

問題解決

最適化計算基礎

堀田 敬介

最適化問題をソルバーで解く

▶ 最適化問題

▶ 例題: 週末に子供と遊ぶの定式化

$$\text{max. } 4x_1 + 3x_2$$

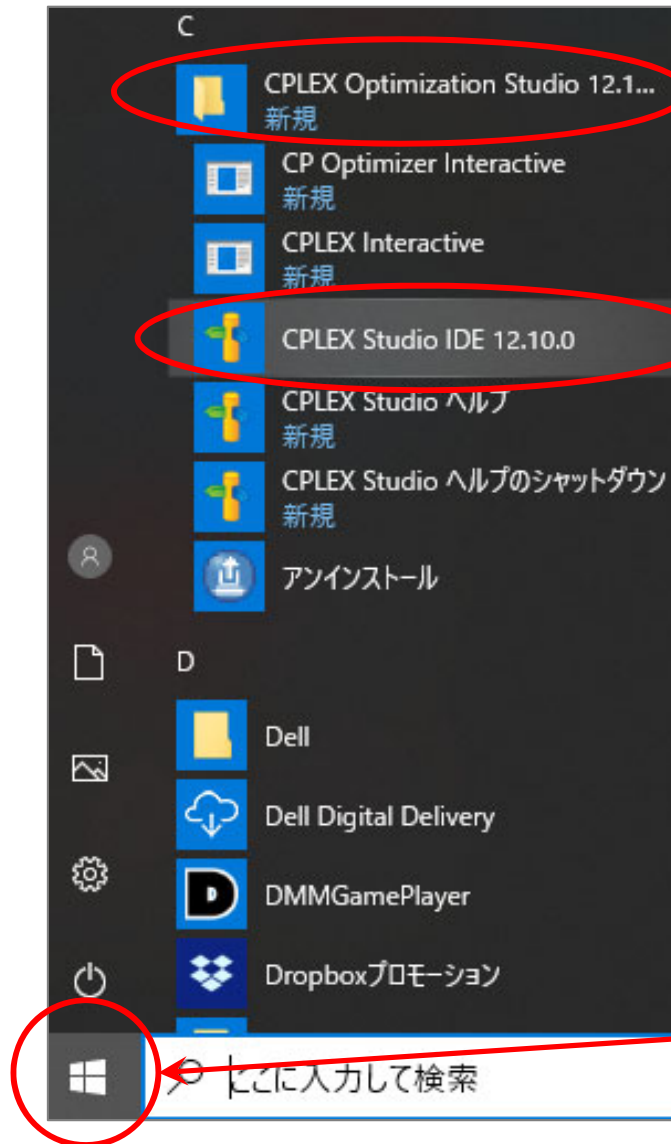
$$\text{s. t. } x_1 + x_2 \leq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

How to use CPLEX?

➤ CPLEX Optimization Studio の起動



② CPLEX Optimization Studio X.X.X
というフォルダを選択(中身を開く)
※X.X.Xはソフトウェアのバージョン番号

③ CPLEX Studio IDE X.X.X を選択
※IDE = Integrated Development Environment
統合開発環境(プログラミング・開発用ソフト
ウェア等に必要である, エディタ・コンパイ
ラー・デバッガ等を1つにまとめたソフトウェ
ア)のこと

