

問題解決技法入門

6. Scheduling Sports Scheduling

堀田 敬介

SPORTS SCHEDULING

問) 6チーム(A, B, C, D, E, F)が, それぞれ1対1で対戦するスポーツで, 各チームが全チームと丁度1回ずつ対戦する, 総当たりリーグ戦のスケジュールをつくれ

チーム\スロット	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					
E					
F					

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる

チーム\スロット	1	2	3	4	5	Home	Away
A	D						
B	F						
C	E						
D	A						
E	C						
F	B						

※各行(チーム)で○が付いている箇所では, そのチームがAwayで戦う

(例) slot1 の[A vs. D] は, Aの行に○があるので, AがAwayでDがHome

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる

チーム\スロット	1	2	3	4	5	Home	Away
A	D	E	C	B	F	2	3
B	F			A			
C	E		A				
D	A						
E	C	A					
F	B				A		

※各行(チーム)で○が付いている箇所では, そのチームがAwayで戦う

(例) slot1 の[A vs. D] は, Aの行に○があるので, AがAwayでDがHome

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away, Break

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に, HH, AA のように, HomeやAwayが2回連続する場合, **Break**という

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる

チーム\スロット	1	2	3	4	5
A	A	A	H	A	H
B	H	A	A	H	H
C	A	A	A	H	A
D	H	H	H	A	H
E	H	H	A	H	A
F	A	H	H	A	A

Home-Away table

- 【Home-Away table を作る際の注意点】
1. 同じパターンのチームが2つあるのはダメ
(なぜか?)

team A: HAHAH
team B: HAHAH

2. 各スロットでHとAの数が異なってはダメ
(なぜか?)

H
A
A
H
H
H

- Break合計を最小化
- Breakの偏りを最小化

(※ Home-Away table 1・2を満たしても, スケジュールが組めるとは限らない)
(※与えられたHome-Away tableでスケジュールができるかどうかの判定はNP困難)

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件: Home-Away, Break

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に, HH, AA のように, HomeやAwayが2回連続する場合, Breakという

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away もありうる

チーム\スロット	1	2	3	4	5	Break
A	A	A	H	A	H	1
B	H	A	A	H	H	2
C	A	A	A	H	A	2
D	H	H	H	A	H	2
E	H	H	A	H	A	1
F	A	H	H	A	A	2
Home-Away table						10

【Break数最小のパターン】

1. HAHAH (Break 0)
2. AHAHA (Break 0)

【Break数最大のパターン】

1. HHHHH (Break 4)
2. AAAAA (Break 4)

※それぞれ2つしかない

よって

※6チームの場合,
Breakの合計は
4以上20以下

SPORTS SCHEDULING

※coe値の定義は、強豪チームに限ったものではない
※最終日の翌日は初日と定義する

考慮したい条件: coe (carry-over effect)

- 強豪チーム(A)と対戦し疲弊したチーム(B)と次に戦うチームは有利だろう
- d 日目 [team i v.s. team k], $d+1$ 日目 [team j v.s. team k] のとき, 「team i が team j に carry-over effect を与える」と定義

チーム\スロット	1	2	3
A(強豪)	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

1日目 [A v.s. B]

2日目 [D v.s. B] (強豪Aと対戦後でBは疲弊中)
→ A が D に coe を与えた ($c_{AD}=1$)

2日目 [A v.s. C]

3日目 [B v.s. C] (強豪Aと対戦後でCは疲弊中)
→ A が B に coe を与えた ($c_{AB}=1$)

3日目 [A v.s. D]

1日目 [C v.s. D] (強豪Aと対戦後でDは疲弊中)
→ A が C に coe を与えた ($c_{AC}=1$)

- coe行列

$$(c_{ij}) = \begin{matrix} & A & B & C & D \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1日目 [B v.s. A] 2日目 [C v.s. A] → B が C に coe を与えた ($c_{BC}=1$)
2日目 [B v.s. D] 3日目 [A v.s. D] → B が A に coe を与えた ($c_{BA}=1$)
3日目 [B v.s. C] 1日目 [D v.s. C] → B が D に coe を与えた ($c_{BD}=1$)

