

国政選挙の議席配分と最適区割 2020

Apportionment and optimal districting for 2020 national elections

堀田 敬介¹

概要

衆議院小選挙区制と比例代表制、および、参議院選挙区制は、選挙実施前に選挙区とその議席数を決めておく必要がある。日本では、西暦年下1桁が5または0の年に実施される国勢調査の結果にもとづき、5年毎に選挙区の見直しが行われてきた。有権者の一票の価値が公平であるよう、人口に比例した選挙区割、議席配分がなされていることになっているが、実際には、一票の最大較差が充分小さいとは言えず、選挙が実施される度に問題視され、裁判で争われてきた。必要最小限の制約のもとで較差最小を目的とした最適化モデルを構築し、最適解を導出できると、較差の限界値を明示できる。国政選挙や地方選挙など日本の議会については、2000年以降、その手法は確立された。本論文では、それらの手法を用い、2020年国政調査人口で3つの国政選挙についての各種結果を示す。

1 はじめに

日本の国会は、衆議院と参議院の2院で構成されている。その議員を選ぶ国政選挙では、衆議院議員（定数465）を小選挙区（289議席）と比例代表制（176議席）で選出し、参議院議員（定数248）を選挙区制（148議席）と比例代表制（100議席）で選出する。ただし、衆議院は小選挙区で落選しても惜敗率により比例代表で復活当選があり、参議院は解散なしの任期6年で3年毎に半数改選（日本国憲法第46条）である。また、同じ比例代表といっても、衆議院はブロック毎で拘束名簿式であり、参議院は全国で非拘束名簿式²などと非常に複雑である。いずれにせよ、有権者は衆議院議員の選出に2票、参議院議員の選出に4票投じることになる。各選挙実施後には、いわゆる一票の価値が不公平ではないか、具体的には、日本国憲法第14条に違反しているのではないかと、選挙の度に法廷で争われているが、特に、衆議院の小選挙区制と、参議院の選挙区制について争点になっている。

衆議院が小選挙区制を採用した1994(H7)年からの較差と最高裁判決の歴史を表1.1に、総選挙の較差と改定区割の較差を図1.1に示す。

¹文教大学 経営学部 〒121-8577 東京都足立区花畑5-6-1

khotta@bunkyo.ac.jp

²2019(H31/R1)年に、非拘束名簿式なのに「特定枠」制度が導入され、さらに複雑になった。

表 1.1: 衆議院 総選挙 最高裁判決歴

年/月/日	回/内閣	定数	較差	判決
1996/10/20	第 41 回/橋本	300	2.309	合憲
2000/ 6/25	第 42 回/森	300	2.471	合憲
2003/11/ 9	第 43 回/小泉	300	2.150	却下
2005/ 9/11	第 44 回/小泉	300	2.171	合憲
2009/ 8/30	第 45 回/麻生	300	2.310	違憲状態
2012/12/16	第 46 回/野田	300	2.428	違憲状態
2014/12/14	第 47 回/安倍	295	2.129	違憲状態
2017/10/22	第 48 回/安倍	289	1.980	合憲
2021/10/31	第 49 回/岸田	289	2.079	(未)



図 1.1: 総選挙較差と改定区割較差

表 1.1 中の定数は、衆議院総定数のうち、小選挙区制に割り当てられた議席数を表す。図 1.1 の総選挙の最大較差を示す折れ線グラフにおいて、○は合憲、△は違憲状態判決だったことを意味する。◇は区割改定時の最大較差である。グラフより、区割改定後、時間の経過とともに最大較差が徐々に拡大し、改定で較差を縮小させる、ということが繰り返されていることがわかる。

衆議院小選挙区制は、国勢調査³の人口が公開される毎に、衆議院議員選挙区画定審議会（以下、区画審とよぶ）が見直しを実施するかどうか、見直す場合の勧告案の提示を行う。小選挙区制が開始されてから、4回の勧告案が出され、それに伴い公職選挙法が改正されて区割が変更されてきた。2000(H12)年国勢調査をうけて、2002年に300区のうち68区が改定され、2.064倍となった。2005(H17)年国勢調査の際は、変更しないことが決定された。よって、グラフから分かるとおり、この期間に較差が徐々に拡大することとなった。2010(H22)年国勢調査を受けて、2013(H25)年に0増5減案として42区が改定され、1.998倍となった。定数が300から295に5人減り、このときはじめて2倍を下回る案が提示された。これは、第45回、第46回総選挙に対して、続けて最高裁が違憲状態判決を出し、特に「一人別枠方式」が較差拡大の主要因と結論づけたことを受けてのものである。2015(H27)年国勢調査では、2017(H29)年に0増6減案として97区が改定され、1.956倍となった。定数が295からさらに6人減って289人となり、このときも2倍未満の案となった。2020(R2)年国勢調査の後、2022(R4)年6月に10増10減案として140区が変更され、過去最大の変更となった。定数を47都道府県へ議席配分する方法としてこのときはじめて「一人別枠方式」が廃止され、それまで使ってきた「最大剰余法LR」をやめて「アダムス法LD」で配分された。1.999倍である。過去3回の区画審の提案から、区画審は、2倍未満になってさえいけば、それ以上較差を縮めることに積極的ではないことがわかる。