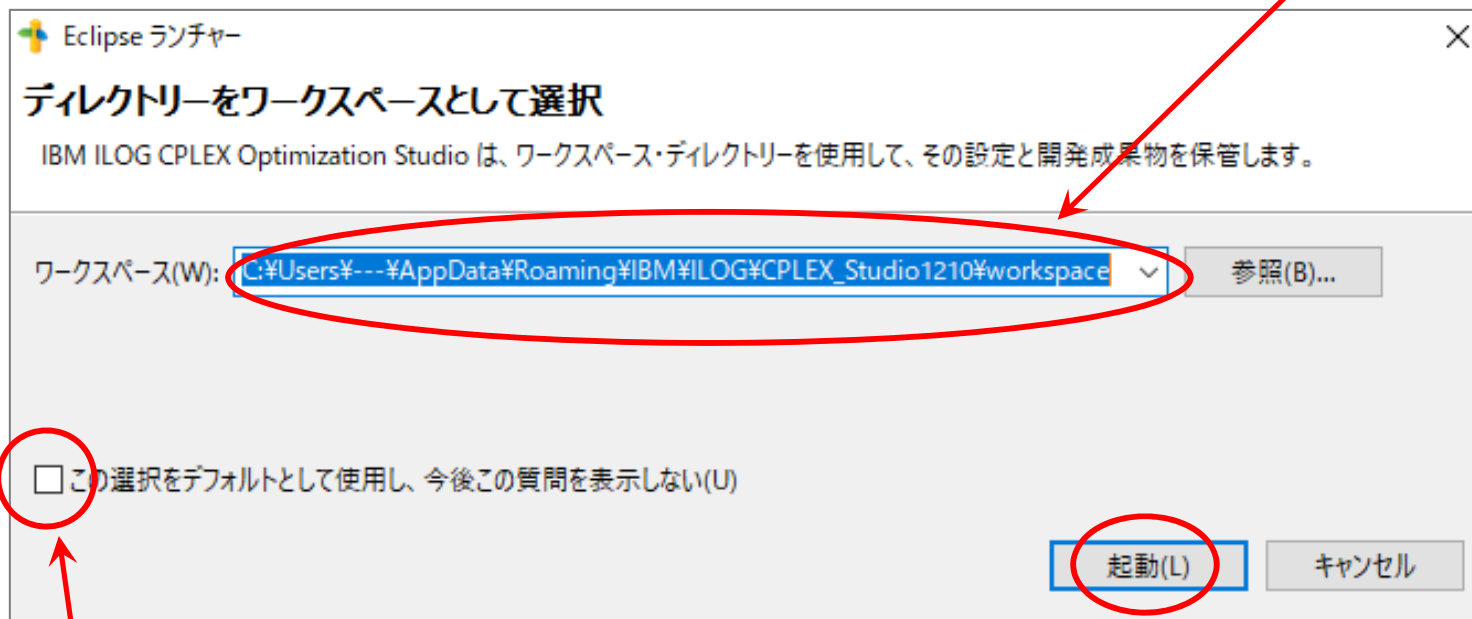
① Windowsマークをクリック

How to use CPLEX?

▶ ワークスペース（作業場所）の設定

- ① 作業フォルダを設定（変更しなくて良い. 拘りがあるなら変更しても良い）
- ② [この選択をデフォルトとして...]を☑
- ③ [起動]をクリック

① 作業フォルダを設定



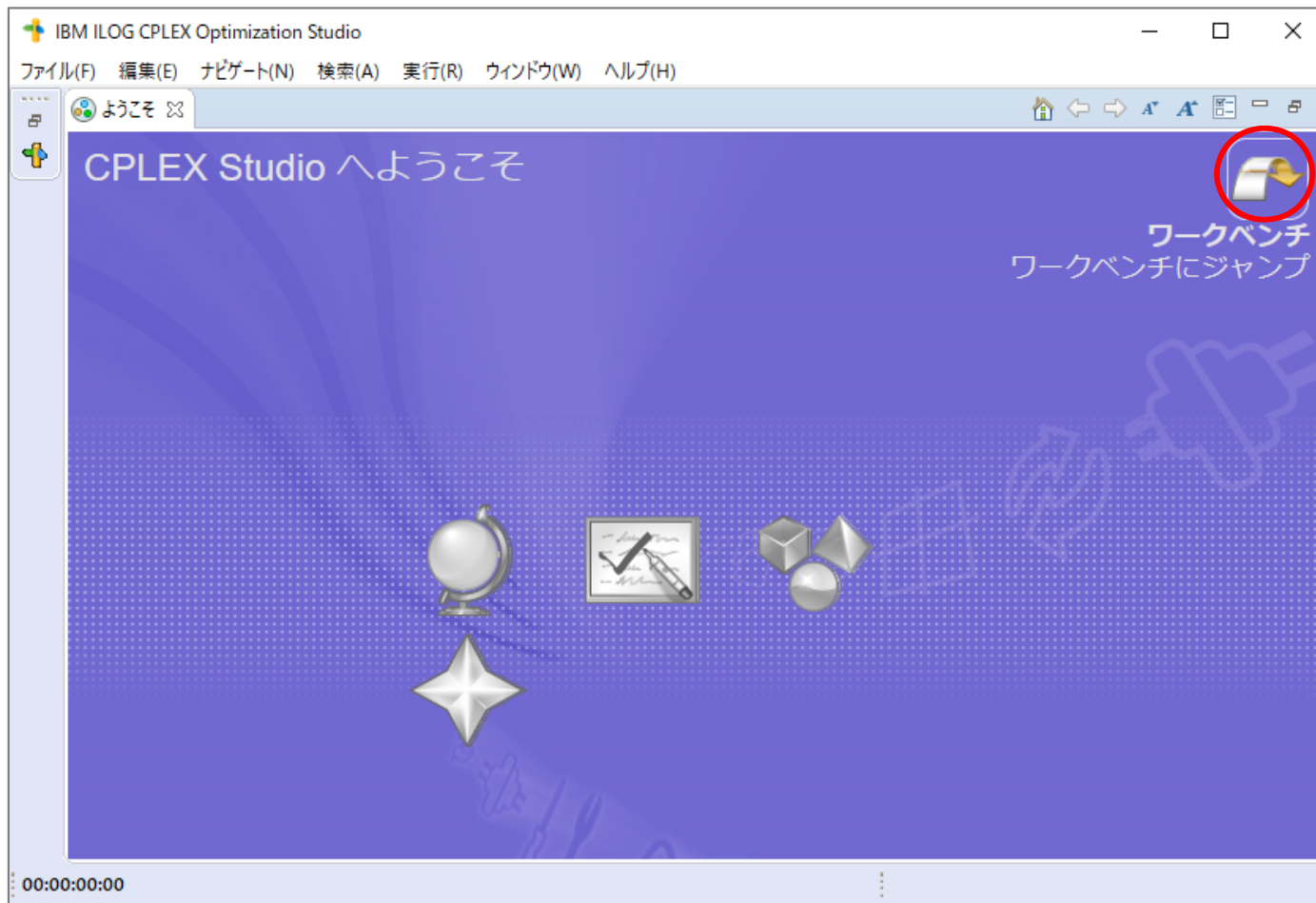
② ここを☑すると、次回の起動からこの画面は出なくなる

③ [起動]をクリック

How to use CPLEX?

