

# 問題解決技法入門

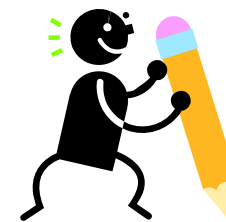
## 1. 統計・シミュレーションと予測

～サイコロをうまく使おう～

堀田 敬介



# 問題



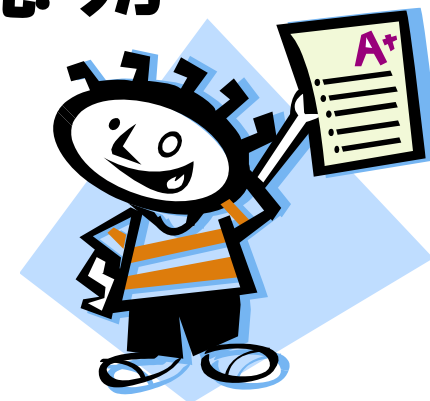
文教太郎君はマークシート形式のテストを受ける予定だ。全部で20問あり、各問題の選択肢は4つ(A,B,C,D)である。

ところが、いざ受けてみたら、まずいことにさっぱり分からない。どうしよう？ 困ったな…。 そうだ！こんな時は秘伝の「鉛筆転がし」を使おう！ 幸いにも、太郎君の鉛筆の断面は正方形だったので、各面にA, B, C, Dと書き、転がした…。

さて、60点以上で合格だが、彼は単位を貰えるだろうか？

**問1.** 彼が5問以上誤答する確率はどれくらいあると思うか  
予測しなさい

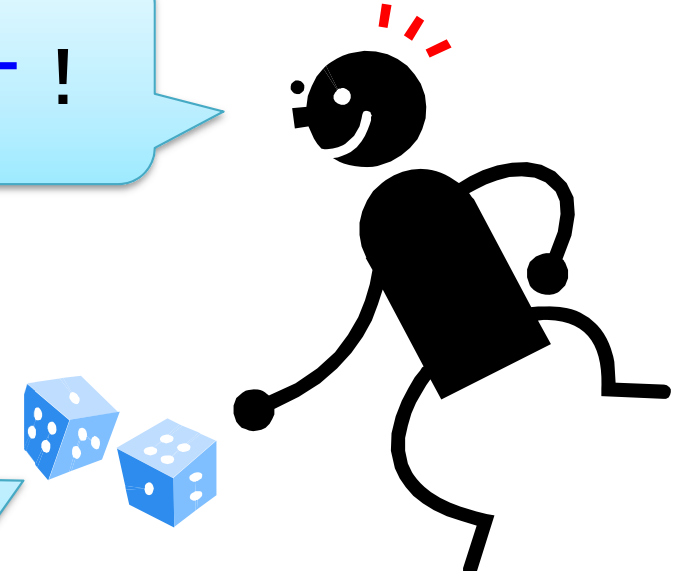
**問2.** 彼が単位をとれる可能性はどれくらいか  
予測しなさい



# わかんないやサイコロを振ろう

理屈(確率統計)はいろいろあるサ！

でも、確率は示されているのだから、  
四の五の言わずに何千回何万回と  
トライ(試行)してみればいいさ～



人類の偉大な発明の1つはサイコロである  
サイコロによって人は神に一步近づく(エッ？)

<注意事項>

- ✓ 自分で振る場合→ 理論通りの出目 (cf. 正重心サイコロ, 重心がずれた賽の確率計算)
- ✓ コンピュータに振らせる場合→ 疑似乱数生成 (cf. 線形合同法, Mersenne twister, etc.)

※アインシュタインの言葉として有名なため、言葉が一人歩きすることが多いようです

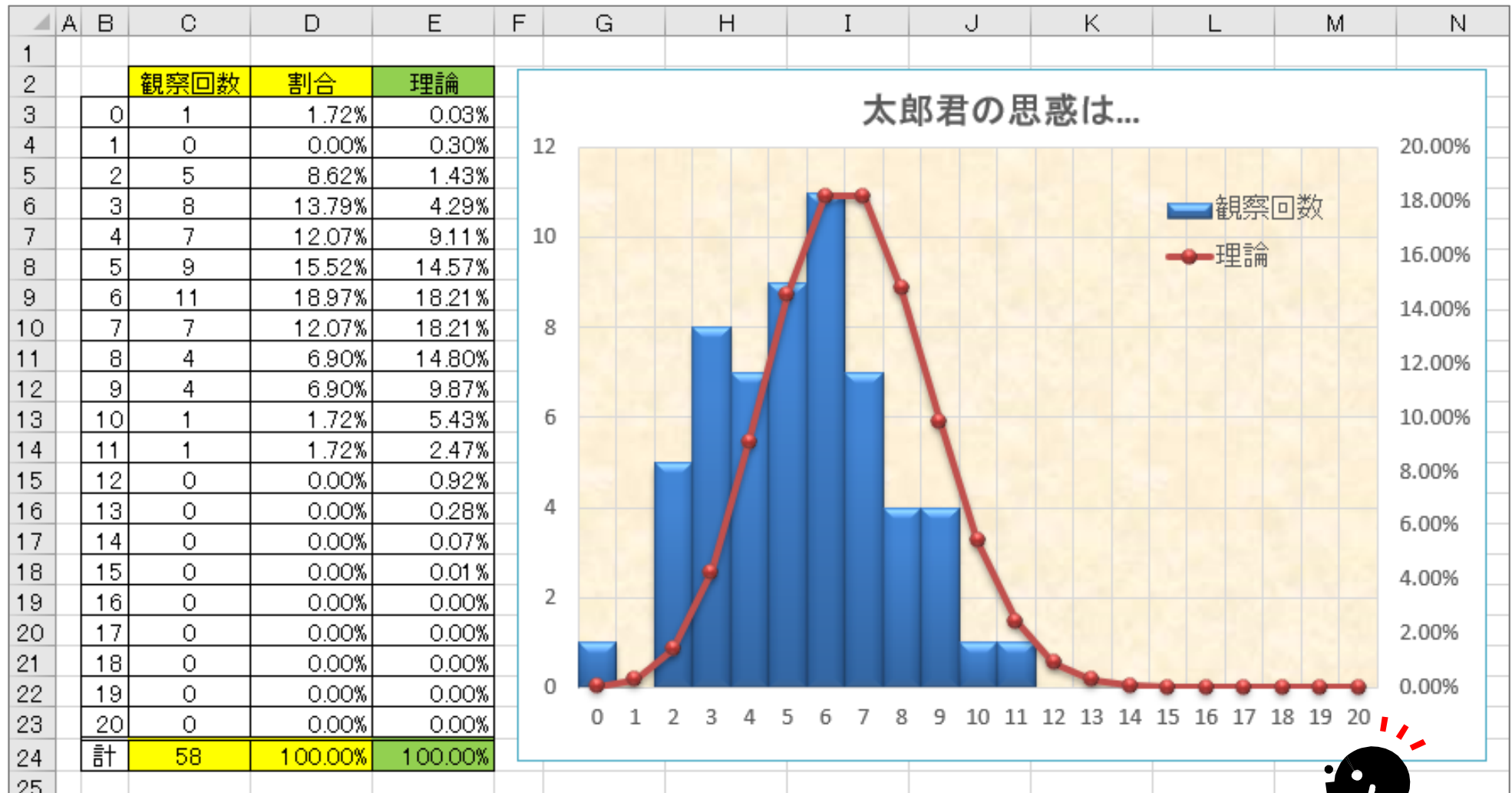
ここでも、本来の発言の趣旨と異なる形で引用しているので注意



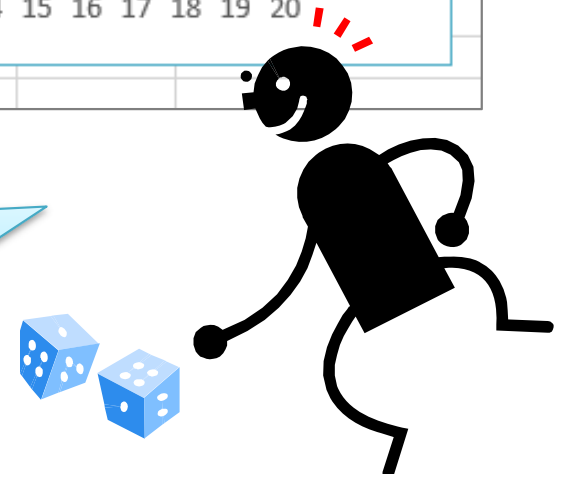
でも、人間ですから  
サイコロ使っちゃいます  
ゴメンね！



# 演習



さあ、トライ(試行)して予測しよう



# Coffee Break!

## ベイズ推定

### ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

### 確率の乗法定理

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) \\ &= P(B)P(A|B) \end{aligned}$$