※チーム数 $2n$ とすると, coe値が最小となるのは,
非対角要素が全て1のとき, 即ち

- coe値 = $\sum_{ij} c_{ij}^2 \{ \geq 2n(2n-1) \}$ $\forall i, j (i \neq j), c_{ij} = 1$ のときで $2n(2n-1)$ balanced schedule

SPORTS SCHEDULING

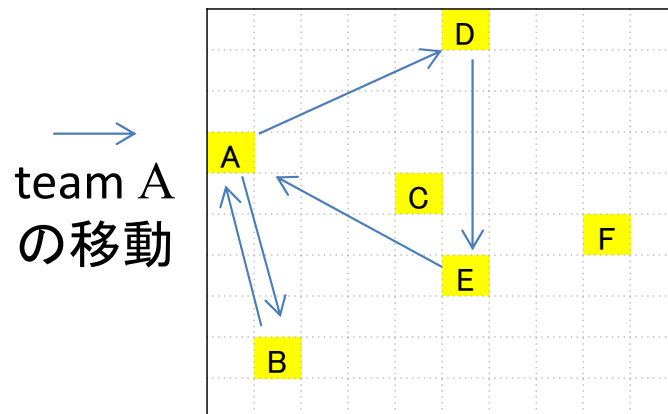
※スロット5がAwayのチームは
最後にホームに帰る

考慮したい条件: **総移動距離** (巡回トーナメントの場合)

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

チーム\スロット	1	2	3	4	5	移動ルート 距離の和	距離 計
A	D	E	C	B	F	$AD + DE + EA + AB + BA$ $= 6 + 6 + 6 + 5 + 5$	28
B							
C							
D							
E							
F							

	B	C	D	E	F
A	5	4	6	6	8
B		5	9	4	7
C			4	2	4
D				6	6
E					3



2チーム間の
距離

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件:その他

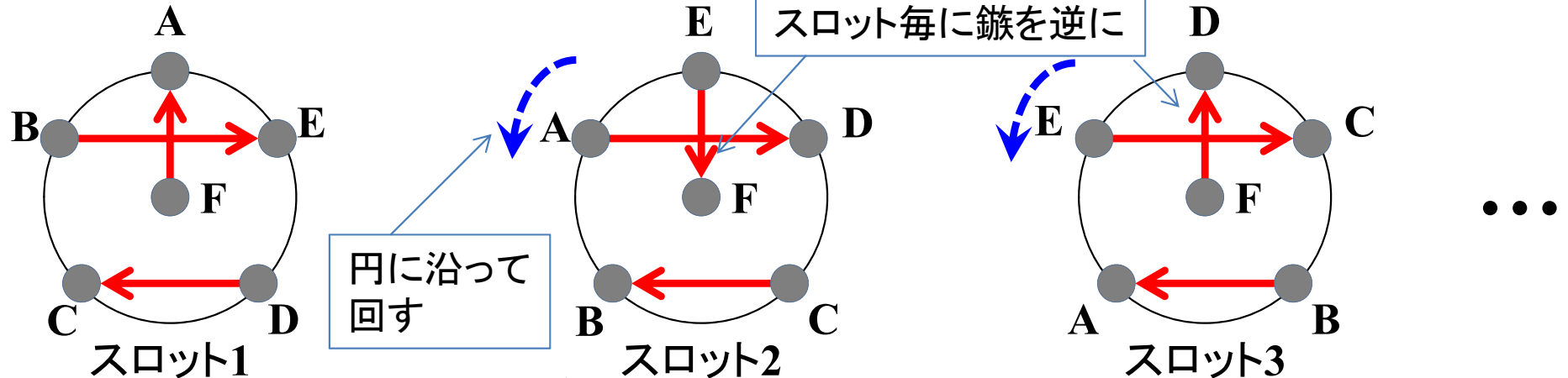
- TV放映権
- 会場(Home/本拠地)の都合
- 次の試合日は連続する日か? それとも何日か後か?
- 優勝争いは最終日までもつれて欲しい
- 様々な条件における, チーム間の公平性
- etc.