▶ チュートリアル画面から作業画面へ移動

- ① チュートリアル画面が表示されるので、右上[ワークベンチ]をクリック



- ① [ワークベンチ]
をクリック

※CPLEX を初めて起動するとき、このチュートリアル画面が表示される
※2回目以降は、この画面ではなく、次ページの作業画面になる(と思う)

How to use CPLEX?

▶ 作業画面(メイン画面)

The screenshot shows the main interface of IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. The window title is "IBM ILOG CPLEX Optimization Studio". The menu bar includes "ファイル(F)", "編集(E)", "ナビゲート(N)", "検索(A)", "実行(R)", "ウィンドウ(W)", and "ヘルプ(H)". The toolbar contains various icons for file operations, navigation, and execution. The main workspace is divided into several panes:

- Top Left:** "OPL プロジェクト" and "デバッグ" panes.
- Top Right:** "アウトライン" pane with the message "現在、表示するアウトラインがありません。" (No outline to display at the moment).
- Bottom Left:** "問題..." pane with a table for variables and constraints.
- Bottom Center:** "問題" pane with a table for problem items.
- Bottom Right:** "プロパティ" pane with a table for properties.

The "問題" pane at the bottom center contains a table with the following structure:

説明	リソース	パス	ロケーション	タイプ
0項目				

The "プロパティ" pane at the bottom right contains a table with the following structure:

プロパティ	値

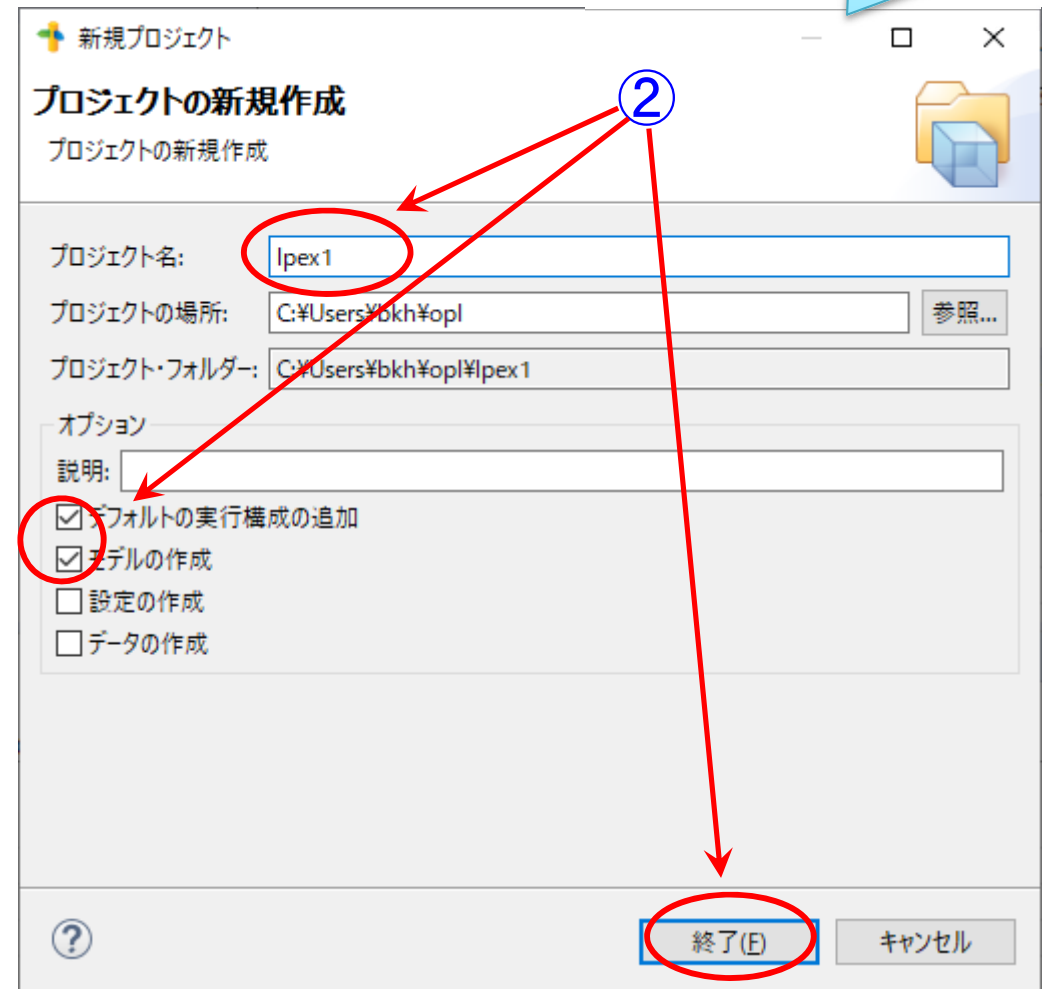
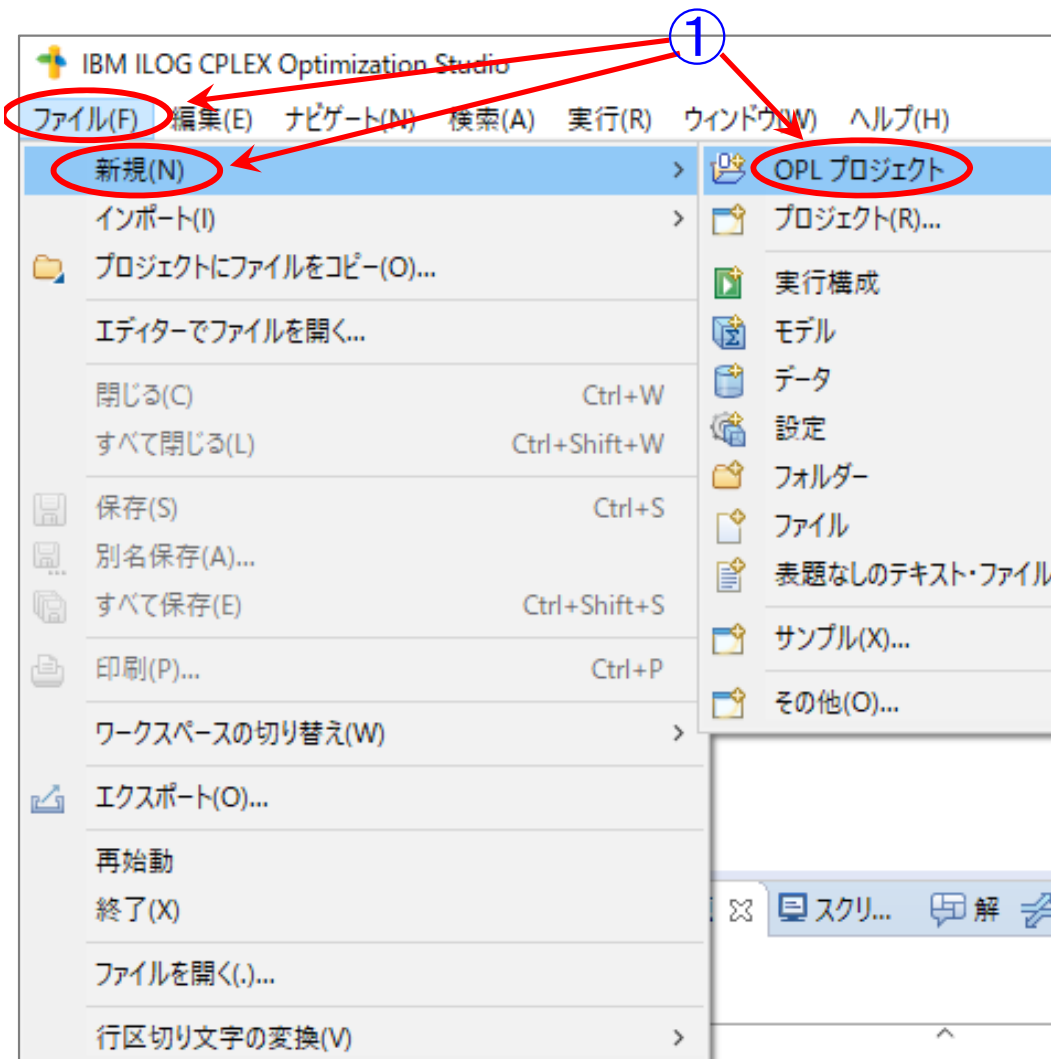
The status bar at the bottom left shows the time "00:00:00:00". The bottom right corner contains system icons and a taskbar.

