

問題解決技法入門

ゲーム理論

Game Theory

堀田 敬介

# ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は,  $A=600$ 人,  $B=300$ 人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると, 見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると, スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店(両方出店や出店中止はない)
- **問**:ダタールは**どちら**に出店すべきか? またそれは**何故**か?

A 600人



B 300人

# ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は, A=600人, B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると, 見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると, スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店(両方出店や出店中止はない)
- **問**:ダタールは**どちら**に出店すべきか? またそれは**何故**か?

ダタ\スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)

A  
600人

B  
300人

# ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は, A=600人, B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると, 見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると, スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店(両方出店や出店中止はない)
- **問**:ダタールは**どちら**に出店すべきか? またそれは**何故**か?

ダタ\スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)

A  
600人

B  
300人

## ◆ 検討

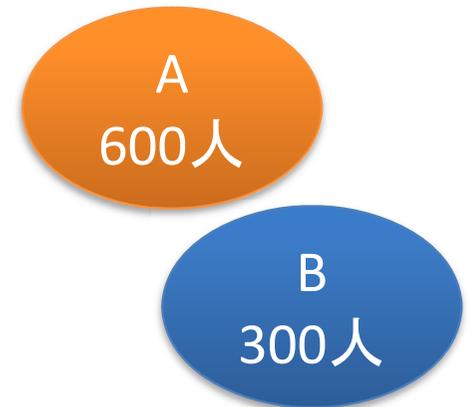
- マキシミン基準(悲観的意思決定基準) → A地域へ出店せよ
- マキシマックス基準(楽観的意思決定基準) → A地域へ出店せよ
- 期待値基準(算術平均値) → A地域へ出店せよ

# ゲーム理論とは何か？

出展:「数学セミナー」2014(v53,n10)p.9 渡辺隆裕

- 喫茶店ダタールとスタボが2地域A,Bへの出店を検討中である
  - 各地域の1日あたり喫茶店利用見込み客は, A=600人, B=300人
  - 両店舗が別々の地域に出店すると, 見込み客を全て獲得できる
  - 両店舗が同じ地域に出店すると, スタボがダタールの2倍の客を獲得
  - 同時にどちらか1地域に必ず出店(両方出店や出店中止はない)
- **問**:ダタールは**どちら**に出店すべきか? またそれは**何故**か?

ダタ\スタ	A地域	B地域
A地域	(200,400)	(600,300)
B地域	(300,600)	(100,200)



## ◆ 検討

- マキシミン基準(悲観的意思決定基準) → A地域へ出店せよ
- マキシマックス基準(楽観的意思決定基準) → A地域へ出店せよ
- 期待値基準(算術平均値) → A地域へ出店せよ
- **ゲーム理論**による解答 → **B地域**へ出店せよ

「1人の意思決定」と「複数の意思決定主体の相互作用であるゲーム」では解が異なる!

# ゲーム理論とは何か？

- プレイヤー player

- 意思決定し、行動する主体。(2人, 3人, ..., n人, ...,  $\infty$ )
  - 例: 個人, 複数の個人から成る組織, 政党, 国家, ...

プレイヤーの集合

$$N = \{1, 2, \dots, n\}$$

- 戦略 strategy

- プレイヤーが取りうる行動。(有限, 無限)

プレイヤー*i*の戦略集合

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}\} \quad (i \in N)$$

- 利得と利得関数 payoff

- 各プレイヤーの戦略決定後, ゲームは終了し, 結果が出る. 結果に対する各プレイヤーの何らかの評価値(利得 payoff, 効用 utility, ...)

