

問題解決

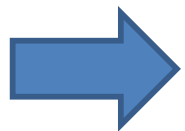
最適化基礎

堀田 敬介

最適化 Optimization

例題: 週末に子供と遊ぶ

- 遊ぶ時間は最大5時間で、遊びは屋外での遊びと室内の遊びの2つ
- 遊ぶと疲れるので各々、1時間あたり屋外は4、室内は2の疲れがたまる
- 平日に疲れを残さないために、最大疲労許容値は16とする
- 子供の1時間あたり満足度は、屋外の遊びが4、室内の遊びが3
- 子供の満足度を**最大化**したい



最適化問題として定式化し、答え(解 solution)を求める

※最適化問題 optimization problemとは、与えられた条件(制約 constraints)のもとで、目的となる値(目的関数 objective functionの値)を**最大化 maximization**する問題(目的は最小化 minimizationの場合もある)

※制約条件を満たす解を、実行可能解 feasible solutionとよぶ

※実行可能解の中で**最大値 maximum value**を与える解を最適解 optimal solutionとよぶ

最適化 Optimization

例題: 週末に子供と遊ぶ

- 遊ぶ時間は最大5時間で、遊びは屋外での遊びと室内の遊びの2つ
- 遊ぶと疲れるので各々、1時間あたり屋外は4、室内は2の疲れがたまる
- 平日に疲れを残さないために、最大疲労許容値は16とする
- 子供の1時間あたり満足度は、屋外の遊びが4、室内の遊びが3
- 子供の満足度を**最大化**したい