How to use CPLEX?

➤ 新規プロジェクトの作成

- ① [ファイル(F)]ー[新規(N)]ー[OPLプロジェクト]を選択
- ② [プロジェクト名]を記入し, 2カ所☑し, [終了]クリック

プロジェクト名は自由だが, **半角英数**が無難



How to use CPLEX?

➤ 新規プロジェクト作成結果

②モデルファイル[***.mod]の中身

/* ... */ の部分はコメント
「/*」で始まり「*/」で終わる

The screenshot shows the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio interface. On the left, the project tree shows a folder named 'lpex1' containing '実行構成' (Execution Configuration) and 'lpex1.mod : CPLEX'. The main editor window displays the content of 'lpex1.mod', which is a comment block: '*****', '* OPL 12.10.0.0 Model', '* Author: bkh', '* Creation Date: 2020/06/11 at 15:50:30', and '*****/'. A red circle highlights the project tree, and another red circle highlights the model file content. A blue callout box explains that the content of the model file is a comment block starting with '/*' and ending with '*/'. A large blue callout box at the bottom left provides instructions for confirming the project creation.

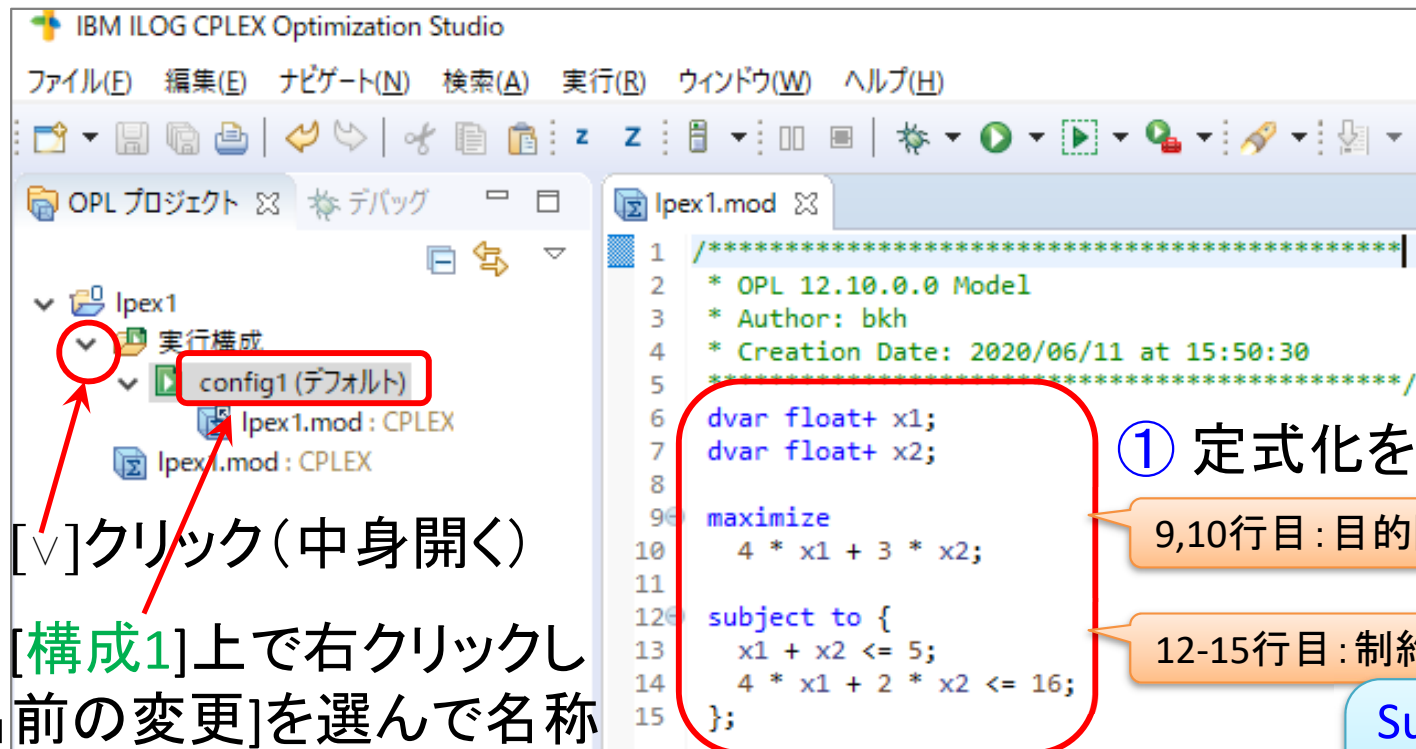
①プロジェクトが出来ているのを確認

- ✓ 自分でつけた名称を確認
- ✓ [実行構成]が出来ている([デフォルトの...]を☑したので)
- ✓ [***.mod]ファイルが出来ている([モデルの作成]を☑したので)

How to use CPLEX?

➤ モデルファイル[***.mod]を完成させる

- ① モデルファイルの中身を書き(例題:週末に子供と遊ぶ問題), 保存
- ② [v]クリックし, [実行構成]の中身を開く
- ③ [実行構成]の中身を[構成1]→[config1]に書き換え



dvar ... 変数宣言
float ... 浮動小数点
+ ... 非負 (≥ 0)

② [v]クリック(中身開く)

③ [構成1]上で右クリックし
[名前の変更]を選んで名称
を[config1]に変更する

① 定式化をここに, この通り書く

9,10行目: 目的関数(最大化)

12-15行目: 制約条件

Subject to {
...
}; 括弧内に制約を書く

① 書けたら保存[ctrl]+[s]

CPLEX の bug
[構成1]のまま実行
するとエラーになる

How to use CPLEX?

➤ 解く前に, モデルファイル[***.mod]の解説

/* と */ で囲まれた範囲はコメント
プログラムはコメントは無視する

```
/*  
*****  
* OPL 12.10.0.0 Model  
*****  
*/
```

```
dvar float+ x1;  
dvar float+ x2;
```

dvar は**変数宣言**

float は値として有理数(浮動小数点数)をとる変数
float+ の[+] は変数が**非負(≥ 0)**であることを意味する

```
maximize
```

```
4 * x1 + 3 * x2;
```

maximize は**目的関数の最大化**

```
subject to {
```

```
x1 + x2 <= 5;
```

```
4 * x1 + 2 * x2 <= 16;
```

```
};
```