プレイヤー*i*の利得関数

$$f_i : S_1 \times S_2 \dots \times S_n \rightarrow R \quad (i \in N)$$

ゲームの定義

$$G = (N, \{S_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N})$$

各プレイヤーは**自己の利得最大化**を目指し,  
**G**は全てのプレイヤーの**共有知識**とする

# ゲーム理論とは何か？

J. von Neumann & O. Morgenstern  
「ゲーム理論と経済行動」(1944)

- ゲーム的状况 game situations
  - 複数の意思決定主体(プレイヤー)が存在し、各々目的を持ち、その実現を目指して相互に依存しあっている状況
- ゲーム理論 game theory
  - ゲーム的状况を数理モデルを用いて定式化し、プレイヤー間の利害の対立と協力を分析する理論

<ノーベル経済学賞受賞者(ゲーム理論関連)>

- 1994年: J.F.Nash Jr., R.Selten, J.C.Harsanyi [非協力ゲームにおける均衡分析に関する理論の開拓]
- 1996年: Sir J.A.Mirrlees, W.S.Vickrey [「情報の非対称性のもとでの経済的誘因の理論」に対する貢献]
- 2001年: G.A.Akerlof, A.M.Spence, J.E.Stiglitz [非対称情報下での市場分析に関する貢献]
- 2005年: R.J.Aumann, T.C.Schelling [ゲーム理論分析を通じて対立と協力の理解を深めた功績]
- 2007年: L.Hurwicz, E.S.Maskin, R.B.Myerson [メカニズムデザインの理論の基礎を築いた功績]
- 2012年: A.E.Roth, L.S.Shapley [安定的な分配とマーケットデザインの実践に関する功績]
- 2014年: J.M.Tirole [市場の力と規制の分析に関する功績]
- 2016年: O.S.D.Hart, B.R.Holmstroem [契約理論への貢献]
- 2020年: P.R.Milgrom, R.B.Wilson Jr. [オークション理論の改良と新しいオークション形式の発明]

# 囚人のジレンマ

- 2人のプレイヤー(太郎と花子)がゲームをする
  - プレイヤーの戦略は「協力する(C; cooperate)」か「裏切る(D; defect)」か
  - 2人とも協力すれば, 双方共に5の利得を獲得 [(C, C)なら(5, 5)]
  - 片方が裏切り(D), 片方が協力(C)なら, 裏切った方が多くの利得を得, 裏切られた方は利得が無くなる [(D, C)なら(9, 0) / (C, D)なら(0, 9)]
  - 2人とも裏切った場合, 双方共に1の利得を獲得 [(D, D)なら(1, 1)]
- **問**:各プレイヤーはどちらの戦略をとるだろうか？

# 囚人のジレンマ

- 2人のプレイヤー(太郎と花子)がゲームをする
  - プレイヤーの戦略は「協力する(C; cooperate)」か「裏切る(D; defect)」か
  - 2人とも協力すれば, 双方共に5の利得を獲得 [(C, C)なら(5, 5)]
  - 片方が裏切り(D), 片方が協力(C)なら, 裏切った方が多くの利得を得, 裏切られた方は利得が無くなる [(D, C)なら(9, 0) / (C, D)なら(0, 9)]
  - 2人とも裏切った場合, 双方共に1の利得を獲得 [(D, D)なら(1, 1)]
- **考察**: 2人のプレイヤーの利得表は以下

太郎 \ 花子	C	D
C	(5, 5)	(0, 9)
D	(9, 0)	(1, 1)

