2025/12/23 Tue.

問題解決技法入門

ゲーム理論

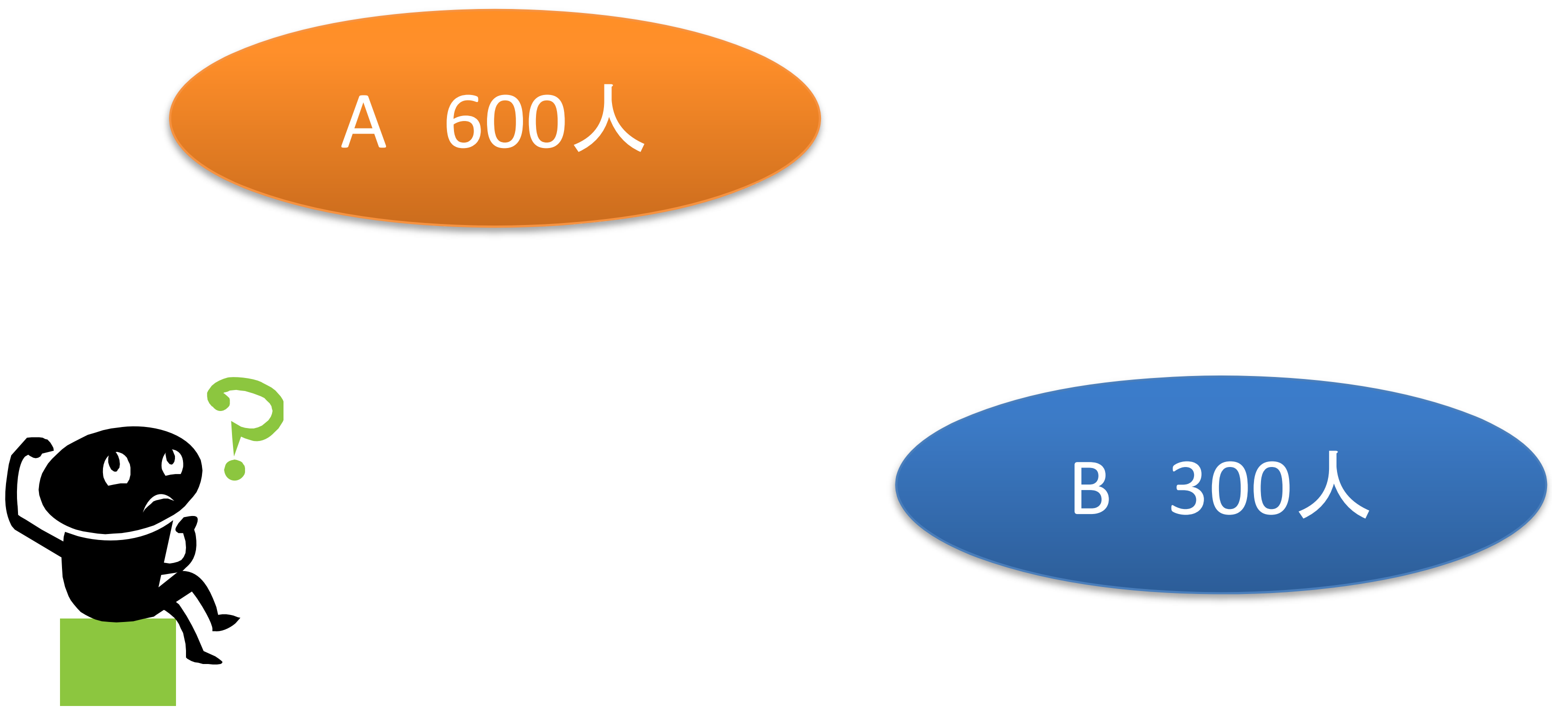
Game Theory

堀田 敬介

ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は，A=600人，B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると，見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると，スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店（両方出店や出店中止はない）
- 問:ダタールはどちらに出店すべきか？　またそれは何故か？



ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は，A=600人，B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると，見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると，スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店（両方出店や出店中止はない）
- 問:ダタールはどちらに出店すべきか？　またそれは何故か？

ダタ＼スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)

A
600人

B
300人

ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は，A=600人，B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると，見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると，スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店（両方出店や出店中止はない）
- 問：ダタールは**どちら**に出店すべきか？　またそれは**何故**か？

ダタ＼スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)

A 600人

B 300人

◆ 検討
- マキシミン基準（悲観的意思決定基準）　→　A地域へ出店せよ
- マキシマックス基準（楽観的意思決定基準）→　A地域へ出店せよ
- 期待値基準（算術平均値）　→　A地域へ出店せよ

ゲーム理論とは何か？

出展：「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は，A=600人，B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると，見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると，スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店（両方出店や出店中止はない）
- 問：ダタールはどちらに出店すべきか？　またそれは何故か？

