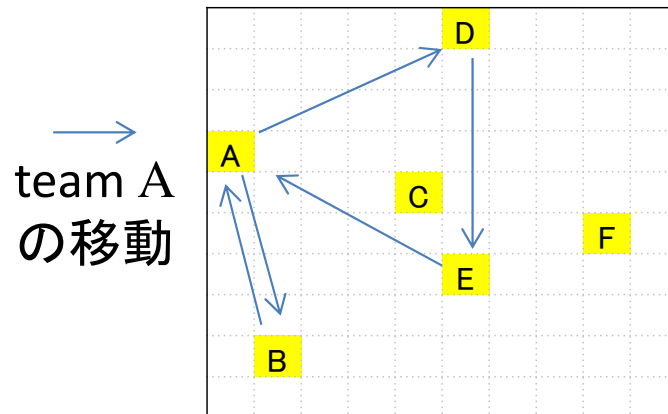
SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: 総移動距離 (巡回トーナメント問題)

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

チーム\スロット	1	2	3	4	5	移動ルート 距離の和	距離 計
A	D	E	C	B	F	$AD + DE + EA + AB + BA$ $= 6 + 6 + 6 + 5 + 5$	28
B							
C							
D							
E							
F							

	B	C	D	E	F
A	5	4	6	6	8
B		5	9	4	7
C			4	2	4
D				6	6
E					3



2チーム間の
距離

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件:その他

- TV放映権
- 会場(Home/本拠地)の都合
- 次の試合日は連続する日か？ それとも何日か後か？
- 優勝争いは最終日までもつれて欲しい
- 様々な条件における, チーム間の公平性
- etc.

SPORTS SCHEDULING

team/slot	1	2	3	4	5
A	B	C			
B	A	E			
C	D	A			
D	C	F			
E	F	B			
F	E	D			

- single round robin tournament problem
 - 6チームの(一重)総当たり戦スケジュールをつくる
 - 全試合 Home vs Away で戦う
 - Break数を最小化したい

最適化問題の定式化(Σ表記)

- 0-1変数 $x_{ijs} = 1$... slot s で i vs j (i が Home) / $x_{ijs} = 0$... しない
- 0-1変数 $y_{is} = 1$... team i が slot $s \rightarrow s+1$ で Break / $y_{is} = 0$... Breakではない

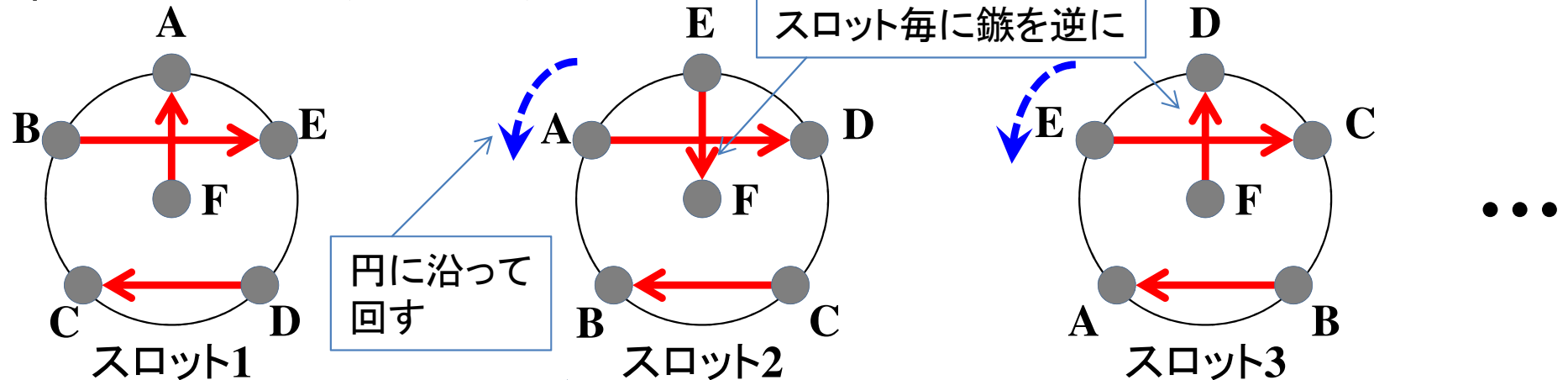
$$\begin{aligned}
 \min. & \sum_{s \in S} \sum_{i \in T} y_{is} \quad s.t. \quad x_{ijs} + x_{ijs+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{team } i \text{ が slot間 } s \rightarrow s+1 \text{ で} \\ \text{Home の Break があるか?} \end{array} \\
 & \quad \quad \quad x_{jis} + x_{jis+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Away の Break があるか?} \end{array} \\
 & \quad \quad \quad \sum_{i \in T/\{j\}} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall j \in T, \forall s \in S) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{どのteam}(i_2)\text{も, 各slot}(s)\text{で,} \\ \text{H/Aどちらかで, どこか他の} \\ \text{1team}(i_1)\text{と1回戦う} \end{array} \\
 & \quad \quad \quad \sum_{s \in S} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall i, j \in T (i \neq j)) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{どの2team}(i_1, i_2)\text{も, 全slot}(S) \\ \text{のどこかで, H/Aどちらかで,} \\ \text{丁度1回戦う} \end{array} \\
 & \quad \quad \quad x_{ijs} \in \{0,1\} (\forall i, j \in T, \forall s \in S) \\
 & \quad \quad \quad y_{is} \in \{0,1\} (\forall i \in T, \forall s \in S)
 \end{aligned}$$