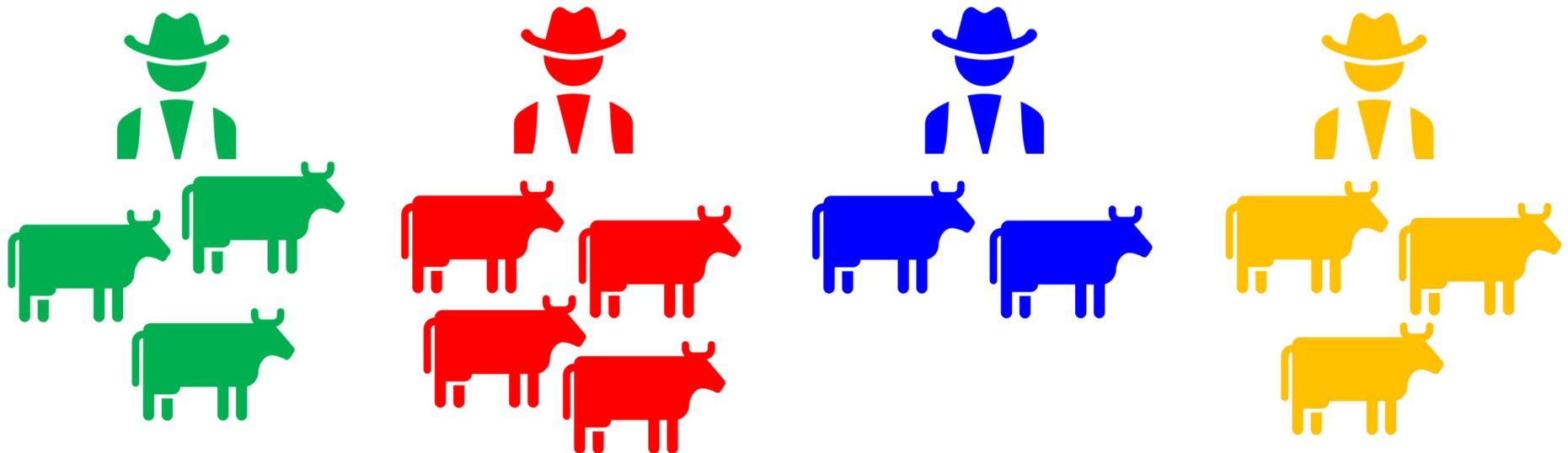
- ◆ 2人非協力非零和ゲームのNash均衡解
  - 戦略の組がNash均衡解であるとは, 「相手のプレイヤーが戦略を変えないときに, 自分が戦略を変更しても今以上に利得が大きくなるならない, ということが双方について成り立っている状態(解)」のことである

※戦略の組(\*,\*)の例: (C, C) とか (C, D) 等

**To *C*ooperate, or to *D*efect,  
that is the question!**

# 共有地の悲劇(囚人のジレンマの $n$ 人拡張版)

- 数軒の酪農家で牧草地を共同所有している
  - 各酪農家は何頭かの牛を飼っている(飼育頭数は各酪農家の自由)
  - 牛を共同所有の牧草地に放す(牛は餌である牧草を食べる)
  - 飼育頭数が増える程, 酪農家の利益はあがる
  - ただし, たくさんの牛が放牧されれば牧草地は荒れて使えなくなる(牛は餌である牧草が少なくなり, 生産性が下がる=酪農家の利益が減る)
  - 各酪農家は自己の利益を最大化したい
- **問**: 各酪農家はそれぞれ何頭の牛を飼うだろうか?



# 共有地の悲劇(囚人のジレンマの $n$ 人拡張版)

- 数軒の酪農家で牧草地を共同所有している
- **考察**: この問題の **モデル化の例**
  - 酪農家は4軒 (**プレイヤーは4人**) ( $i = 1, 2, 3, 4$ )
  - 酪農家  $i$  が放牧する牛の数を  $q_i$  とし, 各3頭まで飼える ( $q_i = 0, 1, 2, 3$ )
  - 酪農家の **戦略は飼育頭数** ( $q_i = 0, 1, 2, 3$ )
  - 牛の購入価格は全て同じで一頭  $p$
  - 牧草地の許容量  $T$
  - 酪農家  $i$  の **収益** を  $\pi_i$  とし,  $\pi_i = q_i \{ T - (q_1 + q_2 + q_3 + q_4) \} - pq_i$  で計算
- **モデル**より計算される **酪農家  $i$  の利得表** ( $p=2, T=17$ で計算)

$i \setminus$ 他3人	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
2	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8
3	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9

例えば,  $i=1$  で  
 $q_1=2, q_2=3, q_3=1, q_4=2$   
 なら  
 $\pi_1 = 2 \{ 17 - (2+3+1+2) \} - 4$   
 $= 2 \times 8 - 4 = 14$   
 となる

**Nash均衡解**  
 はどこか?

# 参考文献

- ◆ 鈴木光男「ゲーム理論入門」共立出版(1981,2003(新装版))
- ◆ 鈴木光男「新ゲーム理論」勁草書房(1994)
- ◆ 岡田章「ゲーム理論」有斐閣(1996, 2011(新版))
- ◆ 渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞社(2008)
- ◆ R.アクセルロッド「つきあい方の科学」ミネルヴァ書房(1998)

## もっと知りたい人へ

- 関連する経営学科の授業
  - 「**ゲーム理論**」(4セメ)
  - etc...