◎Q. データにもとづきコインがイカサマかどうか知りたい(コインの確率分布を知りたい)

◎Step0: (準備)

◎X... 仮定

◎B... 試行から得られた結果(データ)

◎ $P(X)$  ... 事前確率: 試行前の $X$ の確率分布

◎ $P(X|B)$  ... 事後確率: 試行後の $X$ の確率分布

◎ $P(B|X)$  ... 尤度:  $X$ のもとで $B$ のおこる度合

◎ $P(B)$  ...  $B$ がおきる確率

◎Step1: 試行1回目...10回コインを投げたら表が6回出た!

◎ $P(X)=1$  ...  $X$ の分布は不明なので一様分布(どの値をとる確率も同じ)とする

◎ $P(B)=6/10$  ... 実際に10回中6回表が出た

◎ $P(B|X)={}_{10}C_6 x^6(1-x)^4$  ... 表の出る確率 $x$ のコインで, 10回中表が6回でる確率

$$\rightarrow P(X|B) = \frac{P(X)P(B|X)}{P(B)} = \frac{10}{6} {}_{10}C_6 x^6(1-x)^4 = k_1 x^6(1-x)^4$$

$$\rightarrow k_1 = \dots$$

和が1になるよう  
係数を調整(積分)

# Coffee Break!

## ベイズ推定

### ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

### 確率の乗法定理

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) \\ &= P(B)P(A|B) \end{aligned}$$

©Step2: 試行2回目...さらに10回コインを投げたら表が9回出た!

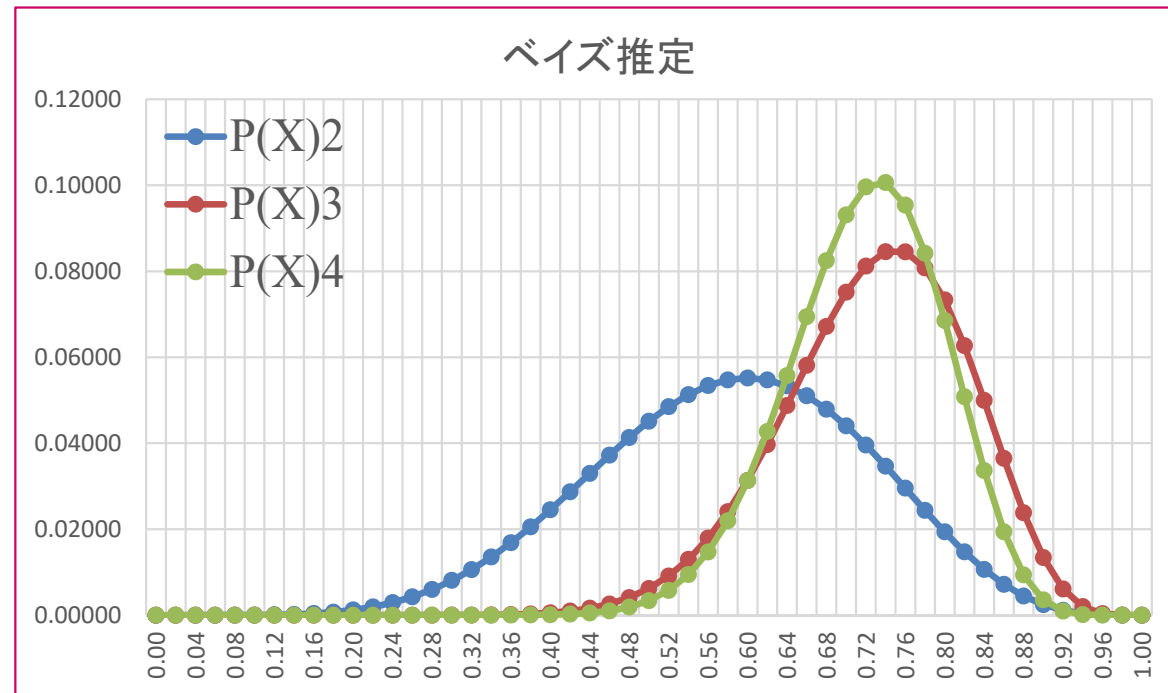
© $P(X)=k_1x^6(1-x)^4$

© $P(B)=9/10$  ... 実際に10回中9回表が出た

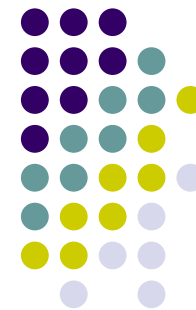
© $P(B|X)={}_{10}C_9x^9(1-x)^1$  ... 表の出る確率 $x$ のコインで, 10回中表が9回出る確率

$$\Rightarrow P(X|B) = \frac{P(X)P(B|X)}{P(B)} = \frac{10}{9}k_1x^6(1-x)^4{}_{10}C_9x^9(1-x) = k_2x^{15}(1-x)^5$$

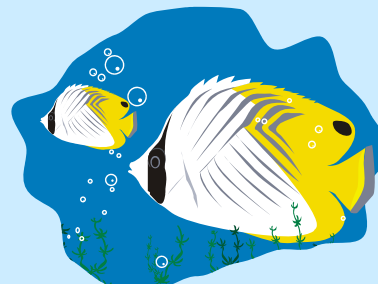
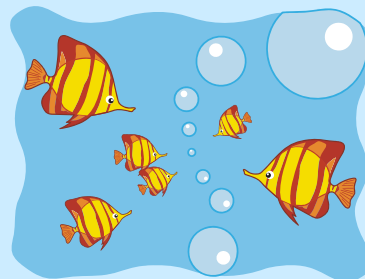
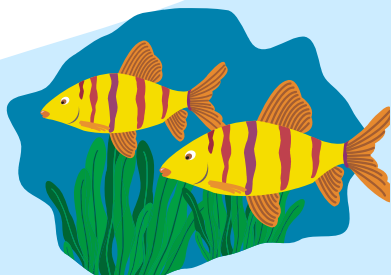
©Step3: 試行3回目...