ダタ＼スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)

A
600人

B
300人

◆ 検討
- マキシミン基準（悲観的意思決定基準）　→　A地域へ出店せよ
- マキシマックス基準（楽観的意思決定基準）　→　A地域へ出店せよ
- 期待値基準（算術平均値）　→　A地域へ出店せよ
- ゲーム理論による解答　→　B地域へ出店せよ

「1人の意思決定」と「複数の意思決定主体の相互作用であるゲーム」では解が異なる！

ゲーム理論とは何か？

- プレイヤー　player
  - 意思決定し，行動する主体．（2人，3人，…，n人，…，∞）
    - 例：個人，複数の個人から成る組織，政党，国家，…

プレイヤーの集合

$N=\{1, 2, \ldots, n\}$

- 戦略　strategy
  - プレイヤーが取りうる行動．（有限，無限）

プレイヤーiの戦略集合

$S_i=\{s_{i1}, s_{i2}, \ldots, s_{im}\} \quad (i \in N)$

- 利得と利得関数　payoff
  - 各プレイヤーの戦略決定後，ゲームは終了し，結果が出る．結果に対する各プレイヤーの何らかの評価値（利得 payoff, 効用 utility, …）

プレイヤーiの利得関数

$f_i : S_1 \times S_2 \ldots \times S_n \rightarrow R \quad (i \in N)$

ゲームの定義

$$G=(N, \{S_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N})$$

各プレイヤーは自己の利得最大化を目指し，
Gは全てのプレイヤーの共有知識とする

ゲーム理論とは何か？

J. von Neumann & O. Morgenstern
「ゲーム理論と経済行動」(1944)

- <u>ゲーム的状況　game situations</u>
  - 複数の意思決定主体(プレイヤー)が存在し，各々目的を持ち，その実現を目指して相互に依存しあっている状況
- <u>ゲーム理論　game theory</u>
  - ゲーム的状況を数理モデルを用いて定式化し，プレイヤー間の利害の対立と協力を分析する理論

＜ノーベル経済学賞受賞者(ゲーム理論関連)＞

1994年: J.F.Nash Jr., R.Selten, J.C.Harsanyi [非協力ゲームにおける均衡分析に関する理論の開拓]
1996年: Sir J.A.Mirrlees, W.S.Vickrey [「情報の非対称性のもとでの経済的誘因の理論」に対する貢献]
2001年: G.A.Akerlof, A.M.Spence, J.E.Stiglitz [非対称情報下での市場分析に関する貢献]
2005年: R.J.Aumann, T.C.Schelling [ゲーム理論分析を通じて対立と協力の理解を深めた功績]
2007年: L.Hurwicz, E.S.Maskin, R.B.Myerson [メカニズムデザインの理論の基礎を築いた功績]
2012年: A.E.Roth, L.S.Shapley [安定的な分配とマーケットデザインの実践に関する功績]
2014年: J.M.Tirole [市場の力と規制の分析に関する功績]
2016年: O.S.D.Hart, B.R.Holmstroem [契約理論への貢献]
2020年: P.R.Milgrom, R.B.Wilson Jr. [オークション理論の改良と新しいオークション形式の発明]

囚人のジレンマ

- 2人のプレイヤー（太郎と花子）がゲームをする
  - プレイヤーの戦略は「協力する（C; cooperate）」か「裏切る（D; defect）」か
  - 2人とも協力すれば，双方共に5の利得を獲得 [（C, C）なら（5, 5）]
  - 片方が裏切り（D），片方が協力（C）なら，裏切った方が多くの利得を得，裏切られた方は利得が無くなる [（D, C）なら（9, 0） / （C, D）なら（0, 9）]
  - 2人とも裏切った場合，双方共に1の利得を獲得 [（D, D）なら（1, 1）]

- 問：各プレイヤーはどちらの戦略をとるだろうか？

囚人のジレンマ

- 2人のプレイヤー（太郎と花子）がゲームをする
  - プレイヤーの戦略は「協力する（C; cooperate）」か「裏切る（D; defect）」か
  - 2人とも協力すれば，双方共に5の利得を獲得 [（C, C）なら（5, 5）]
  - 片方が裏切り（D），片方が協力（C）なら，裏切った方が多くの利得を得，裏切られた方は利得が無くなる [（D, C）なら（9, 0） / （C, D）なら（0, 9）]
  - 2人とも裏切った場合，双方共に1の利得を獲得 [（D, D）なら（1, 1）]
- 考察：2人のプレイヤーの利得表は以下

太郎＼花子	C	D
C	(5, 5)	(0, 9)
D	(9, 0)	(1, 1)

◆ 2人非協力非零和ゲームのNash均衡解

- 戦略の組が**Nash均衡解**であるとは，「相手のプレイヤーが戦略を変えないときに，自分が戦略を変更しても今以上に利得が大きくならない，ということが双方について成り立っている状態（解）」のことである