同様に、1982(S58)年より始まった参議院選挙区制における、最高裁判決の歴史を表 1.2 に、通常選挙の較差と是正案の較差を図 1.2 に示す。

³西暦の末尾が0の年に大規模調査、末尾が5の年に簡易調査が行われる

表 1.2: 参議院 通常選挙 最高裁判決歴

年/月/日	回/内閣	定数	較差	判決
1998/7/12	第 18 回/橋本	76	4.975	合憲
2001/7/29	第 19 回/小泉	73	5.036	合憲
2004/7/11	第 20 回/小泉	73	5.134	合憲
2007/7/29	第 21 回/安倍	73	4.858	合憲
2010/7/11	第 22 回/菅	73	5.004	違憲状態
2013/7/21	第 23 回/安倍	73	4.769	違憲状態
2016/7/10	第 24 回/安倍	73	3.079	合憲
2019/7/28	第 25 回/安倍	74	3.002	合憲
2022/7/10	第 26 回/岸田	74	3.032	(未)



図 1.2: 通常選挙較差と是正案較差

表 1.2 中の定数は、参議院総定数のうち、選挙区制に割り当てられた議席数の半分（改選数）を示している。図 1.2 の見方は衆議院の図 1.1 と同様である。

参議院選挙区制は、表 1.2 の期間に 5 回見直しが行われた。2000(H12) 年に 6 減で 4.918 倍、2006(H18) 年に 4 増 4 減で 4.842 倍、2012(H24) 年に 4 増 4 減で 4.746 倍である。この是正案の推移をみると、較差が 5 倍未満におさえられていればよしとされていたようだ。しかし、この状況が続いていることに対して最高裁が待ったをかけることとなる。衆議院の同じ時期と同様、2006(H18) 年、2012(H24) 年見直し後の通常選挙 2 回は共に最高裁が違憲状態の判決を出した。衆議院と比較して 5 倍の較差がある主要因は、定数 76 または 73 を 47 都道府県に人口比例で配分する際、都道府県の人口分布に非常な偏りがあるためである（例えば、最大人口 1200 万強の東京都と最小人口 60 万前後の鳥取県で 20 倍程度）。最大較差を大幅に解消する 1 つの方策に、合区の導入がある [16, 17, 25]。判決を受けて 2015(H27) 年の改正案ではじめて合区が導入された。10 増 6 減 2 合区（鳥取県+島根県、徳島県+高知県）とし、較差 2.974 倍とはじめて 3 倍未満の提示となった。合区には賛否あるが、較差の大幅な改善をもたらしたという意味では英断と言える。2018(H30) 年の定数は是正で 2 増案が提示され 2.985 倍となった。合区を導入して 3 倍未満にはなったが、最後の改正案から推察するに、3 倍からさらに改善しようという意思が認められないのは残念である。合区のみで 2 倍未満にするには、さらなる合区をつくる必要がある ([16, 17, 25]) が、2020 年のデータについては本論の本文で述べる。

衆参の最近の選挙については、2022 年 12 月現在で高裁までの判決が出そろい、最高裁で係争中である。

選挙区の画定には、**定数配分問題（議席配分問題）**と**区割画定問題**の片方、乃至、両方を解く必要がある。衆議院の小選挙区制は、定数を都道府県に人口に比例して配分し（定数配分問題）、都道府県毎に与えられた議席数の小選挙区をつくる（区割画定問題）。衆議院比例代表制 [拘束名簿式] は、定数を 11 のブロックに人口に比例して配分する（定数配分問題）。また、選挙実施後に、各党の獲得票に応じて議席数を配分する（定数配分問題）。参議院の選挙区制 [合区付] は、合区選定と都道府県への配分を同時決定する（区割画定問題）。参議院の比例代表制 [非拘束名簿式・特定枠付き] は、選挙実施後に、各党の獲得票に応じて議席数を配分する（定数配分問題）。このとき、選挙区画定時は人口として国勢調査の結果を用い、選挙実施後の比例代