# Coffee Break!



湖の中にいる，特定の魚の**数**を**推定**したい  
どうしたらよいか？



# Coffee Break!



標識再捕獲法  
(mark-recapture method)  
ともいう

## 「捕獲再捕獲法 capture-recapture method」

- 湖の中の魚の個体数( $N$ 匹)を推定したい
  - Step1 (ランダムに) 魚を捕獲( $M$ 匹), 印  $\bigcirc$  をつけて放す
  - Step2: しばらくおいて, (ランダムに) 魚を再捕獲( $n$ 匹)し, 印の付いている魚を数える( $m$ 匹)



Step1: 捕獲後,  
印  $\bigcirc$  を付けた魚 ( $M$ 匹)

Step2: 再捕獲 ( $n$ 匹)

再捕獲魚のうち  
印の付いた魚 ( $m$ 匹)

未知の推定したい数値

総数  $N$  匹: 印  $\bigcirc$  付き  $M$  匹

再捕獲  $n$  匹: 印  $\bigcirc$  付き  $m$  匹

既知の観測数値

➡  $N:M = n:m$  より  
推定値:  $\hat{N} = \frac{Mn}{m}$

例)  $M=300, n=500, m=5$  なら

$$\hat{N} = \frac{300 \cdot 500}{5} = 30000$$

# 演習

**問** 文教太郎君の受けた試験が、1問10点の**全10問**で、  
すべて**3択**だった場合、彼が 秘伝・鉛筆転がし で単位をと  
れる(60点以上とる)可能性を予測しなさい

シミュレーション回数(試行回数)は、 $x$ 回とする  
(つまり、太郎君が同じ試験を $x$ 回受けたこととする)

ただし、「 $x = 30 + \text{あなたの学籍番号下1桁}$ 」とする

## <ヒント>

3択なので、6面体サイコロを振った時、1か2の目が出たら正解！とすればよい  
試験は全10問なので、1回のシミュレーションで10個サイコロをふり、1と2の目が何回出たかを観察する。それを $x$ 回行う  
結果が出たら、60点以上で単位取得なので、該当する部分から確率(予測値)を計算



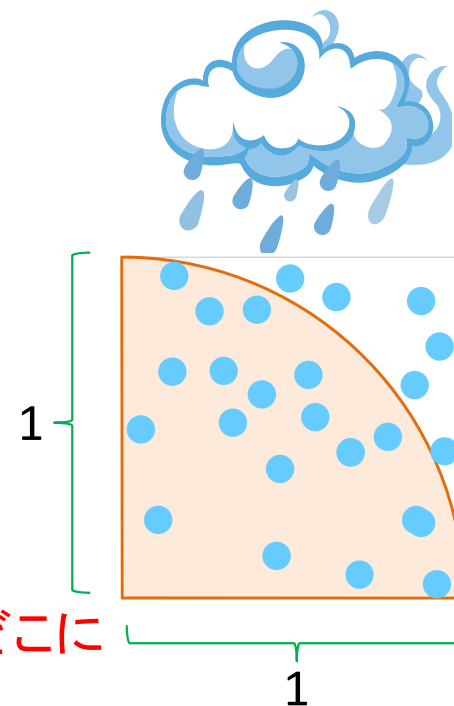
# 問題

**問** 円周率 $\pi$ はいくつか？

## モンテカルロ法(モンテカルロ・シミュレーション)

一辺1の正方形と内接する半径1の $\frac{1}{4}$ 円を描く(右図)

右の正方形の領域に「雨が降る」としよう。雨は、正方形領域のどこに降るだろう？ もちろん、 $\frac{1}{4}$ 円の内部か外部のどちらかだよ



そして、全雨粒の内、円の内部に降る雨粒の数は、正方形の面積(1)に対する $\frac{1}{4}$ 円の面積( $\pi/4$ )の比に近い値になりそうだよね

だから、全雨粒の数を $T$ 、円内に降る雨粒数を $R$ とすると

$$\text{正方形面積} : \frac{1}{4}\text{円面積} = 1 : \pi/4 = T : R$$

となる。即ち、 $\pi/4 = R / T \Leftrightarrow \pi = 4 \times R \div T$

この式は何を意味するのか？  $R$ と $T$ が分かれば $\pi$ を計算できるってこと！

さあ、雨粒をたくさん降らせ( $T=10,000$ 粒としよう)、 $R$ の数を数えよう！

これが、モンテカルロ法による、円周率 $\pi$ の近似法(の1つ)だよ



# 問題

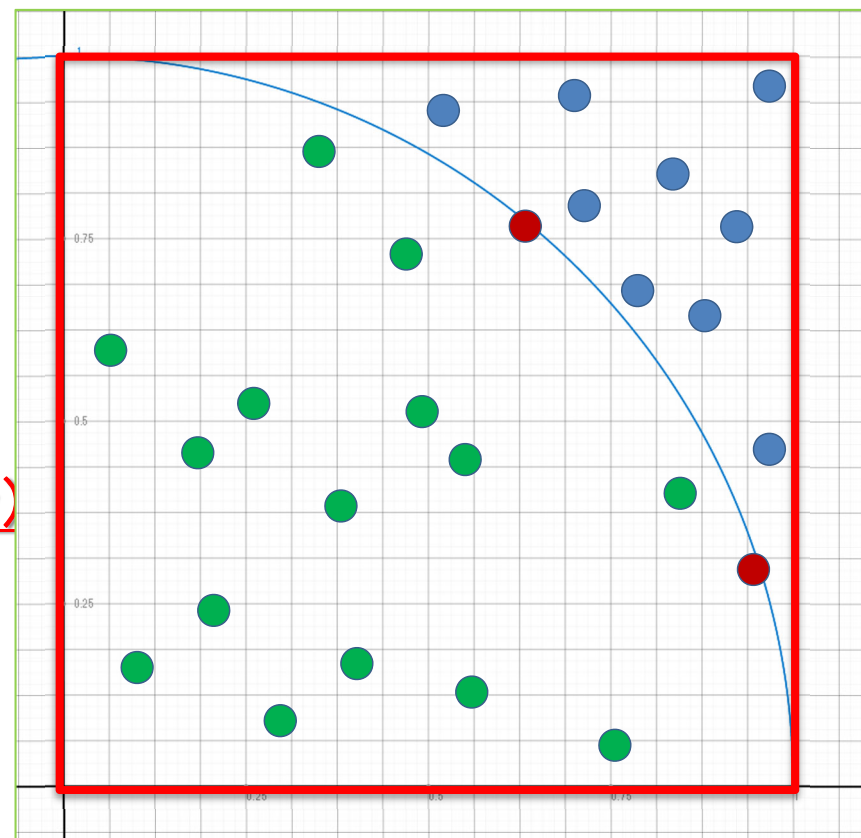
問 円周率 $\pi$ はいくつか？

モンテカルロ法(モンテカルロ・シミュレーション)

$$\pi = 4 \times R \div T$$

T=降らせる雨粒の数(例:T=10,000粒)

R=円内に降った雨粒の数(数える/計算させる)



中心座標( $a, b$ ), 半径  $r$  の円の式は  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$   
今, 中心原点( $0, 0$ ), 半径  $1$  の円なので  $x^2 + y^2 = 1$

ある点  $(x, y)$  (=1つの雨粒) が, 円の内部にある(降る)とは,  
$$x^2 + y^2 < 1$$

を満たすということ

つまり, ある点  $(x, y)$  (=1つの雨粒) が 円内に降ったかどうかは,  
$$x^2 + y^2$$

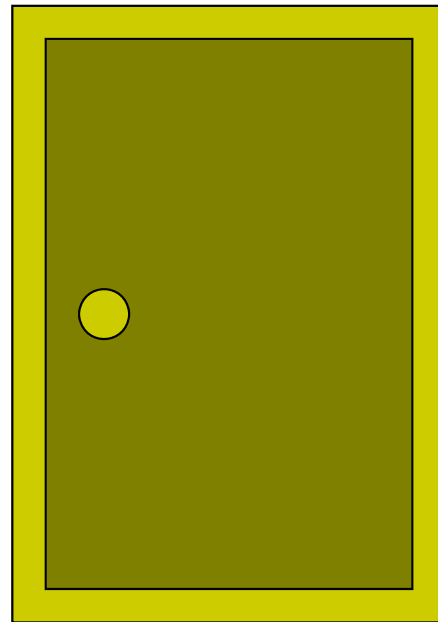
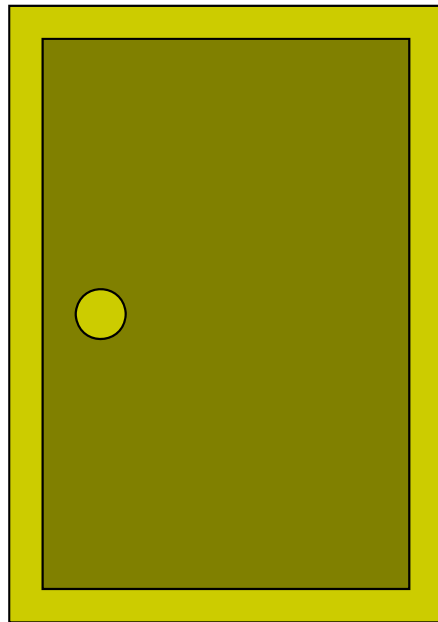
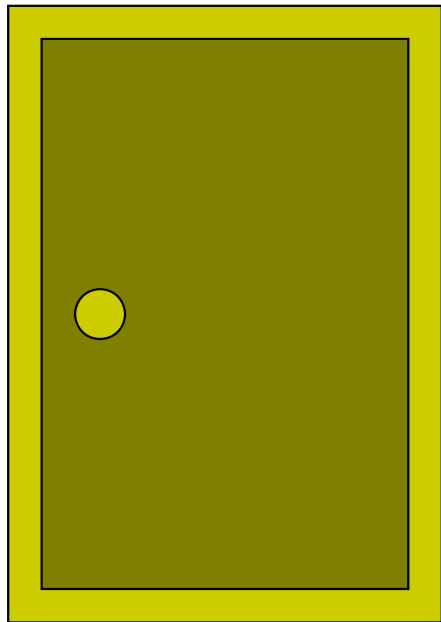
を計算した結果が 1より小さいかどうかを見れば良い(これで, Rを数えられる!)

