2026/1/13 Tue.

問題解決技法入門

6. Scheduling
Sports Scheduling

堀田 敬介

SPORTS SCHEDULING

問）6チーム（A, B, C, D, E, F）が，それぞれ1対1で対戦するスポーツで，各チームが全チームと丁度1回ずつ対戦する，総当たりリーグ戦のスケジュールをつくれ

チーム＼スロット	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					
E					
F					

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件：Home-Away

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away　もありうる

チーム＼スロット	1	2	3	4	5	Home	Away
A	D						
B	F						
C	E						
D	A						
E	C						
F	B						

※各行（チーム）で○が付いている箇所では，そのチームがAwayで戦う
（例）slot1 の[A vs. D] は，Aの行に○があるので，AがAwayでDがHome

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件：Home-Away

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away　もありうる

チーム＼スロット	1	2	3	4	5	Home	Away
A	D	E	C	B	F	2	3
B	F			A			
C	E		A				
D	A						
E	C	A					
F	B				A		

※各行（チーム）で○が付いている箇所では，そのチームがAwayで戦う
（例）slot1 の[A vs. D] は，Aの行に○があるので，AがAwayでDがHome

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件：Home-Away, Break

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away　もありうる

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に，HH, AA のように，HomeやAwayが2回連続する場合，Breakという

チーム＼スロット	1	2	3	4	5
A	A	A	H	A	H
B	H	A	A	H	H
C	A	A	A	H	A
D	H	H	H	A	H
E	H	H	A	H	A
F	A	H	H	A	A

Home-Away table

【Home-Away table を作る際の注意点】

1. 同じパターンのチームが2つあるのはダメ
（なぜか？）

team A：　HAHAH
team B：　HAHAH

2. 各スロットでHとAの数が異なってはダメ
（なぜか？）

H
A
A
H
H
H

- Break合計を最小化
- Breakの偏りを最小化

（※ Home-Away table 1･2を満たしても，スケジュールが組めるとは限らない）
（※与えられたHome-Away tableでスケジュールができるかどうかの判定はNP困難）

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件：Home-Away, Break

※競技によっては
Home v.s. Home や
Away v.s. Away　もありうる

- 対戦は必ず一方がHomeでもう一方がAwayとする
- あるチームのHome-Awayパターンの中に，HH, AA のように，HomeやAwayが2回連続する場合，Breakという

チーム＼スロット	1	2	3	4	5	Break
A	A	A	H	A	H	1
B	H	A	A	H	H	2
C	A	A	A	H	A	2
D	H	H	H	A	H	2
E	H	H	A	H	A	1
F	A	H	H	A	A	2
						10

Home-Away table

※6チームの場合，
Breakの合計は
4以上20以下

【Break数最小のパターン】
1. HAHAH　(Break 0)
2. AHAHA　(Break 0)

【Break数最大のパターン】
1. HHHHH　(Break 4)
2. AAAAA　(Break 4)

※それぞれ2つしかない

よって

SPORTS SCHEDULING

※coe値の定義は，強豪チームに限ったものではない
※最終日の翌日は初日と定義する

考慮したい条件：coe（carry-over effect）

- 強豪チーム（A）と対戦し疲弊したチーム（B）と次に戦うチームは有利だろう
- d日目 [team i v.s. team k]，$d+1$日目 [team j v.s. team k] のとき，「team i が team j に carry-over effect を与える」と定義

チーム＼スロット	1	2	3
A（強豪）	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

*1*日目 [A v.s. B]
*2*日目 [D v.s. B]（強豪Aと対戦後でBは疲弊中）
→ A が Dにcoe を与えた（$c_{AD}=1$）
*2*日目 [A v.s. C]
*3*日目 [B v.s. C]（強豪Aと対戦後でCは疲弊中）
→ A が Bにcoe を与えた（$c_{AB}=1$）
*3*日目 [A v.s. D]
*1*日目 [C v.s. D]（強豪Aと対戦後でDは疲弊中）
→ A が Cにcoe を与えた（$c_{AC}=1$）