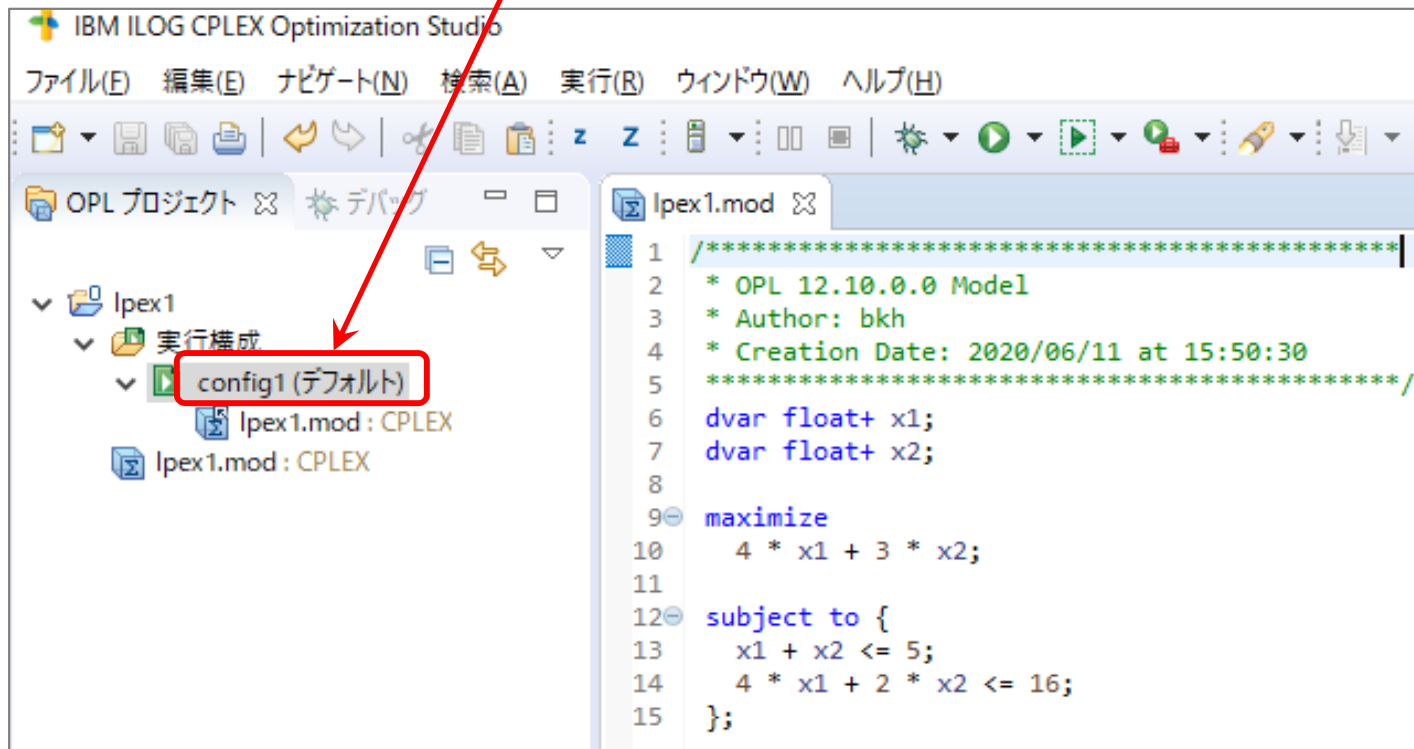
subject to { と } で囲まれた中に**制約条件**を全て書く

数式はそのまま書く感じ. **積**は[*]を省略せず書く. 全て**半角英数**で書く
不等号は[<=]と[>=]を使う. **等号**は[==]を使う
各命令式の最後には必ず**セミコロン**(;)をつける

How to use CPLEX?

➤ 解く

- ① [config1]の上で右クリックし, [これを実行]を選択



How to use CPLEX?

最適解が見つかった, ということ

計算結果の確認

② [解]タブの中身

③ [統計情報]タブの中身

The screenshot shows the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio interface. The main window displays the model code for 'lpex1.mod'. The model is a linear programming problem with two variables, x_1 and x_2 , and two constraints. The objective is to maximize $4x_1 + 3x_2$.

**① 最適解 (x1, x2) = (3, 2)
最適値 = 18 (= 4*3 + 3*2)**

② [解]タブの中身

```
// solution (optimal) with objective 18
// Quality There are no bound infeasibilities.
// There are no reduced-cost infeasibilities.
// Maximum Ax-b residual = 0
// Maximum c-B'pi residual = 0
// Maximum |x| = 3
// Maximum |slack| = 0
// Maximum |pi| = 2
// Maximum |red-cost| = 0
// Condition number of unscaled basis = 1.3e+01
//
x1 = 3;
x2 = 2;
```

③ [統計情報]タブの中身

統計情報	値
Cplex	solution (optimal) with objective 18
Constraints	2
Variables	2
Other	2
Non-zero coefficients	4
Iterations	

solution (optimal) 解(最適)

最適化問題をソルバーで解く

▶ 最適化問題(例2)

$$\begin{aligned} \max. \quad & 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 7 \\ & 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

How to use CPLEX?