定式化するには、まず問題で求めたい解を変数 variablesに設定

- 屋外の遊び時間を x_1 時間, 室内の遊び時間を x_2 時間とする

定式化

$$\max. 4x_1 + 3x_2$$

← 目的関数: 満足度**最大化**

$$\text{s. t. } x_1 + x_2 \leq 5$$

← 制約条件1: 遊び時間

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

← 制約条件2: 許容疲労度

$$x_1, x_2 \geq 0$$

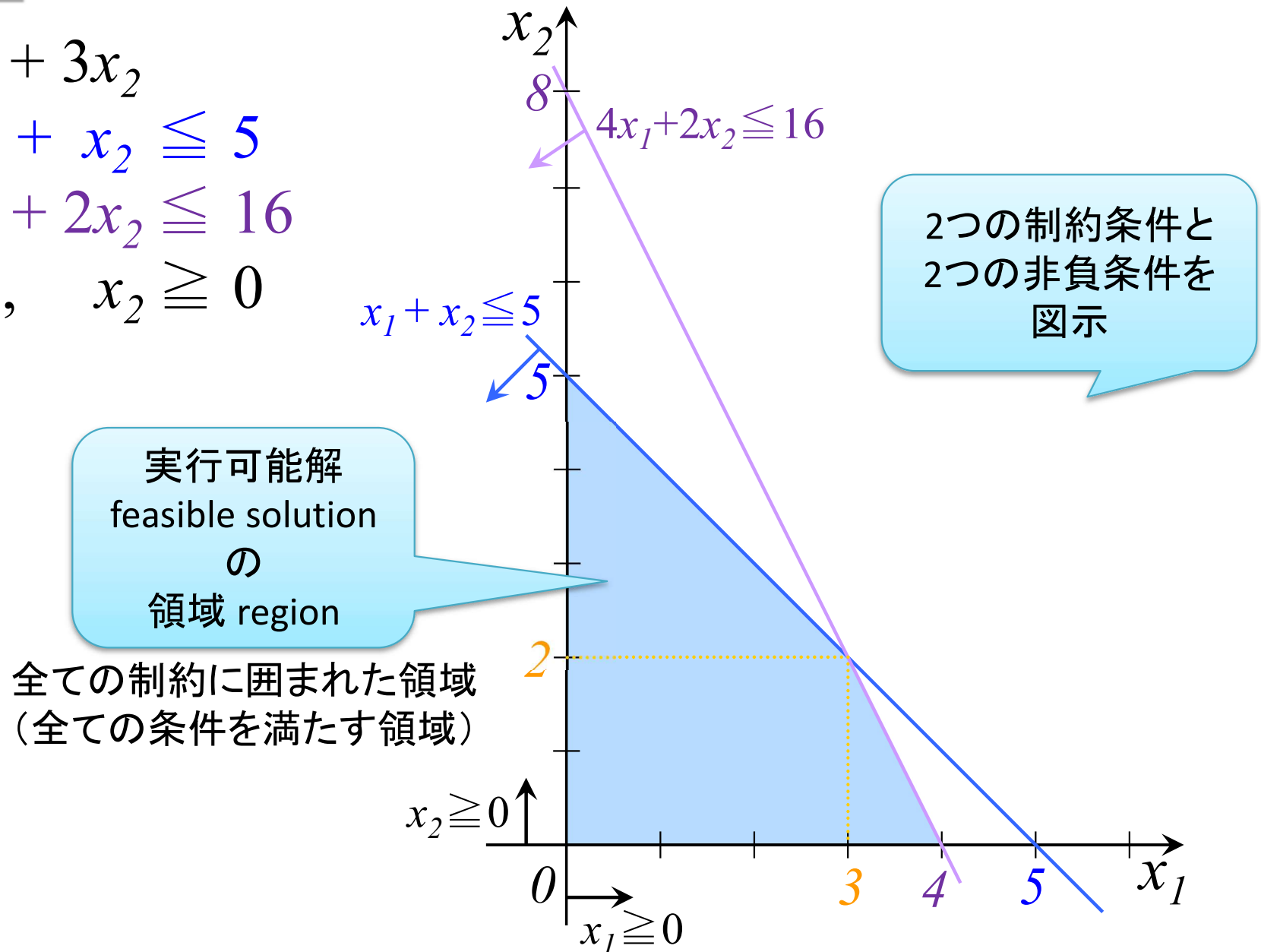
← **非負**条件: 遊び時間は0以上

最適化 Optimization

例題: 定式化

$$\begin{aligned} \max. & \quad 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t.} & \quad x_1 + x_2 \leq 5 \\ & \quad 4x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ & \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

制約条件を図示する



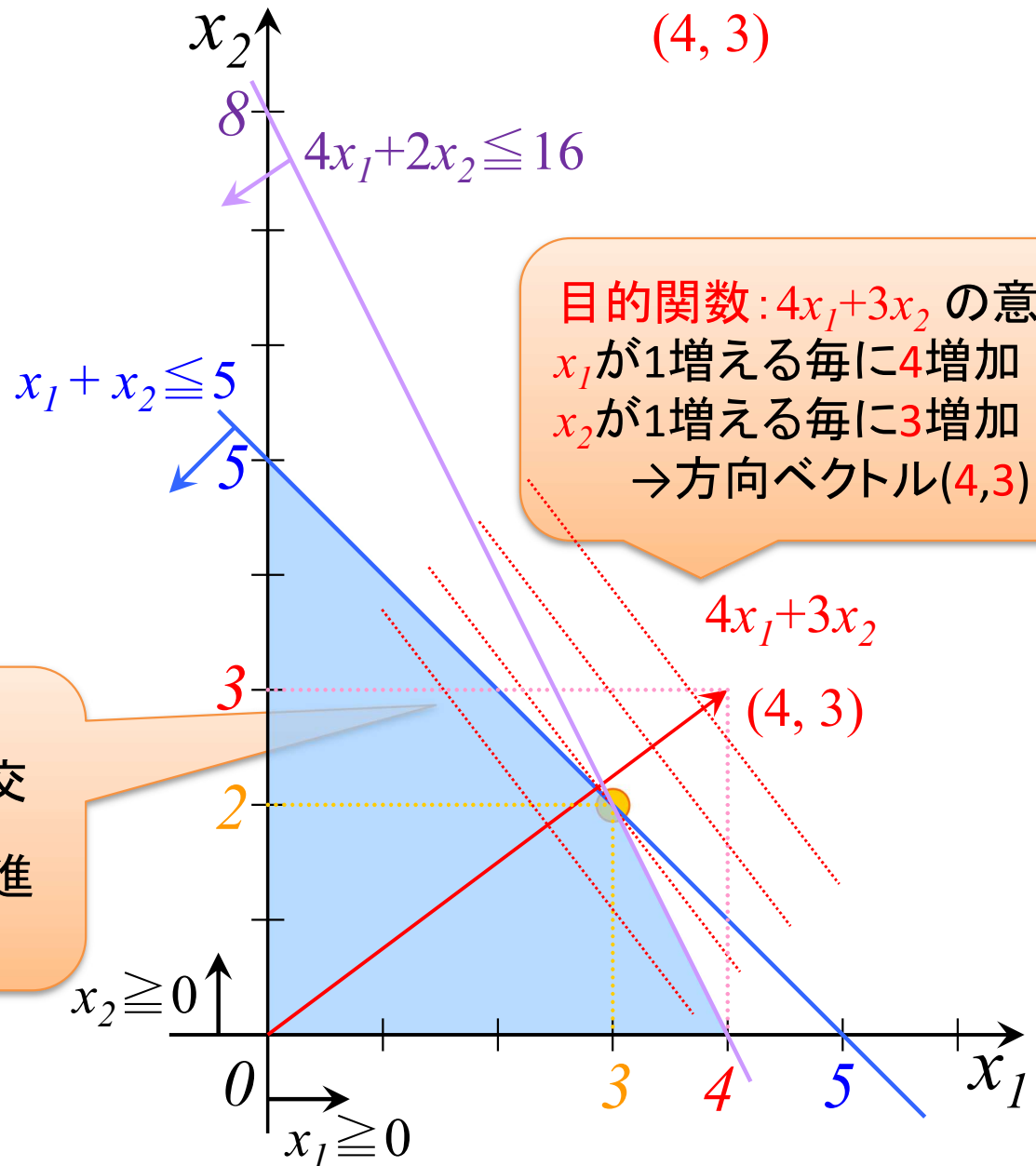
最適化 Optimization

例題: 定式化

$$\begin{aligned} \max. & \quad 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t.} & \quad x_1 + x_2 \leq 5 \\ & \quad 4x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ & \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

目的関数の方向を図示

(4, 3)



目的関数: $4x_1 + 3x_2$ の意味
 x_1 が1増える毎に4増加
 x_2 が1増える毎に3増加
→方向ベクトル(4,3)

目的関数の等高線
方向ベクトル(4,3)と直交
→方向ベクトルの方に進むと目的関数が増加