- : 円内にある点(雨粒)
- : 円外にある点(雨粒)
- : 円上にある点(雨粒)

# Coffee Break!



## Monty-Hole Dilemma 確率的直感



3枚の扉の向こうに

•1万ドル(当たり)

•山羊(はずれ)

•山羊(はずれ)

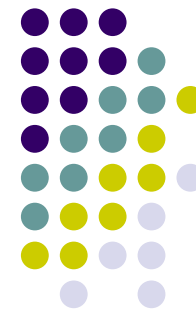
が隠されているよ.  
扉を1つだけ選んでく  
ださい

選んだ? さて, 貴  
方が選ばなかった2  
つの扉のうち, 片方  
は絶対外れだよな.  
それを開けます

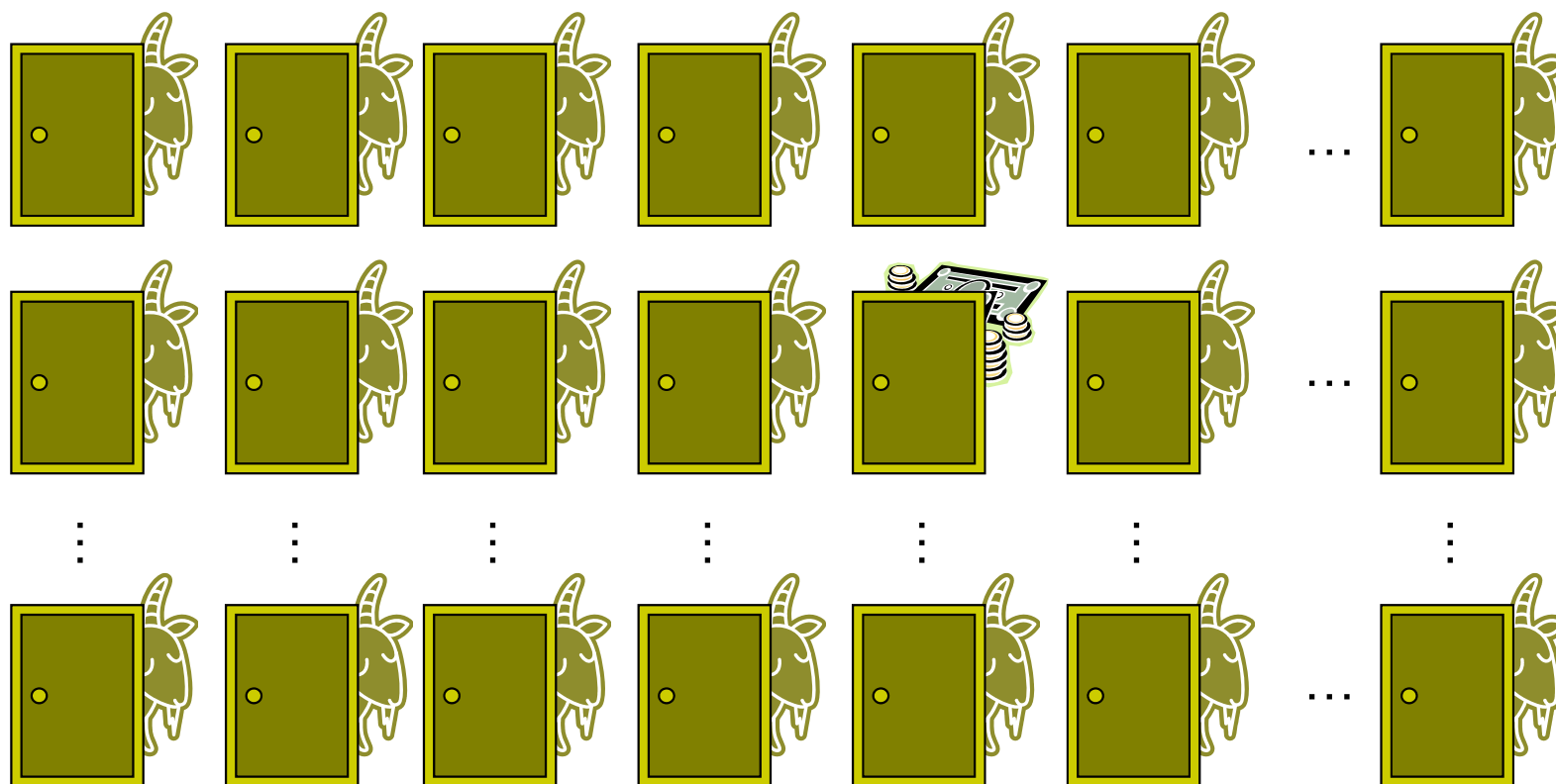
では, 貴方が最初に  
選んだ扉と, もう一つ  
の扉, どちらを開け  
てもいいよ. さあどう  
する?



# Coffee Break!



## Monty-Hole Dilemma



どうしても納得  
いかない人の  
ため、扉の  
数を増やして  
みましょう！

最初に選ぶ  
扉が100個  
あったらどう  
かしら？

100個の扉からあなたが1つを選んだ後で、残り99の扉のうち山羊(はずれ)の98の扉を開いて見せます。さあ、開く扉を変えてもいいよ。それともやっぱり、あなたは開く扉を変えない？

あなたの最初の選択は神懸かり的な幸運に恵まれているのかしら？



# Coffee Break!



## クイズ・ミリオネアとお助けルール50-50

世の中で役に立つ確率統計3

問題: × × × × ...

A. ○○○○

B. △△△△

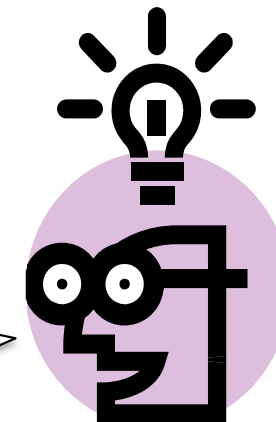
C. □□□□

D. ◇◇◇◇



さっぱり分からないよ(泣)

ならば、考えずにサイコロを  
振って選びなさい



さいころ  
の教え

A. ○○○○

B. △△△△

C. □□□□

D. ◇◇◇◇

A. ○○○○

~~B. △△△△~~

~~C. □□□□~~

D. ◇◇◇◇

50-50で2つ消してもらおう

A. ○○○○

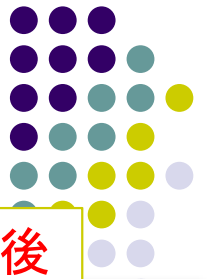
~~B. △△△△~~

~~C. □□□□~~

D. ◇◇◇◇

選択を変更して  
ファイナルアンサー!  
(当たる確率3/4)