表制の議席配分問題では当日有権者（投票者）数を用いる。ただし、画定時の人口は、2010年までは国勢調査の総人口を使用していたが、2015年からは日本国民⁴というものを定義して使うよう改められた。画定時に人口を用いるか有権者を用いるかは各国によって対応が異なる（cf. [43, 44, 57, 58, 59]）。

定数配分法は、議会制度が作られてから多くの手法が提案されている（cf. [1, 63, 64, 71]）。本論では、下に示す剰余法1つと除数法7つを用いる。

1. 剰余法：最大剰余法 LR; Largest Remainder Method
2. 除数法：最大除数法 LD; Largest Divisor Method, 閾値床除数法
3. 除数法：調和平均法 HMD; Harmonic Mean Divisor Method, 閾値調和平均除数法
4. 除数法：幾何平均法 GMD; Geometric Mean Divisor Method, 閾値幾何平均除数法
5. 除数法：対数平均法 LMD; Logarithmic Mean Divisor Method, 閾値対数平均除数法
6. 除数法：identric 平均法 IMD; Identric Mean Divisor Method, 閾値 identric 平均除数法
7. 除数法：算術平均法 AMD; Arithmetic Mean Divisor Method, 閾値算術平均除数法
8. 除数法：最小除数法 SD; Smallest Divisor Method, 閾値天井除数法

議席配分法で提案されてきたこれらの手法の性質については [1, 47, 46, 61, 71] などを、各種情報量（ α -divergence, f -divergence, Bergman divergence, Kullback-Leibler divergence など）やエントロピー（Generalized Entropy, Theil Index など）、社会的厚生関数（Rawls 型, Nash 型, Bentham 型, Atkinson 型など）との関連については、[65, 66, 62], [25] 別表などを参照されたい。

また、比較対象として、議席配分最適化モデル [15, 20] による限界値も提示する。日本では、最大人口と最小人口の比を評価対象とすることが多いので、必要最小限の制約のもと、その比を最小化する最適化モデルが適切である。制約は、配分議席合計が総定数に一致することと、人口単調性（人口の大小と配分議席の大小に矛盾がないこと）、割当分特性（人口比例値の切り上げか切り捨てのどちらかを用いる）を条件とするかどうかなどである。

区割画定問題を必要最小限の制約の最適化モデルで解き、最適解による限界値を提示することは、政治的に非常に意義がある（cf. [54, 55]）。較差の限界値が明示されることで、現在の区割に対する改善の有無がはっきりするからである（cf. [39, 42, 14, 20, 24]）。また、最適区割の限界較差から現行区割の較差までの実行可能解（区割）を列挙することで、どれほどの候補があるかを明示できる [28, 68]。そして、列挙した解について、最適化モデルの制約として考慮していない各種特徴量（人口推計による推移、選挙区の親密度や人の往来等の地域のつながり、現行区割との乖離度、選挙区を構成する部分グラフ（連結成分）の直径によるコンパクト性など）を計算し提示することで、「各種情報を考慮しながら区割を求める」という困難な作業を「望ま

⁴総人口は、日本人人口と外国人人口、および国籍不詳人口の和であり、日本国民とは、総人口から外国人人口を除いたものと定義されている。国政選挙に対して外国人参政権を認めるかどうかという問題が絡むようである。国民生活に直接関係してくることが多くなる、地方選挙（都道府県知事・議会選挙、市区町村長・議会選挙）の場合にはまた異なる対応となるようだ（[19, 21, 29, 31, 32]）。

しい区割を選択する」という易しい作業にできる [15, 18, 24]. その情報を意思決定者に提示できるのである.

さて、衆議院小選挙区における区割画定問題は、根本・堀田 [38, 39] の手法で 47 都道府県の全区割を求解可能となっている. 求めるには 2 つのモデルを用いるが、この 2 つのモデルによる 0-1 整数型定式化を素直に混合整数計画ソルバーで解こうとしても現実的な時間では解けない. 第 2 妥当選挙区のアイディアを用いたそれぞれのモデルに対応する前処理を施した上ではじめて、現実的な時間で解くことが可能となる [38, 39, 40, 41, 42, 14, 20]. また、目的関数が比最小のため、分数計画問題を解くこととなるが、一般的にパラメータを用いた二分探索法や Newton 法を使う (cf. [49]) のではなく、問題の構造を利用したアルゴリズムで、より簡便に求解が可能である [22]. なお、選挙区の構成要素として、2010 年以前は市区郡が、2015 年以降は市区町村が使われている. 要素が市区町村となったことで、一部、最適解の求解が困難になった県がある. 3 節で言及する.