SPORTS SCHEDULING

- ✓ チーム数は偶数限定でよい
(なぜか？奇数の時はどうする？)

簡便な(1重)総当たりリーグ戦の作り方

- 基準スケジュール(Kirkman)



チーム\スロット	1	2	3	4	5	B
A	F	D	B	E	C	0
B	E	C	A	D	F	1
C	D	B	E	F	A	1
D	C	A	F	B	E	1
E	B	F	C	A	D	1
F	A	E	D	C	B	0

※表は、背景色付きがAway = その行のチームがAwayで戦う
例えば、team A の slot2 は [A(Away) vs. D(Home)]

【基準スケジュールの作り方】

- ✓ スロット1で、1チームを中心に、残りを円周上に配置
- ✓ 中心と上を結び、残りは全て上から順に横線を引く
- ✓ 横線の鋸は上から順に交互にする(全スロット共通)
- ✓ 矢線で結ばれたチームどうしが戦う(鋸側がHome)
- ✓ スロット2は、図のように円周に沿って全teamを一つ移動させる(以降同じ、中心teamは動かさない)
- ✓ 縦線の鋸は、スロット毎に逆にする(なぜか？)

【基準スケジュールの妥当性と性質[H/A, break]】

- ✓ Fが全teamと丁度1回戦うのは自明。他teamは円周上に奇数team & 左に居る時と右に居る時は円周上team listの一つ飛ばし対戦、円最下段で左→右移行時のみ連続対戦より
- ✓ team FはA/Hが交互に、team AはH/Aが交互になるのは自明。それ以外のteamはH/A交互 & break 1回(HH or AA)になる

参考文献

- R.V. Rasmussen, M.A. Trick, ``Round robin scheduling –a survey,`` European Journal of Operational Research 188 (2008) 617-636.
- R. Bao, ``Time relaxed round robin tournament and the NBA scheduling problem,`` Cleveland State University, Ph.D Thesis (2009).
- 松井知己,「スポーツスケジューリング ～トーナメント表作成問題における組合せ論」
- 宮代隆平, 松井知己,「スポーツスケジューリング ～未解決問題を中心に」オペレーションズ・リサーチ Vol.50, no.2 (2005) 119-124.
- 早野大介,「スポーツの試合日程が勝敗に及ぼす影響についての一考察 ～NBAを例として」文教大学 情報学部 卒業論文 (2013).