➤ 2つ目の問題用モデルファイル[***.mod]を作成する

- ① OPLプロジェクトの[実行構成]上で右クリックし[新規作成]ー[モデル]選択
- ② ファイル名を設定し, [終了]クリック

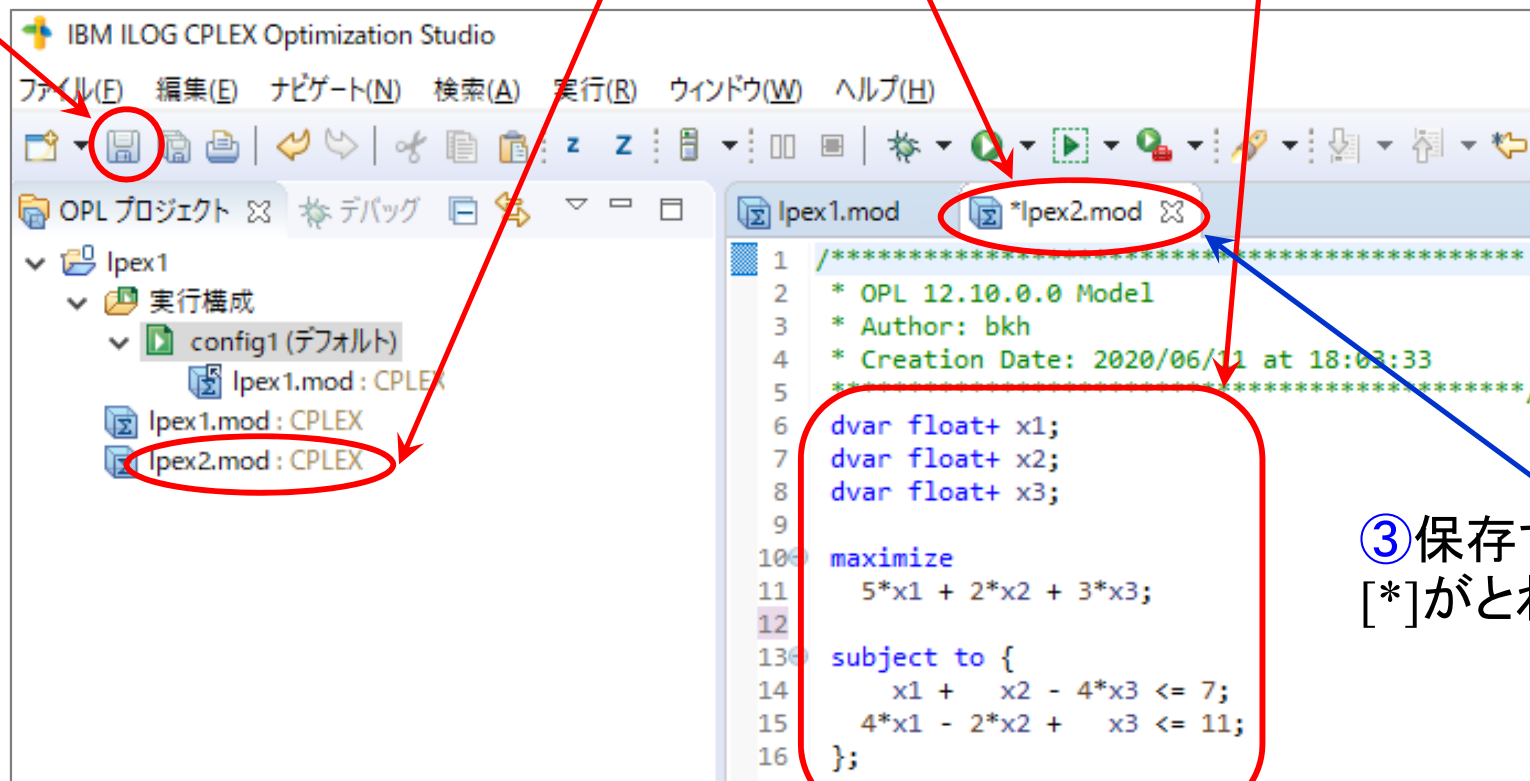
The image shows the OPL Studio interface. On the left, the project tree shows the 'lpex1' folder with '実行構成' circled in red. A context menu is open over '実行構成', with '新規作成' circled in red. A sub-menu is open over '新規作成', with 'モデル' circled in red. On the right, the '新規モデル・ファイル' dialog box is shown. The '親フォルダー' field contains 'lpex1'. The 'ファイル名(M)' field contains 'lpex2'. The '終了(E)' button is circled in red. A blue arrow points from the '実行構成' folder to the resulting project tree at the bottom, which shows 'lpex2.mod : CPLEX' added to the '実行構成' folder. The text '③ [lpex2.mod] ができる' is written next to the new file.

How to use CPLEX?

➤ 2つ目の問題用モデルファイル[lpex2.mod]を完成させ、保存

② 書き終わったら保存
[ctrl]+[s] キーを押すか、
[上書き保存]ボタンをクリック

① [lpex2.mod]タブの中身を書く
(もし、このタブが表示されていない場合は、
左の[lpex2.mod]をダブルクリック)
(編集時は[lpex2.mod]の頭に[*]がつく)