- coe行列

$$
(c_{ij}) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

*1*日目 [B v.s. A]　*2*日目 [C v.s. A] →BがCにcoe を与えた（$c_{BC}=1$）
*2*日目 [B v.s. D]　*3*日目 [A v.s. D] →BがAにcoe を与えた（$c_{BA}=1$）
*3*日目 [B v.s. C]　*1*日目 [D v.s. C] →BがDにcoe を与えた（$c_{BD}=1$）

- coe値 $= \Sigma_{ij} {c_{ij}}^2 \ \{\geq 2n(2n-1)\}$

※チーム数$2n$とすると，coe値が最小となるのは，非対角要素が全て1のとき，即ち
$\forall i, j (i \neq j), c_{ij} = 1$のときで$2n(2n\text{-}1)$　balanced schedule

SPORTS SCHEDULING

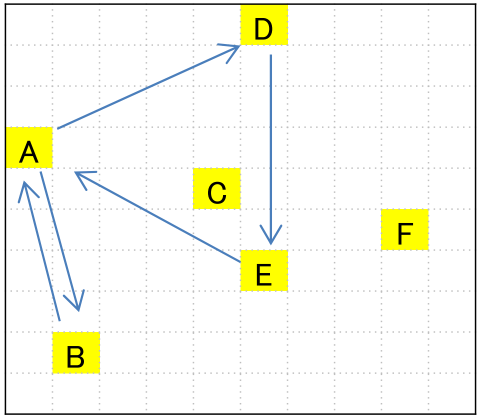
※スロット5がAwayのチームは
最後にホームに帰る

考慮したい条件：総移動距離 （巡回トーナメントの場合）

- 各チームの移動距離の総和を最小化する

チーム＼スロット	1	2	3	4	5	移動ルート 距離の和	距離計
A	D	E	C	B	F	AD + DE + EA + AB + BA = 6 + 6 + 6 + 5 + 5	28
B							
C							
D							
E							
F							

team A
の移動



2チーム間
の距離

	B	C	D	E	F
A	5	4	6	6	8
B		5	9	4	7
C			4	2	4
D				6	6
E					3

SPORTS SCHEDULING

考慮したい条件：その他

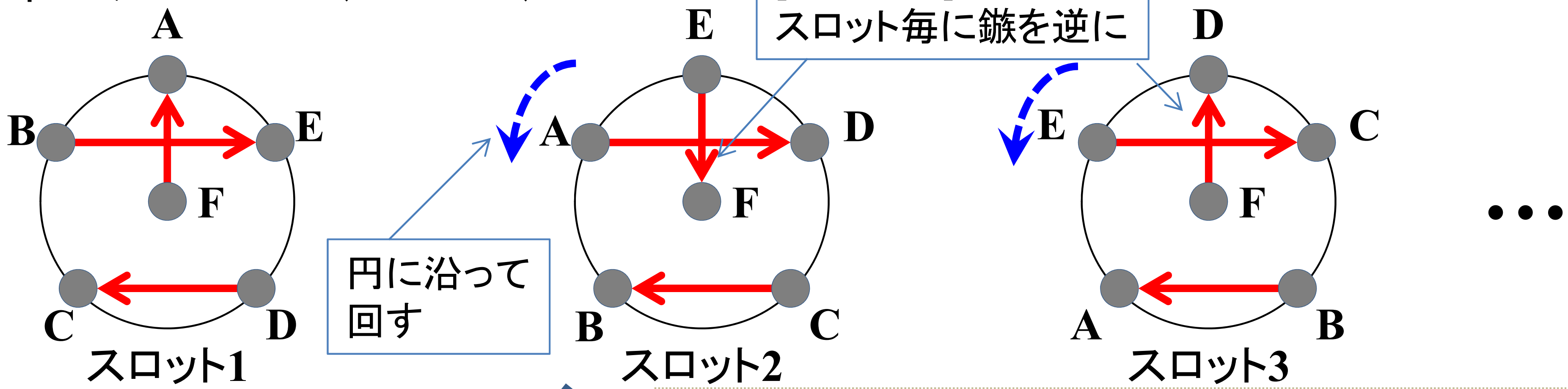
- TV放映権
- 会場（Home/本拠地）の都合
- 次の試合日は連続する日か？　それとも何日か後か？
- 優勝争いは最終日までもつれて欲しい
- 様々な条件における，チーム間の公平性
- etc.