本論では、2020 年国勢調査の人口 (日本国民)、およびそのときの行政界 (市区町村) をもとにした隣接グラフ上で、衆議院比例区、衆議院小選挙区、参議院選挙区の最適化による結果を、それぞれ 2 節, 3 節, 4 節で示す.

2 衆議院比例代表制

衆議院比例代表制 [拘束名簿式] の選挙を実施するには、定数 176 を 11 のブロックに定数配分する必要がある. 11 のブロックは、それぞれ 47 都道府県で構成され、構成要素と各ブロック人口、および 176 の人口比例値は表 2.1 の通りとなる. ブロックは人口降順に並べてある.

表 2.1: 衆議院比例代表制で用いる 11 ブロックの構成

ブロック	構成都道府県	人口	人口比例値
近畿	滋賀／京都／大阪／兵庫／奈良／和歌山	20,146,800	28.65
南関東	千葉／神奈川／山梨	15,980,086	22.73
東海	岐阜／静岡／愛知／三重	14,513,498	20.64
九州	福岡／佐賀／長崎／熊本／大分／宮崎／鹿児島／沖縄	14,106,056	20.06
北関東	茨城／栃木／群馬／埼玉	13,773,932	19.59
東京都	東京	13,564,222	19.29
東北	青森／岩手／宮城／秋田／山形／福島	8,555,728	12.17
中国	鳥取／島根／岡山／広島／山口	7,154,959	10.18
北陸信越	新潟／富山／石川／福井／長野	7,093,160	10.09
北海道	北海道	5,190,293	7.38
四国	徳島／香川／愛媛／高知	3,664,905	5.21

8 つの議席配分法と最適化モデルによる最小比配分の結果は、表 2.2 となる. このうち、最大除数法 LD が現行の配分である.

表 2.2: 衆議院比例代表制の各手法による配分議席と一票の較差

手法	剰余法		除数法					最適化	
	最大 LR	最大 LD	調和平均 HMD	幾何平均 GMD	対数平均 LMD	identric IMD	算術平均 AMD	最小 SD	2 値 optR
近畿	29	28	29	29	29	29	29	29	29
南関東	23	23	23	23	23	23	23	23	23
東海	21	21	21	21	21	21	21	21	21
九州	20	20	20	20	20	20	20	20	20
北関東	20	19	20	20	20	20	20	20	20
東京都	19	19	19	19	19	19	19	19	19
東北	12	12	12	12	12	12	12	12	12
中国	10	10	10	10	10	10	10	10	10
北陸信越	10	10	10	10	10	10	10	10	10
北海道	7	8	7	7	7	7	7	7	7
四国	5	6	5	5	5	5	5	5	5
max	741,470	724,944	741,470	741,470	741,470	741,470	741,470	741,470	741,470
min	688,697	610,818	688,697	688,697	688,697	688,697	688,697	688,697	688,697
ratio	1.077	1.187	1.077	1.077	1.077	1.077	1.077	1.077	1.077
	1.064	1.178	1.064	1.064	1.064	1.064	1.064	1.064	1.064
	1.039	1.171	1.039	1.039	1.039	1.039	1.039	1.039	1.039
	1.037	1.169	1.037	1.037	1.037	1.037	1.037	1.037	1.037
	1.035	1.167	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035
	1.030	1.161	1.030	1.030	1.030	1.030	1.030	1.030	1.030
	1.024	1.155	1.024	1.024	1.024	1.024	1.024	1.024	1.024
	1.009	1.137	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009
	1.009	1.131	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009
	1.004	1.062	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004
min	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

表 2.2 の上段は、11 ブロックを人口降順にならべ、各手法で配分された議席数を表している。中央は、各ブロックの人口を配分議席で除した平均人口の最大値 max と最小値 min を示し、下段は、11 ブロック平均人口の較差を降順に並べ替えたものである。よって、下段の順番は手法毎に異なる事に注意されたい。

最大除数法 LD は、人口の多いところに少なく、人口の少ないところに多めに議席を配分する傾向があることが知られている (cf. [1]) が、ここでもその傾向が表れていることが分かる。また、これにより、最大除数法のみが最大較差が最も悪くなっており、それぞれの較差の分布も悪い方に偏っていることが見てとれる。最適化も含めて他の手法が全ブロック間で較差 1.1 倍未満であるのに対し、最大除数法のみ、9 ブロックで 1.1 倍を超え 1.2 倍未満となっている。この比例区についても、法廷で争われており、最高裁が合憲判決を出している⁵。