# Coffee Break! Monty-Hole Dilemma 解説



Monty-Holeが外れ扉を開ける前

貴方が選んだ扉が当たりの確率

$$\frac{1}{3}$$

各扉の  
当選確率

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

貴方が選ばなかった扉群が当たりの確率

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

そのうち各扉の当たりの確率

Monty-Holeが外れ扉を開けた後

貴方が選んだ扉が当たりの確率

$$\frac{1}{3}$$

各扉の  
当選確率

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 0 = 0$$

$$\frac{2}{3}$$

貴方が選ばなかった扉群が当たりの確率

$$1$$

$$\frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$

そのうち各扉の当たりの確率

# 問題

**問** 酔っ払いが道を歩いている  
あっちにふらふら, こっちにふら  
ふら, …あぶなっかしい

無事に家までたどり着けるだ  
ろうか？

## ランダム・ウォーク(酔歩)

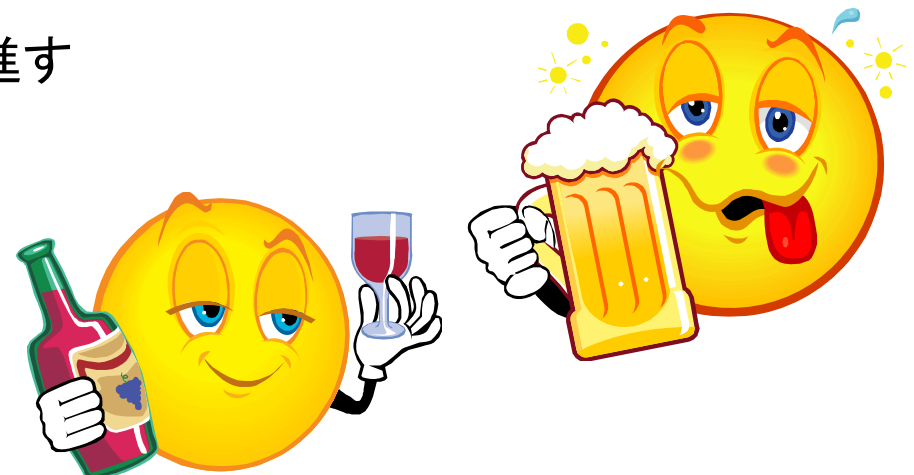
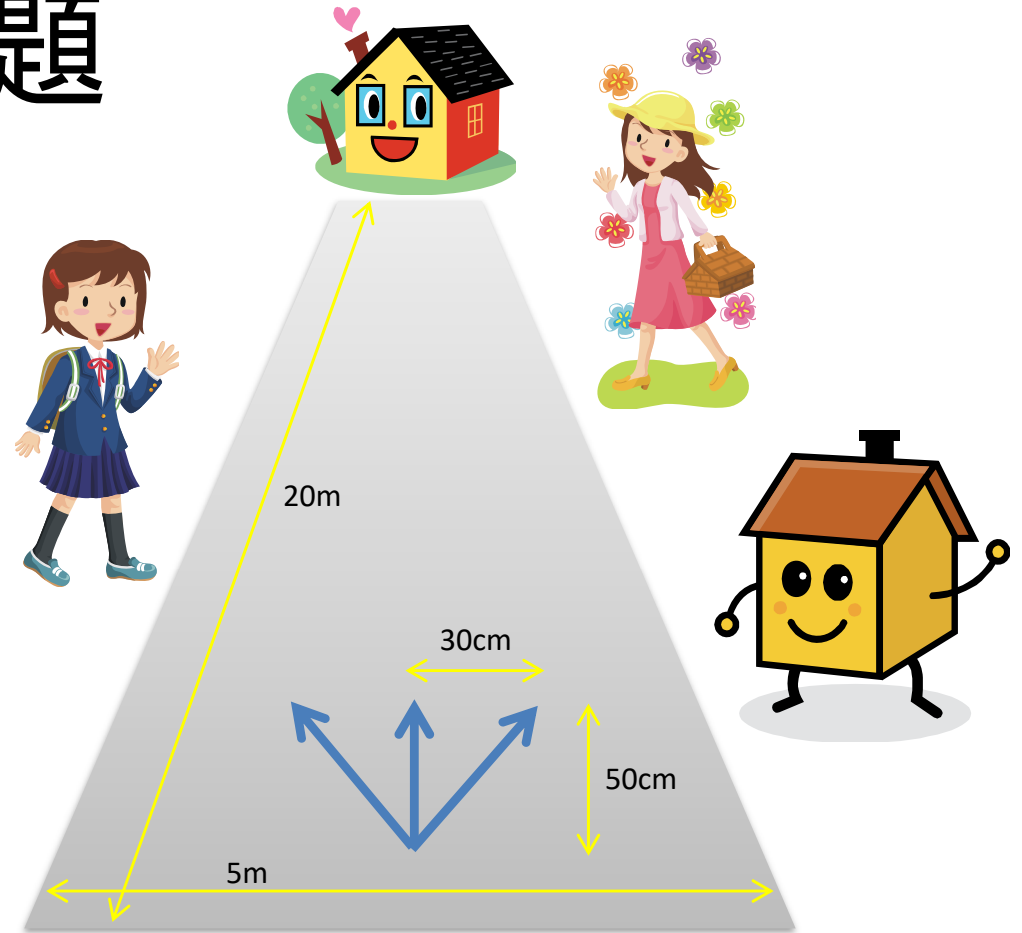
彼の歩みは