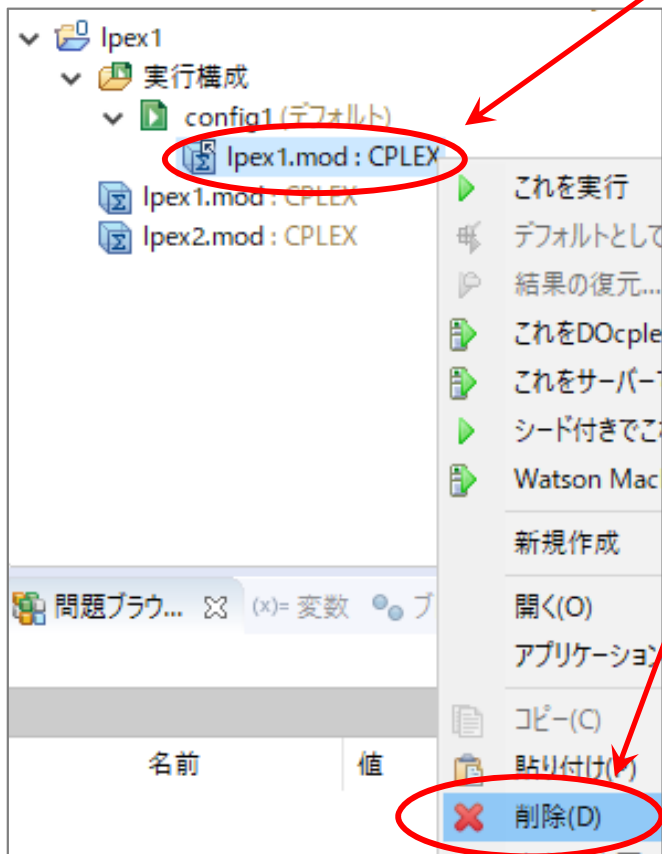


③保存すると頭の
[*]がとれる

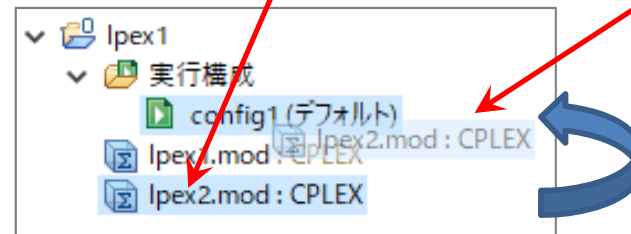
How to use CPLEX?

➤ 解く

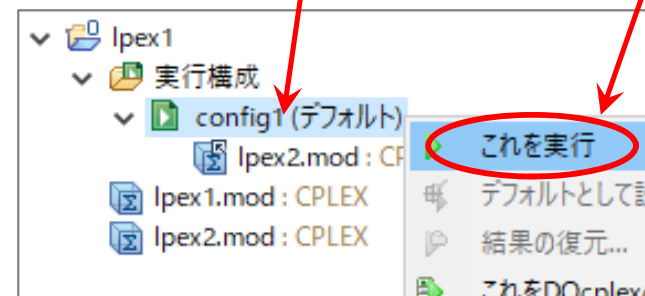
- ① [実行構成]—[config1]内の, 前の問題用モデルファイル[lpex1.mod]削除
- ② 同じ箇所に, 今度解きたい問題用モデルファイル[lpex2.mod]をdrag&drop
- ③ [config1]で右クリック[これを実行]選択(解く)



② drag & ([config1]の上で) drop



③ [config1]上で右クリックし, [これを実行]選択



How to use CPLEX?

解が**非有界**とは、**目的関数の値**をいくらでも大きく(**無限大**に)出来る、ということ

※例1の結果と比較せよ

➤ **結果の確認**: [統計情報]タブを見る

solution (unbounded)
解(**非有界**)

```
1 /*****  
2 * OPL 12.10.0.0 Model  
3 * Author: bkh  
4 * Creation Date: 2020/06/11 at 18:03:33  
5 *****/  
6 dvar float+ x1;  
7 dvar float+ x2;  
8 dvar float+ x3;  
9  
10 maximize  
11     5*x1 + 2*x2 + 3*x3;  
12  
13 subject to {  
14     x1 + x2 - 4*x3 <= 7;  
15     4*x1 - 2*x2 + x3 <= 11;  
16 };
```

統計情報		値
Cplex		solution (unbounded) with objective 6.25
Constraints		2
Variables		3
Other		3
Non-zero coefficients		6

目的 6.25 の解		
名前		値
決定変数 (3)		
.0	x1	0.25

How to use CPLEX?

実行不能とは、制約条件を満たす解が無い、ということ

※例1,2の結果と比較せよ

別問題[lpex0.mod]の実行結果

no solution (infeasible)
解なし(実行不能)

The screenshot shows the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio interface. The project tree on the left shows a configuration named 'config1' containing several model files, with 'lpex0.mod: CPLEX' highlighted. The code editor in the center displays the following OPL model:

```
1 /*****  
2 * OPL 12.10.0.0 Model  
3 * Author: bkh  
4 * Creation Date: 2020/06/11 at 22:36:12  
5 *****/  
6 dvar float+ x1;  
7 dvar float+ x2;  
8 dvar float+ x3;  
9  
10 minimize  
11     x1 + x2 + x3;  
12  
13 subject to {  
14     x1 + x2 + x3 <= 1;  
15     2*x1 + x2 >= 3;  
16 };
```

The statistics window at the bottom shows the following information:

統計情報	
項目	値
Cplex	
Constraints	2
Variables	3
Other	3
Non-zero coefficients	5

The result 'no solution (infeasible)' is circled in blue in the statistics window.

- ① [lpex0.mod]新規作成
- ② 定式化を記述
- ③ [config1]内の現モデル削除
- ④ [config1]内に[lpex0.mod]をdrag&drop
- ⑤ [config1]上で右クリックし[これを解く]で実行
- ⑥ 結果[統計情報]タブを見る

最適化問題をソルバーで解く

▶ 最適化問題(例3)

$$\begin{aligned} \text{max. } & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 \\ \text{s. t. } & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 9 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

▶ 最適化問題(例4)

$$\begin{aligned} \text{min. } & x_1 - 4x_2 \\ \text{s. t. } & 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 4x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ & -7x_1 + 5x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq -4 \end{aligned}$$