なお、議席配分最適化モデルは、割当分特性を満たす 2 値版の結果である。最大剰余法は、割当分特性を満たすが、除数法は満たすとは限らない。ただし、この例では、全てにおいて満たされている、即ち、各ブロックの配分議席は人口比例値の切り上げか切り捨てのどちらかとなっている (表 2.1 の右端の人口比例値と比較参照のこと)。

⁵例えば、2012(H24) 年 12 月の衆議院総選挙において、小選挙区制では違憲状態判決であった (表 1.1) が、比例区では合憲判決が出されている。

3 衆議院小選挙区制

衆議院小選挙区制は、まず、小選挙区制に割り当てられた定数 289 を 47 都道府県に人口に比例して配分し、次に、都道府県毎に与えられた議席数分の小選挙区をつくる。既に述べたとおり、現在の小選挙区の構成要素は市区町村である。欧米では、地域のつながりよりも、人口較差の条件の方を気にするのか、より細かい要素を用いたがる (cf. [10, 11, 50])。よって、厳密解法では求解困難なので、より細かい制約を課したり、形状やつながり要素を加味した目的関数を用いてヒューリスティックで実行可能解を一つ求めることが多いようだ (cf. [3, 4, 5, 6, 50, 52, 67, 72])。

衆議院比例代表制と同様に、まずは 8 つの議席配分法と 2 つの議席配分最適化モデルで 289 議席を 47 都道府県に配分した結果を示す。表 3.1 の max, min, ratio は都道府県毎に人口を配分議席で除した 1 選挙区あたり平均人口を計算し、その最大と最小、およびその比を表す。この比の値が一票の最大較差の下限となる。最適化モデルは、割当分特性を満たす方が 2 値版、満たすとは限らない方が拡張モデルである (cf. [20])⁶。除数法は理論上満たすとは限らないが、閾値に各種平均を使う除数法は現実の事例では全て満たすことが多く、両極端な最大・最小除数法は人口の大きい都道府県と小さい県でいくつか満たさないことがある。表 3.1 の背景色が黄のセルは、切り捨て値より小さい値が、緑のセルは切り上げ値より大きい値が割り当てられている。

現行区割 (2022(R4) 年 6 月 16 日勧告, 同年 11 月 18 日可決) は最大除数法 LD による配分となる。この手法のみ、最小人口の鳥取県に 2 議席配分する。表 3.1 の max に出てくる値 549,097 は鳥取県の人口 (人口を割当議席 1 で除した値) で、min に出てくる値 274,549 は鳥取県の人口の半分 (人口を割当議席 2 で除した値) である。現在の定数と人口では、1 選挙区平均人口の上限か下限に鳥取県が絡んでくることが分かる。議席配分最適化モデルによる結果や剰余法、最小除数法 SD を除く他の平均的除数法は、全て、鳥取に 1 議席を割り当て、一票の最大較差下限を 1.657 倍にする。現在採用されている最大除数法 LD は、鳥取に 2 議席など、人口の小さい県に多く配分し (宮城県以下の 5~1 議席の分布を比較参照されたい)、その分、人口の多い 4 都府県に本来割り当てるべき比例値の切り捨て値よりも少なく配分しており、歪んだ割り当て方法であることがわかる⁷。

これまで提案されてきた主な議席配分法の定性的な性質の観点からは、アラバマパラドクスや人口パラドクスが起こる最大剰余法 LR は避け、割当分特性は理論上満たさないが現実の事例ではほぼ満たすことが期待される閾値が平均的な除数法が良しとされるようだ (cf. [1, 60, 61, 62, 63, 71])⁸。上記の定量的な観察からも、人口に比例して配分したい場合は、閾値に平均値を用いる 5 つの除数法のいずれかを採用するべきである。なお、議席配分最適化モデルでは、max, min が決定された後、内側は min からの比を順次最小化している⁹ので、例えば、埼玉県や兵庫県などへの割り当てが他の平均的な除数法や最大剰余法より少なくなっている。

⁶ただし、拡張版最適化モデルは 2 値版最適化モデルの実行可能領域を含むとは限らない。詳細は [20] 等を参照されたい。

⁷これまで「一人別枠方式+最大剰余法」の議席配分では、東京都の議席は 25 で、もっと割を食っていたが、今回で 30 に 5 増されても、人口分布に比較してまだ少ないのである。神奈川県・大阪府・愛知県も同様である。

