

栄養問題を解く

栄養素\食品	α	β	γ	δ	ε	必要量
A	2.5	0.7	1.3	3.1	4.1	70
B	11	21	5	13	12	300
C	0.6	4.2	2.5	5.1	0.8	50
D	23	16	15	0	12	150
コスト(円)	52	64	32	46	38	

➤ 栄養問題の最適化(例1)

- 4種の栄養素 $A \sim D$ がある
- 5種の食品 $\alpha \sim \varepsilon$ がある
- 各食品を1単位摂取すると

得られる栄養素, コストは表の通り

- 摂取必要量を満たし, コスト最小となる各食品の摂取量を知りたい

➤ 最適化問題の定式化(変数設定)

- 変数 $x_i \dots$ 食品 i の摂取量(単位)
- 変数ベクトル $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$

➤ 最適化問題の定式化(係数表記)

- 摂取必要量を表す係数ベクトル b
- コストを表す係数ベクトル c
- 含有栄養素を表す係数行列 A

$$\begin{aligned}
 b &= (b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4) \\
 &= (70 \quad 300 \quad 50 \quad 150) \\
 c &= (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5) \\
 &= (52 \quad 64 \quad 32 \quad 46 \quad 38) \\
 A &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2.5 & 0.7 & 1.3 & 3.1 & 4.1 \\ 11 & 21 & 5 & 13 & 12 \\ 0.6 & 4.2 & 2.5 & 5.1 & 0.8 \\ 23 & 16 & 15 & 0 & 12 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

栄養問題を解く

➤ 最適化問題の定式化(ベタ表記)

$$\begin{aligned} \min. & \quad 52x_1 + 64x_2 + 32x_3 + 46x_4 + 38x_5 \\ \text{s. t.} & \quad 2.5x_1 + 0.7x_2 + 1.3x_3 + 3.1x_4 + 4.1x_5 \geq 70 \\ & \quad 11x_1 + 21x_2 + 5x_3 + 13x_4 + 12x_5 \geq 300 \\ & \quad 0.6x_1 + 4.2x_2 + 2.5x_3 + 5.1x_4 + 0.8x_5 \geq 50 \\ & \quad 23x_1 + 16x_2 + 15x_3 + 0x_4 + 12x_5 \geq 150 \\ & \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= (b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4) \\ &= (70 \quad 300 \quad 50 \quad 150) \\ \mathbf{c} &= (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5) \\ &= (52 \quad 64 \quad 32 \quad 46 \quad 38) \\ \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2.5 & 0.7 & 1.3 & 3.1 & 4.1 \\ 11 & 21 & 5 & 13 & 12 \\ 0.6 & 4.2 & 2.5 & 5.1 & 0.8 \\ 23 & 16 & 15 & 0 & 12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

➤ 最適化問題の定式化(Σ 表記)

$$\begin{aligned} \min. & \quad \sum_{j=1}^5 c_j x_j \\ \text{s. t.} & \quad \sum_{j=1}^5 a_{ij} x_j \geq b_i \quad (i = 1, \dots, 4) \\ & \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, 5) \end{aligned}$$

How to use CPLEX?

➤ 新規プロジェクトの作成

- ① [ファイル(F)]－[新規(N)]－[OPLプロジェクト]を選択
- ② [プロジェクト名]を記入(例: **Nutrients**)し, 3カ所にチェックする
 - デフォルトの実行構成の追加
 - モデルの作成
 - データの作成
- ③ [終了]をクリック

プロジェクト名は自由だが, **半角英数**で何の問題を解こうとしているのかが分かる名前が良い

➤ プロジェクト内のいくつかの名前を変更

- ✓ [構成1] → [**config1**] ※日本語を英語に変更しないと実行時エラーになる
- ✓ モデルファイル [Nutrients.mod] → [**nt.mod**]
- ✓ データファイル [Nutrients.dat] → [**ntex1.dat**]

➤ モデルファイル・データファイルを記述し保存(次ページ参照)

➤ [config1]にモデルファイルとデータファイルをセットする

How to use CPLEX?

➤ nt.mod

```
int i_max = ...; // 栄養素数
int j_max = ...; // 食品数

range I = 1..i_max; // 栄養素集合の範囲
range J = 1..j_max; // 食品集合の範囲

float a[I,J] = ...; // 各食品1単位あたりの栄養素含有量
float c[J] = ...; // 各食品1単位あたりの摂取カロリー
float b[I] = ...; // 各栄養素の摂取必要量

dvar float+ x[J]; // 食品j の摂取量(非負)

minimize
    sum(j in J) c[j]*x[j];
subject to {
    forall(i in I) {
        sum(j in J) a[i,j]*x[j] >= b[i];
    }
}
```

How to use CPLEX?

➤ ntex1.dat

```
i_max = 4;  
j_max = 5;  
  
c = [52 64 32 46 38];  
b = [70 300 50 150];  
  
a = [  
[2.5 0.7 1.3 3.1 4.1]  
[11 21 5 13 12]  
[0.6 4.2 2.5 5.1 0.8]  
[23 16 15 0 12]  
];
```

How to use CPLEX?

➤ 計算結果の確認([解]タブの中身)

最適値

```
// solution (optimal) with objective 960.810287123481
// Quality There are no bound infeasibilities.
// There are no reduced-cost infeasibilities.
// Max. unscaled (scaled) Ax-b resid.           = 2.84217e-14 (1.77636e-15)
// Max. unscaled (scaled) c-B'pi resid.         = 7.10543e-15 (7.10543e-15)
// Max. unscaled (scaled) |x|                   = 13.0703 (13.0703)
// Max. unscaled (scaled) |slack|               = 72.681 (4.54256)
// Max. unscaled (scaled) |pi|                 = 2.72066 (43.5306)
// Max. unscaled (scaled) |red-cost|           = 18.6449 (26.8182)
// Condition number of scaled basis             = 6.6e+00
//
```

```
x = [0 4.1148 0 4.365 13.07];
```

optimal solution
最適解

栄養問題を解く

- 栄養問題の最適化(例2) ※データはExcelファイル
 - 18種の栄養素がある
 - 23種の食品がある
 - 各食品を1単位摂取すると得られる栄養素, カロリーはデータ表の通り
 - 摂取必要量を満たし, **コスト最小の食品摂取量**を求めよ

- 線形最適化問題として定式化し, CPLEXで解く
 - モデルファイル[nt.mod]は共通なので, データファイル[ntex2.dat]を作り解く