- 1/3の確率で右にふらふら
- 1/3の確率で左にふらふら
- 1/3の確率でまっすぐ

としよう. ただし, いつも1歩(50cm)は前進す  
るとし, 左右へふらつく距離は30cmとする  
道幅を5m

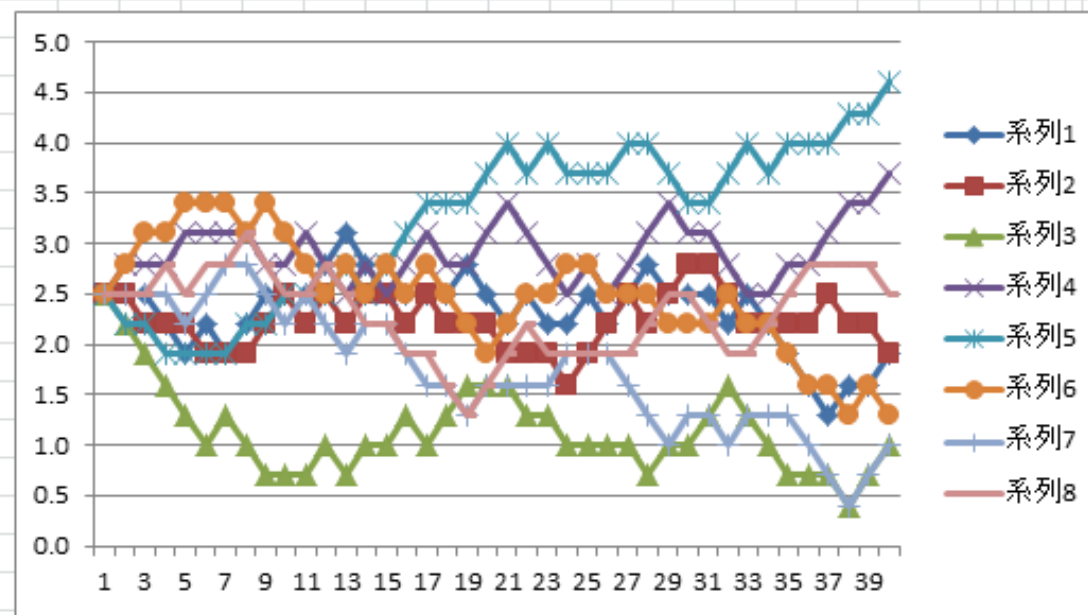
現在位置(初期位置)は道路の真ん中  
とし, 家まで20mとする

この設定で**シミュレーション**をするよ



# 演習

|    | N     | O     | P   | Q   | R   | S   | T   | U   | V   | W   | X   | Y   | Z   | AA  | AB  | AC  | AD  | AE  | AF  | AG  | AH   | AI   | AAAAAAAAAAAAAAAAAAAA | AY | AZ | BA | BB |  |  |  |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
|----|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|----------------------|----|----|----|----|--|--|--|------|------|------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|------|
| 1  |       | start |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |                      |    |    |    |    |  |  |  |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  | goal |
| 2  | 歩数(歩) | 1     | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20   | 21   |                      |    |    |    |    |  |  |  | 37   | 38   | 39   | 40   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 3  | 距離(m) | 0.5   | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 7.5 | 8.0 | 8.5 | 9.0 | 9.5 | 10.0 | 10.5 |                      |    |    |    |    |  |  |  | 18.5 | 19.0 | 19.5 | 20.0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 4  | 位値    | 2.5   | 2.5 | 2.5 | 2.2 | 1.9 | 2.2 | 1.9 | 2.2 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.8 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.8 | 2.5  | 2.2  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 1.3  | 1.6  | 1.6  | 1.9  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 5  |       | 2.5   | 2.5 | 2.2 | 2.2 | 2.2 | 1.9 | 1.9 | 1.9 | 2.2 | 2.5 | 2.2 | 2.5 | 2.2 | 2.5 | 2.5 | 2.2 | 2.5 | 2.2 | 2.2 | 2.2  | 1.9  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 2.5  | 2.2  | 2.2  | 1.9  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 6  |       | 2.5   | 2.2 | 1.9 | 1.6 | 1.3 | 1.0 | 1.3 | 1.0 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 1.0 | 0.7 | 1.0 | 1.0 | 1.3 | 1.0 | 1.3 | 1.6 | 1.6  | 1.6  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 0.7  | 0.4  | 0.7  | 1.0  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 7  |       | 2.5   | 2.8 | 2.8 | 2.8 | 3.1 | 3.1 | 3.1 | 3.1 | 2.8 | 2.8 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 3.1 | 2.8 | 2.8 | 3.1  | 3.4  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 3.1  | 3.4  | 3.4  | 3.7  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 8  |       | 2.5   | 2.2 | 2.2 | 1.9 | 1.9 | 1.9 | 1.9 | 2.2 | 2.2 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 3.1 | 3.4 | 3.4 | 3.4 | 3.7  | 4.0  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 4.0  | 4.3  | 4.3  | 4.6  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 9  |       | 2.5   | 2.8 | 3.1 | 3.1 | 3.4 | 3.4 | 3.4 | 3.1 | 3.4 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.2 | 1.9  | 2.2  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 1.6  | 1.3  | 1.6  | 1.3  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 10 |       | 2.5   | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.2 | 2.5 | 2.8 | 2.8 | 2.5 | 2.2 | 2.5 | 2.2 | 1.9 | 2.2 | 2.2 | 1.9 | 1.6 | 1.6 | 1.3 | 1.6  | 1.6  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 0.7  | 0.4  | 0.7  | 1.0  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |
| 11 |       | 2.5   | 2.5 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.8 | 2.8 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.5 | 2.8 | 2.5 | 2.2 | 2.2 | 1.9 | 1.9 | 1.6 | 1.3 | 1.6  | 1.9  |                      |    |    |    |    |  |  |  | 2.8  | 2.8  | 2.8  | 2.5  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |      |



無事にたどり着けたかな？



# 2次元ランダムウォーク

**問** 酔っ払いが道を歩いている

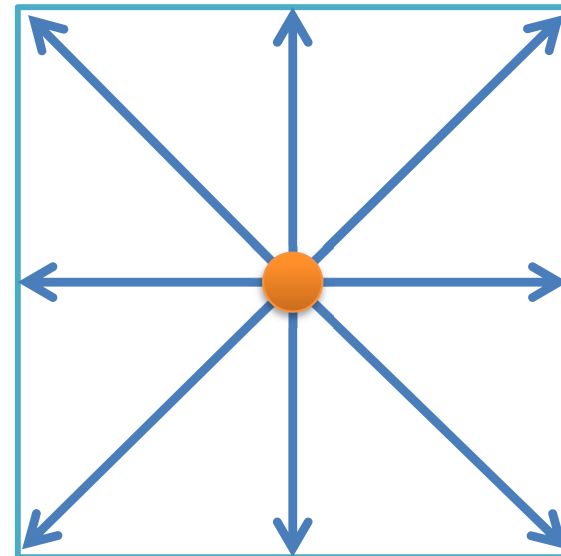
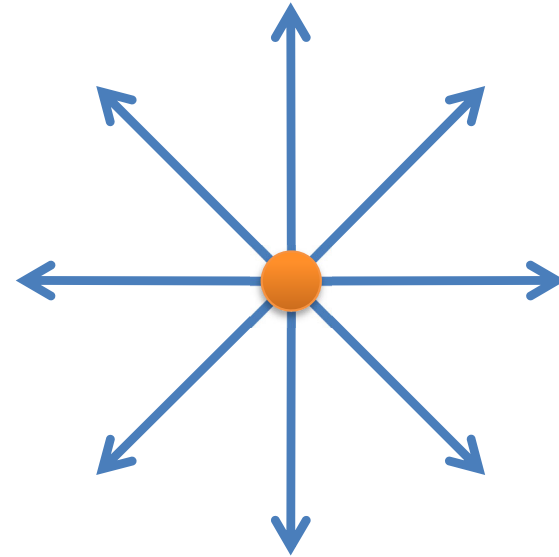
あっちにふらふら, こっちにふら  
ふら, …あぶなっかしい