⁸選挙区制度 (1 人選出選挙区制度 [小選挙区制], 複数人選出選挙区制度 [小+大選挙区制]) の場合である。比例代表については、支持者がごく少数の政党の扱いにより、足切り条項を付記したり、修正サンラグ法 (修正 AMD) やドント法 (SD) などが好まれ、使われている。

⁹日本での較差の評価が min からの比だからである。詳細は [15, 20] 等を参照されたい。

表 3.1: 衆議院小選挙区制の議席配分の比較

手法	剰余	除数法							最適化	
	最大 LR	最大 LD	調和平均 HMD	幾何平均 GMD	対数平均 LMD	identric IMD	算術平均 AMD	最小 SD	2値 optR	拡張 optD
max	549,097	465,829	549,097	549,097	549,097	549,097	549,097	753,067	549,097	549,097
min	331,448	274,549	331,448	331,448	331,448	331,448	331,448	394,555	331,448	331,448
ratio	1.657	1.697	1.657	1.657	1.657	1.657	1.657	1.909	1.657	1.657
東京都	32	30	31	32	32	32	32	34	31	30
神奈川県	21	20	21	21	21	21	21	22	21	20
大阪府	20	19	20	20	20	20	20	21	20	19
愛知県	17	16	17	17	17	17	17	18	17	16
埼玉県	17	16	17	17	17	17	17	18	16	16
千葉県	14	14	14	14	14	14	14	15	14	14
兵庫県	13	12	13	12	13	13	13	13	12	12
北海道	12	12	12	12	12	12	12	13	12	12
福岡県	12	11	12	12	12	12	12	12	11	12
静岡県	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
茨城県	7	7	7	7	7	7	7	7	6	7
広島県	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
京都府	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
宮城県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
新潟県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
長野県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岐阜県	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5
栃木県	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
群馬県	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
岡山県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
福島県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
三重県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
熊本県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
鹿児島県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
沖縄県	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4
滋賀県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
山口県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
愛媛県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
奈良県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
長崎県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
青森県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
岩手県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
石川県	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
大分県	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
宮崎県	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
山形県	2	3	3	3	2	2	2	2	2	3
富山県	2	3	2	2	2	2	2	2	2	3
秋田県	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2
香川県	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2
和歌山県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
佐賀県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
山梨県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
福井県	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2
徳島県	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2
高知県	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2
島根県	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2
鳥取県	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1

各都道府県の1選挙区平均人口を手法毎に降順に並べてグラフ化したものが図3.1である。よって、横軸には都道府県が並ぶが、手法毎に位置が異なることに注意されたい。中央の横点線が全国平均 428,179 である（全国人口を定数 289 で除した値）。全てがこの線上にあれば、較差 1.000 倍となるが、現実には、上下限にずれずれる。このずれ具合が小さい程、歪みや偏りが小さい手法と言え、この最大値（最左の値）と最小値（最右の値）の比が一票の最大較差下限を意味する。

人口の小さい県により手厚い傾向のある最大除数法 LD は右下に向かってより下側にあり、人口の大きい県により手厚く配分する傾向のある最小除数法 SD は左上に向かってより上側に歪んでいることがわかる。それ以外の最適化モデル、最大剰余法、平均的除数法は、この2つに比して中央よりになる。ただし、比を目的とした最適化モデルは、分布の点では他と異なる傾向を示す。例では、左側は中央線により近く、右側は中央線より遠くなる傾向が見て取れる。