SPORTS SCHEDULING

✓ チーム数は偶数限定でよい
（なぜか？奇数の時はどうする？）

簡便な（1重）総当たりリーグ戦の作り方

- 基準スケジュール（Kirkman）



チーム＼スロット	1	2	3	4	5	B
A	F	D	B	E	C	0
B	E	C	A	D	F	1
C	D	B	E	F	A	1
D	C	A	F	B	E	1
E	B	F	C	A	D	1
F	A	E	D	C	B	0

※表は，背景色付きがAway　＝その行のチームがAwayで戦う
例えば，team A の slot2 は [A(Away) vs. D(Home)]

【基準スケジュールの作り方】

✓ スロット1で，1チームを中心に，残りを円周上に配置
✓ 中心と上を結び，残りは全て上から順に<u>横線</u>を引く
✓ 横線の鏃は上から順に交互にする（全スロット共通）
✓ 矢線で結ばれたチームどうしが戦う（鏃側がHome ）
✓ スロット2は，図のように円周に沿って全teamを一つ移動させる（以降同じ．中心teamは動かさない）
✓ 縦線の鏃は，<u>スロット毎に逆</u>にする（なぜか？）

【基準スケジュールの妥当性と性質[H/A, break]】

✓ Fが全teamと丁度1回戦うのは自明．他teamは円周上に奇数team & 左に居る時と右に居る時は円周上team listの一つ飛ばし対戦，円最下段で左→右移行時のみ連続対戦より
✓ team FはA/Hが交互に，teamAはH/Aが交互になるのは自明．それ以外のteamはH/A交互＆break1回(HH or AA)になる

SPORTS SCHEDULING

（1重）総当たり戦スケジューリングの最適化モデル例

- single round robin tournament problem
  - チーム数 $|T|$ は偶数とし，全チームと1回対戦
  - 全試合 Home vs Away で戦う
  - 目的例：Breakの合計を最小化

※$|T|$偶数として一般性を失わない

例）6チームの場合

team/slot	1	2	3	4	5
A	B	C			
B	A	E			
C	D	A			
D	C	F			
E	F	B			
F	E	D			

- 最適化問題の定式化（Σ表記）
  - 0-1変数 $x_{ijs}=1$ … slot s で i vs j (i がHome) / $x_{ijs}=0$ … しない
  - 0-1変数 $y_{is}=1$ … team i がslot $s\rightarrow s+1$ でBreak / $y_{is}=0$ … Breakではない

$$\min. \sum_{s\in S}\sum_{i\in T} y_{is} \quad s.t.\ x_{ijs}+x_{ijs+1}\le y_{is}+1\ (\forall i\in T)$$

$$x_{jis}+x_{jis+1}\le y_{is}+1\ (\forall i\in T)$$

team i が slot間 $s\rightarrow s+1$ で
Home の Break があるか？
Away の Break があるか？

$$\sum_{i\in T/\{j\}}(x_{ijs}+x_{jis})=1\ (\forall j\in T,\forall s\in S)$$

どのteam(i_2)も，各slot(s)で，H/Aどちらかで，どこか他の1team(i_1)と1回戦う

$$\sum_{s\in S}(x_{ijs}+x_{jis})=1\ (\forall i,j\in T(i\neq j))$$

どの2team(i_1,i_2)も，全slot(S)のどこかで，H/Aどちらかで，丁度1回戦う

$$x_{ijs}\in\{0,1\}(\forall i,j\in T,\forall s\in S)$$

$$y_{is}\in\{0,1\}(\forall i\in T,\forall s\in S)$$

参考文献

- R.V. Rasmussen, M.A. Trick, ``Round robin scheduling –a survey,’’ European Journal of Operational Research 188 (2008) 617-636.
- R. Bao, ``Time relaxed round robin tournament and the NBA scheduling problem,’’ Cleveland State University, Ph.D Thesis (2009).

- 松井知己,「スポーツスケジューリング　～トーナメント表作成問題における組合せ論」
- 宮代隆平, 松井知己,「スポーツスケジューリング ～未解決問題を中心に」オペレーションズ・リサーチ Vol.50, no.2 (2005) 119-124.

- 早野大介,「スポーツの試合日程が勝敗に及ぼす影響についての一考察 ～NBAを例として」文教大学 情報学部 卒業論文 (2013).