※戦略の組（*,*）の例：（C, C）とか（C, D）等

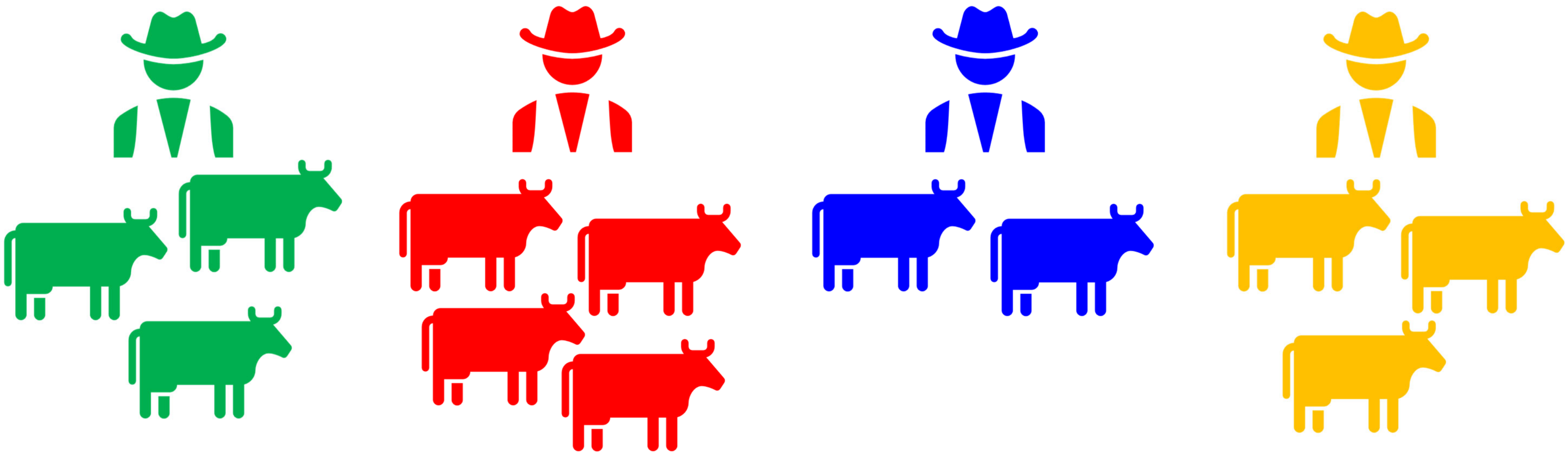
To Cooperate, or to Defect,

that is the question!

共有地の悲劇（囚人のジレンマの n 人拡張版）

- 数軒の酪農家で牧草地を共同所有している
  - 各酪農家は何頭かの牛を飼っている（飼育頭数は各酪農家の自由）
  - 牛を共同所有の牧草地に放す（牛は餌である牧草を食べる）
  - 飼育頭数が増える程，酪農家の利益はあがる
  - ただし，たくさんの牛が放牧されれば牧草地は荒れて使えなくなる（牛は餌である牧草が少なくなり，生産性が下がる＝酪農家の利益が減る）
  - 各酪農家は自己の利益を最大化したい

- 問：各酪農家はそれぞれ何頭の牛を飼うだろうか？



共有地の悲劇（囚人のジレンマの n 人拡張版）

- 数軒の酪農家で牧草地を共同所有している
- 考察：この問題のモデル化の例
  - 酪農家は4軒（プレイヤーは4人）（i =1,2,3,4）
  - 酪農家 i が放牧する牛の数を q_i とし，各3頭まで飼える（$q_i = 0,1,2,3$）
  - 酪農家の戦略は飼育頭数（$q_i = 0,1,2,3$）
  - 牛の購入価格は全て同じで一頭 p
  - 牧草地の許容量 T
  - 酪農家 i の収益を π_i とし，$\pi_i = q_i\{T-(q_1 + q_2 + q_3 + q_4)\} - pq_i$ で計算
- モデルより計算される酪農家 i の利得表（p=2, T=17で計算）

i＼他3人	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
2	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8
3	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9

例えば，i =1で
q_1=2, q_2=3, q_3=1, q_4=2
なら
π_1 =2{17-(2+3+1+2)}- 4
=2×8 – 4 = 14
となる

Nash均衡解
はどこか？

参考文献

- 鈴木光男「ゲーム理論入門」共立出版（1981,2003（新装版））
- 鈴木光男「新ゲーム理論」勁草書房（1994）
- 岡田章「ゲーム理論」有斐閣（1996, 2011(新版)）
- 渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞社（2008）
- R.アクセルロッド「つきあい方の科学」ミネルヴァ書房（1998）

もっと知りたい人へ

- 関連する経営学科の授業
  - 「**ゲーム理論**」（4セメ）
  - etc…