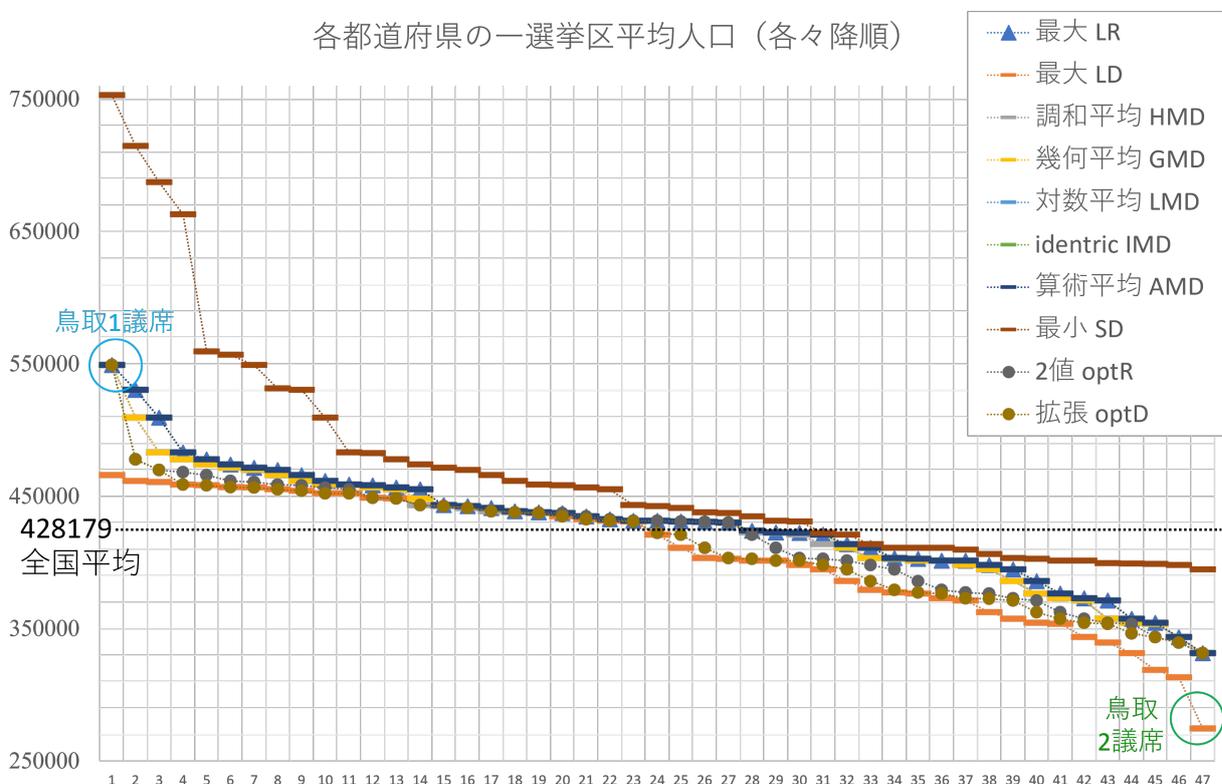


図 3.1: 都道府県の各定数配分法による 1 選挙区平均人口

次に、都道府県毎に最適化モデルを解き、最適区割を導出するが、第 2 妥当選挙区を用いた前処理が必要となる。集合 m 分割型モデルでは、第 2 妥当選挙区を用い、ネットワークフロー型モデルでは、第 2 妥当選挙区を利用した最適性を損なわない 0-1 変数の事前固定を行う [38, 39]。その結果が表 3.2 である。