無事に家までたどり着けるだ  
ろうか？

## 2次元ランダム・ウォーク(酔歩)

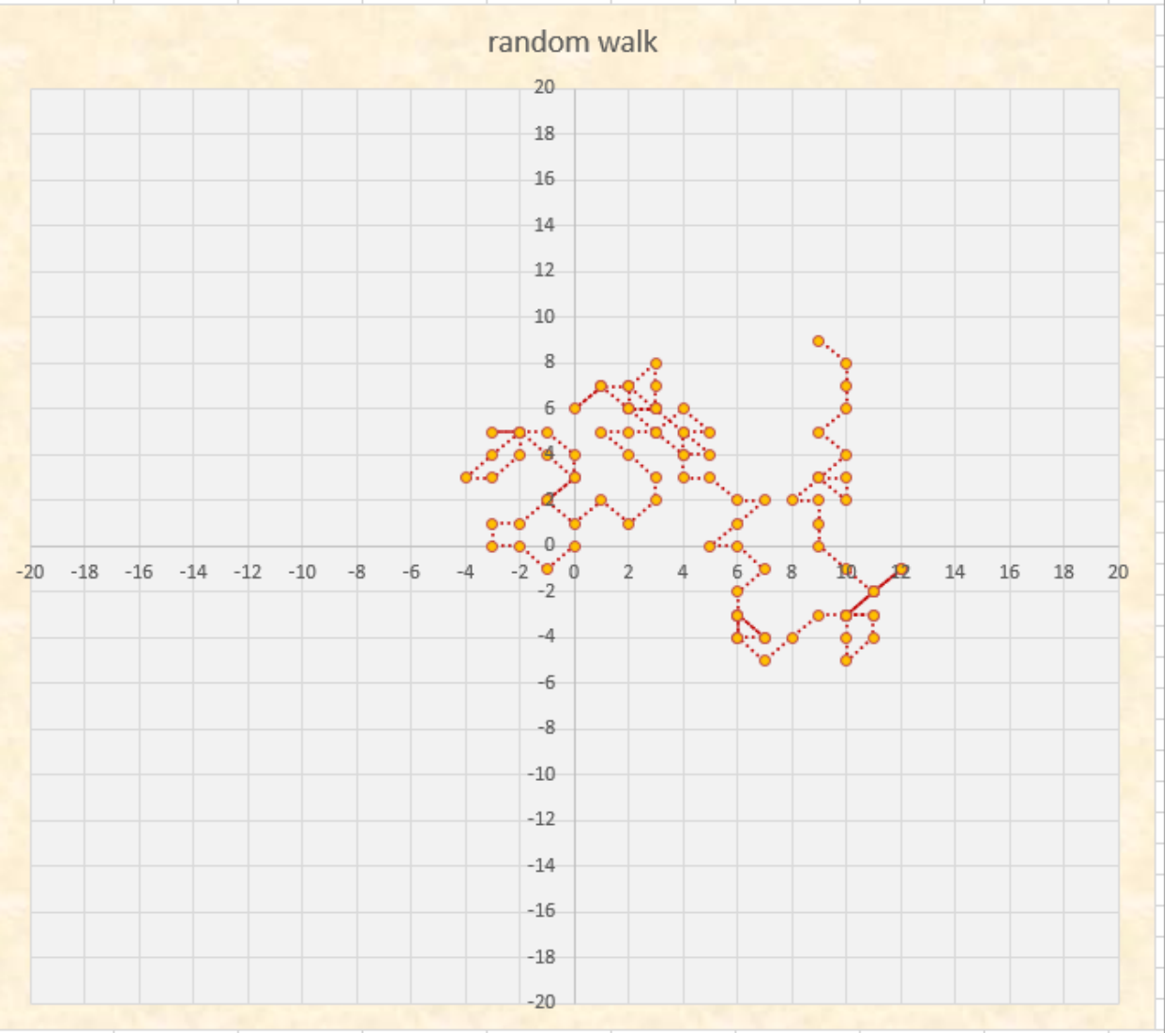
東西南北8方向にそれぞれ1/8の確率で進む

この設定でシミュレーションをするよ

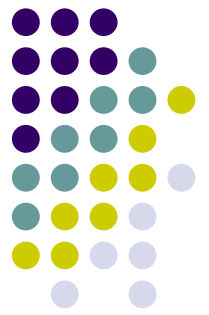


# 演習

|    | A               | B    | C  | D   | E   | F | G  | H  | I  | J | K | L  | M   | N | O | P | Q | R | S | T | U | V |
|----|-----------------|------|----|-----|-----|---|----|----|----|---|---|----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | 2次元ランダムウォーク(酔歩) |      |    |     |     |   |    |    |    |   |   |    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  |                 |      |    |     |     |   |    |    | 2  |   | 3 | 4  |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  |                 | 歩幅   |    | 1   |     |   |    | 乱数 |    |   | x | y  |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  |                 | 次の一步 |    | x座標 | y座標 |   | 1  |    |    |   | ( | 0  | 0)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  |                 | 1    | 東  | 1   | 0   |   | 2  | 4  | 南西 |   | ( | -1 | -1) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  |                 | 2    | 南東 | 1   | -1  |   | 3  | 6  | 北西 |   | ( | -2 | 0)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  |                 | 3    | 南  | 0   | -1  |   | 4  | 5  | 西  |   | ( | -3 | 0)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  |                 | 4    | 南西 | -1  | -1  |   | 5  | 7  | 北  |   | ( | -3 | 1)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  |                 | 5    | 西  | -1  | 0   |   | 6  | 1  | 東  |   | ( | -2 | 1)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 |                 | 6    | 北西 | -1  | 1   |   | 7  | 8  | 北東 |   | ( | -1 | 2)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 |                 | 7    | 北  | 0   | 1   |   | 8  | 8  | 北東 |   | ( | 0  | 3)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 |                 | 8    | 北東 | 1   | 1   |   | 9  | 7  | 北  |   | ( | 0  | 4)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 |                 |      |    |     |     |   | 10 | 6  | 北西 |   | ( | -1 | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 |                 |      |    |     |     |   | 11 | 5  | 西  |   | ( | -2 | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 |                 |      |    |     |     |   | 12 | 3  | 南  |   | ( | -2 | 4)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 |                 |      |    |     |     |   | 13 | 4  | 南西 |   | ( | -3 | 3)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 |                 |      |    |     |     |   | 14 | 5  | 西  |   | ( | -4 | 3)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 |                 |      |    |     |     |   | 15 | 8  | 北東 |   | ( | -3 | 4)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 |                 |      |    |     |     |   | 16 | 8  | 北東 |   | ( | -2 | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 |                 |      |    |     |     |   | 17 | 5  | 西  |   | ( | -3 | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 |                 |      |    |     |     |   | 18 | 1  | 東  |   | ( | -2 | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 |                 |      |    |     |     |   | 19 | 2  | 南東 |   | ( | -1 | 4)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 |                 |      |    |     |     |   | 20 | 2  | 南東 |   | ( | 0  | 3)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 |                 |      |    |     |     |   | 21 | 4  | 南西 |   | ( | -1 | 2)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 |                 |      |    |     |     |   | 22 | 2  | 南東 |   | ( | 0  | 1)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 |                 |      |    |     |     |   | 23 | 8  | 北東 |   | ( | 1  | 2)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 |                 |      |    |     |     |   | 24 | 2  | 南東 |   | ( | 2  | 1)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 28 |                 |      |    |     |     |   | 25 | 8  | 北東 |   | ( | 3  | 2)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 29 |                 |      |    |     |     |   | 26 | 7  | 北  |   | ( | 3  | 3)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 30 |                 |      |    |     |     |   | 27 | 6  | 北西 |   | ( | 2  | 4)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 31 |                 |      |    |     |     |   | 28 | 6  | 北西 |   | ( | 1  | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 32 |                 |      |    |     |     |   | 29 | 1  | 東  |   | ( | 2  | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 33 |                 |      |    |     |     |   | 30 | 1  | 東  |   | ( | 3  | 5)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 34 |                 |      |    |     |     |   | 31 | 6  | 北西 |   | ( | 2  | 6)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 35 |                 |      |    |     |     |   | 32 | 1  | 東  |   | ( | 3  | 6)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 36 |                 |      |    |     |     |   | 33 | 5  | 西  |   | ( | 2  | 6)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |



# Coffee Break!



答えづらい質問に答えて欲しいけど...

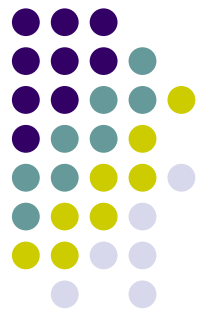
**問**: 思春期の男女90人に、恋人がいるかどうか調査したい

時間が無いので、「恋人はいるか」という質問に、『Yes』ならその場で手をあげてもらうことにしよう. 手を上げなかった人は『No』ということだよ

自分の答えが**みんなにばれてしまう**ので、  
いないのに見栄を張って『YES』と答える人がいるかも...  
いるのに、隠しておきたくて『NO』と答える人もいるよね...

**正確な調査(正直な答え)**を期待できるかな? どうしたらいい?

# Coffee Break!



## 実現例：ランダム回答法

90人全員にサイコロを振って貰う。出た目は誰にも知らせないこと

- ◆ 1,2が出た人『恋人はいるよね?』に回答... 「いる=Yes」「いない=No」
- ◆ 3-6が出た人『恋人はいないよね?』に回答... 「いる=No」「いない=Yes」

Yesの人全員に手を上げて貰う(数えたら47人だった)。おわり

本人以外は、どちらの質問に答えているのかわからない  
= プライバシーが保護される  
= 正直な答えを期待できる(わざわざ嘘をつく理由がない)  
そして、恋人がいる人数をある程度正確に推定できる!