SPORTS SCHEDULING

- ✓ チーム数は偶数限定でよい
(なぜか？奇数の時はどうする？)

簡便な(1重)総当たりリーグ戦の作り方

- 基準スケジュール(Kirkman)



チーム\スロット	1	2	3	4	5	B
A	F	D	B	E	C	0
B	E	C	A	D	F	1
C	D	B	E	F	A	1
D	C	A	F	B	E	1
E	B	F	C	A	D	1
F	A	E	D	C	B	0

※表は、背景色付きがAway = その行のチームがAwayで戦う
例えば、team A の slot2 は [A(Away) vs. D(Home)]

【基準スケジュールの作り方】

- ✓ スロット1で、1チームを中心に、残りを円周上に配置
- ✓ 中心と上を結び、残りは全て上から順に横線を引く
- ✓ 横線の鋸は上から順に交互にする(全スロット共通)
- ✓ 矢線で結ばれたチームどうしが戦う(鋸側がHome)
- ✓ スロット2は、図のように円周に沿って全teamを一つ移動させる(以降同じ、中心teamは動かさない)
- ✓ 縦線の鋸は、スロット毎に逆にする(なぜか？)

【基準スケジュールの妥当性と性質[H/A, break]】

- ✓ Fが全teamと丁度1回戦うのは自明。他teamは円周上に奇数team & 左に居る時と右に居る時は円周上team listの一つ飛ばし対戦、円最下段で左→右移行時のみ連続対戦より
- ✓ team FはA/Hが交互に、team AはH/Aが交互になるのは自明。それ以外のteamはH/A交互 & break 1回(HH or AA)になる

SPORTS SCHEDULING

(1重)総当たり戦スケジューリングの最適化モデル例

➤ single round robin tournament problem

➤ チーム数 $|T|$ は偶数とし, 全チームと1回対戦

➤ 全試合 Home vs Away で戦う

※ $|T|$ 偶数として
一般性を失わない

➤ 目的例: Breakの合計を最小化

➤ 最適化問題の定式化(Σ 表記)

➤ 0-1変数 $x_{ijs} = 1 \dots$ slot s で i vs j (i が Home) / $x_{ijs} = 0 \dots$ しない

➤ 0-1変数 $y_{is} = 1 \dots$ team i が slot $s \rightarrow s+1$ で Break / $y_{is} = 0 \dots$ Breakではない

$$\min. \sum_{s \in S} \sum_{i \in T} y_{is} \quad s.t. \quad x_{ijs} + x_{ijs+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \leftarrow$$

$$x_{jis} + x_{jis+1} \leq y_{is} + 1 (\forall i \in T) \leftarrow$$

$$\sum_{i \in T/\{j\}} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall j \in T, \forall s \in S) \leftarrow$$

$$\sum_{s \in S} (x_{ijs} + x_{jis}) = 1 (\forall i, j \in T (i \neq j)) \leftarrow$$

$$x_{ijs} \in \{0,1\} (\forall i, j \in T, \forall s \in S)$$

$$y_{is} \in \{0,1\} (\forall i \in T, \forall s \in S)$$

例) 6チームの場合

team/slot	1	2	3	4	5
A	B	C			
B	A	E			
C	D	A			
D	C	F			
E	F	B			
F	E	D			

team i が slot間 $s \rightarrow s+1$ で
Home の Break があるか?
Away の Break があるか?

どのteam(i_2)も, 各slot(s)で,
H/Aどちらかで, どこか他の
1team(i_1)と1回戦う

どの2team(i_1, i_2)も, 全slot(S)
のどこかで, H/Aどちらかで,
丁度1回戦う

参考文献

- R.V. Rasmussen, M.A. Trick, ``Round robin scheduling –a survey,’’ European Journal of Operational Research 188 (2008) 617-636.
- R. Bao, ``Time relaxed round robin tournament and the NBA scheduling problem,’’ Cleveland State University, Ph.D Thesis (2009).
- 松井知己,「スポーツスケジューリング ～トーナメント表作成問題における組合せ論」
- 宮代隆平, 松井知己,「スポーツスケジューリング ～未解決問題を中心に」オペレーションズ・リサーチ Vol.50, no.2 (2005) 119-124.
- 早野大介,「スポーツの試合日程が勝敗に及ぼす影響についての一考察 ～NBAを例として」文教大学 情報学部 卒業論文 (2013).