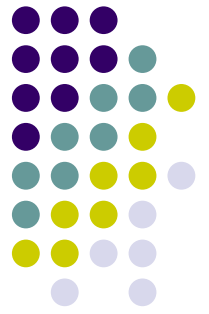
集計後の計算: 真の値(恋人がいる人の数)を $x$ 人とする。よって、いない人の数は $90-x$ 人

- 恋人がいる $x$ 人のうち、上の質問に答える人は全体の $1/3$ いて、Yesと答える
- 恋人がいない $90-x$ 人のうち、下の質問に答える人は全体の $2/3$ いて、Yesと答える

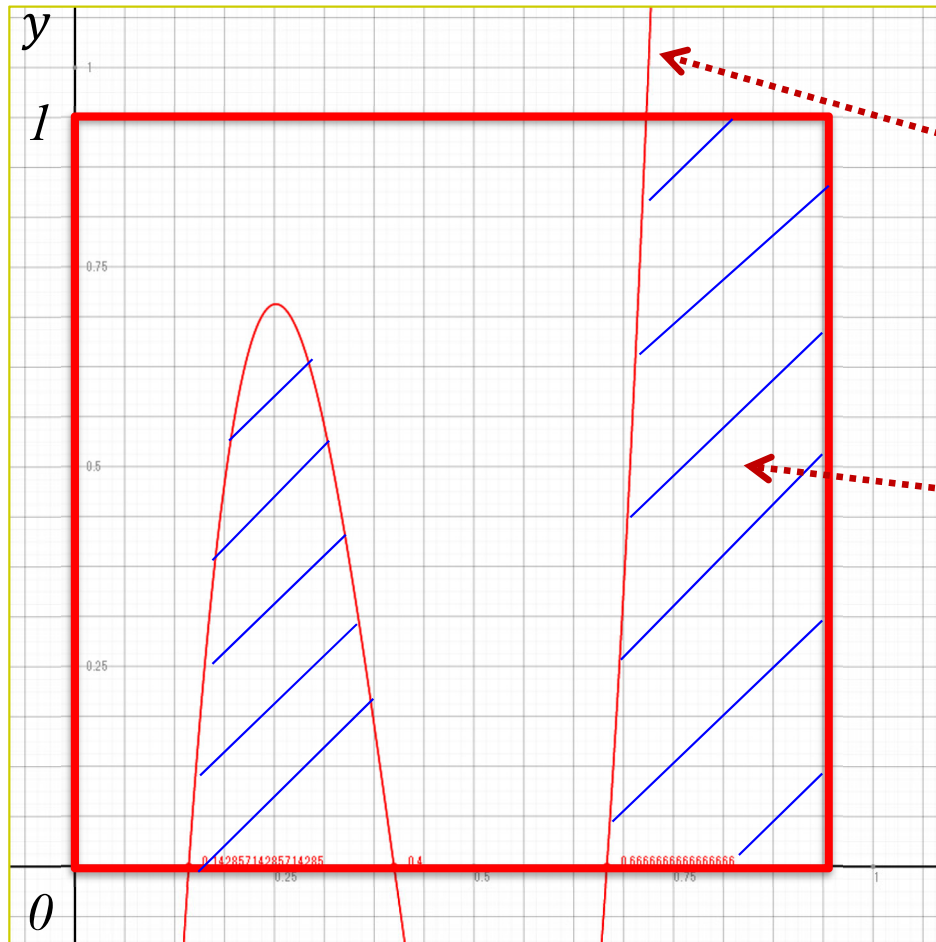
Yesと答えたのは全部で47人だったから...

$$\frac{1}{3}\hat{x} + \frac{2}{3}(90 - \hat{x}) = 47 \quad \therefore \hat{x} = 39$$

# 演習



**問** 原点を左下とする一辺1の正方形領域において、与えられた関数の下側にくる面積を求めなさい

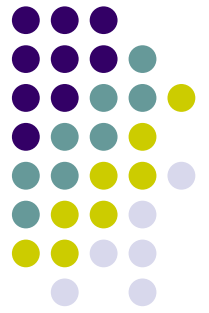


与えられた関数

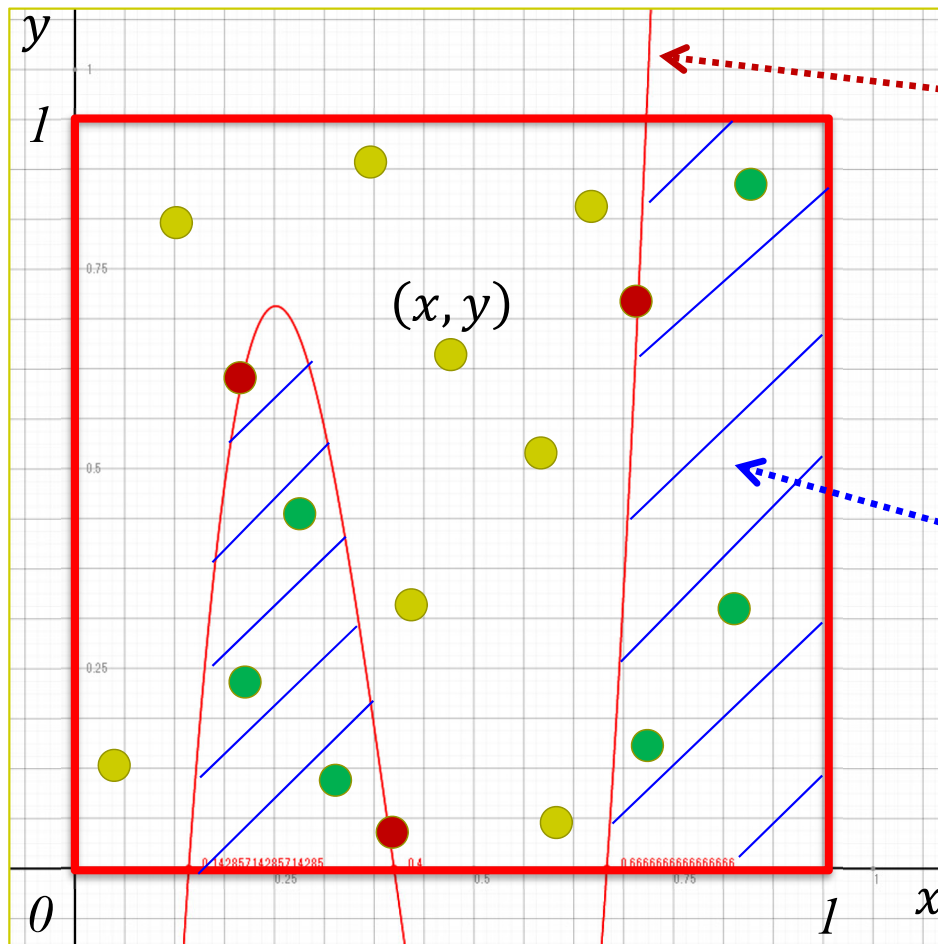
$$y = (3x - 2)(5x - 2)(7x - 1) \\ = 105x^3 - 148x^2 + 61x - 6$$

求めたい面積(青斜線部)

# 演習(ヒント)



**問** 原点を左下とする一辺1の正方形領域において、与えられた関数の下側にくる面積を求めなさい



与えられた関数

$$y = (3x - 2)(5x - 2)(7x - 1) \\ = 105x^3 - 148x^2 + 61x - 6$$

- : 関数の下側にある点
- : 関数の上側にある点
- : 関数上にある点

ある点 $(x, y)$ が関数の下側にあるとは

$y < (3x - 2)(5x - 2)(7x - 1)$   
を満たすということ。つまり、  
 $(3x - 2)(5x - 2)(7x - 1)$   
を計算した結果より $y$ が小さければOK  
(点 $(x, y)$ が関数の下側にある)

故に、 $T=10,000$ 粒の雨(=点 $(x, y)$ )を  
降らせ、そのうちこれを満たす数(= $R$ )  
を数えたとき、求める面積 $S=R/T$

# もっと知りたい人へ

- 関連する授業

- 「**基礎統計**」(1/2セメ)
- 「**基礎統計演習**」(3/4セメ)
- 「**シミュレーションモデル分析**」(3/4セメ)
- 「**統計モデル分析**」(5セメ)
- 「**ビックデータ・AI演習**」(6セメ)
- etc...