表 3.2: 第 2 妥当選挙区による前処理結果と最適解求解について

都道府県	人口	m	$ V $	$ E $	全選挙区	第 1 妥当	第 2 妥当	固定	全変数	固定率	求解
福岡県	5,068,515	11	72	169	3,400,414,087	3,399,229,548	693,762,217	564	1,584	35.6%	-
奈良県	1,312,968	3	39	94	9,499,514,939	9,422,984,690	48,446,761	44	234	18.8%	NF
山形県	1,060,878	3	35	84	681,335,604	668,005,855	16,557,200	40	210	19.0%	NF
岐阜県	1,929,763	5	45	105	512,911,379	512,790,338	11,271,768	126	450	28.0%	NF
埼玉県	7,183,326	16	72	185	30,379,090	30,173,191	9,191,491	986	2,304	42.8%	-
青森県	1,232,575	3	43	90	2,629,996,051	2,627,850,997	1,409,206	104	258	40.3%	NF
鹿児島県	1,578,219	4	45	86	2,117,047,946	2,115,286,329	850,265	235	360	65.3%	NF
岩手県	1,203,597	3	33	74	84,257,462	83,743,008	438,514	38	198	19.2%	NF
熊本県	1,723,710	4	49	106	7,742,232,822	7,734,699,115	356,264	70	392	17.9%	NF
千葉県	6,142,303	14	59	133	19,495,509	19,455,365	313,178	924	1,534	60.2%	-
新潟県	2,186,244	5	38	81	1,179,281	1,175,295	129,336	104	380	27.4%	B
兵庫県	5,377,722	12	49	107	1,250,118	1,227,518	63,447	665	1,176	56.5%	SP
茨城県	2,809,190	7	44	95	258,877	256,863	49,452	126	616	20.5%	SP
岡山県	1,863,316	4	30	66	1,747,498	1,619,557	25,347	82	240	34.2%	B
山梨県	795,981	2	27	61	11,179,924	10,849,175	24,574	30	108	27.8%	B
愛知県	7,311,046	16	69	173	33,688	32,907	20,284	1,054	2,208	47.7%	SP
宮城県	2,282,543	5	39	86	327,773	315,958	18,502	118	390	30.3%	B
広島県	2,751,969	6	31	65	120,633	119,631	14,805	142	372	38.2%	B
大阪府	8,629,004	19	72	166	13,957	13,434	10,044	1,624	2,736	59.4%	SP
群馬県	1,885,678	5	37	80	293,801	280,985	9,641	221	370	59.7%	B
神奈川県	9,041,802	20	58	135	33,757	31,515	8,824	1,573	2,320	67.8%	SP
徳島県	714,526	2	25	56	2,780,385	2,385,538	8,428	28	100	28.0%	B
宮崎県	1,063,102	3	26	55	1,023,368	903,502	5,947	64	156	41.0%	B
栃木県	1,895,738	5	25	56	39,980	37,776	5,258	129	250	51.6%	B
静岡県	3,547,156	8	43	92	31,473	29,873	5,231	235	688	34.2%	SP
東京都	13,564,222	30	62	145	6,261	5,768	2,293	2,131	2,976	71.6%	SP
京都府	2,525,645	6	36	78	13,896	12,616	1,918	126	432	29.2%	B
滋賀県	1,384,906	3	19	39	12,740	11,963	1,750	46	114	40.4%	B
沖縄県	1,449,323	4	41	67	969,905	965,862	1,730	126	328	38.4%	B
秋田県	955,851	3	25	52	161,158	151,902	1,448	67	150	44.7%	B
長崎県	1,304,001	3	21	33	7,916	7,580	216	92	126	73.0%	B
和歌山県	916,555	2	30	57	17,113,425	12,452,214	212	43	120	35.8%	B
高知県	687,307	2	34	66	30,770,291	22,776,275	132	53	136	39.0%	B
大分県	1,113,684	3	18	33	6,781	5,738	120	60	108	55.6%	B
鳥取県	549,097	2	19	33	9,981	9,233	114	48	76	63.2%	B
三重県	1,725,533	4	29	51	7,503	4,131	70	155	232	66.8%	B
愛媛県	1,323,682	3	20	33	9,675	7,551	67	60	120	50.0%	B
福井県	753,067	2	17	26	1,457	1,193	62	20	68	29.4%	B
山口県	1,327,681	3	20	34	3,627	3,175	48	67	120	55.8%	B
佐賀県	805,502	2	20	33	9,476	8,215	48	52	80	65.0%	B
香川県	939,390	3	17	30	467	276	40	102	102	100.0%	B
島根県	662,896	2	19	33	6,708	6,103	32	23	76	30.3%	B
富山県	1,018,488	3	15	27	175	33	11	85	90	94.4%	B
石川県	1,118,841	3	19	30	595	28	6	97	114	85.1%	B
北海道	5,190,293	12	68	161	-	-	-	-	-	-	-
福島県	1,820,284	4	58	142	-	-	-	-	-	-	-
長野県	2,016,520	5	77	185	-	-	-	-	-	-	-

m は選挙区数, $|V|, |E|$ は隣接グラフの点数と枝数である. 第 1 妥当選挙区とは, 指定範囲内の人口 (平均人口 $\pm 33.3\%$)¹⁰ をもつ選挙区を意味し, 第 2 妥当選挙区とは, 第 1 妥当選挙区の内,

当該選挙区を用いると過小人口選挙区が出来てしまう選挙区を除いたものである (cf. [39]) .

固定, 全変数, 固定率は, ネットワークフロー型モデルにおいて, 第2 妥当選挙区を利用した 0-1 変数の固定結果で, 全変数のうち 0 か 1 に事前固定可能な数とその率を意味する. 最後の求解は, この前処理後に MIP ソルバーで現実的な時間で 2 つのモデルのどちらで解けたかを示している. NF がネットワークフロー型のみで, SP が集合 m 分割型のみで, B が両方のモデルで解けたものを表す. ハイフン (-) は, このままでは求解困難で, 最適性を損なわずに範囲を狭めた再前処理が必要な対象となる (cf. [22]). なお, 福岡県, 埼玉県, 福島県の 3 県は要素が市区町村では求解が困難なため, 市区郡で求めた最適解を示してある. 一票の最大較差 (全国の最大最小) には影響しない. 北海道・福島県・長野県の 3 道県はこの範囲での第2 妥当選挙区の列挙は現実的な時間では困難である.

問題にもよるが, 求解の大体の目安として, 集合 m 分割型モデルの場合, 第2 妥当選挙区数が 30 万程度なら, 現実的な時間で解ける¹¹. ネットワークフロー型の場合, 解きやすさの目安は 0-1 変数の固定率, 非固定数, 議席数 m に依存する. 実際には, 目安から見てそのまま解けそうな場合はソルバーにかけて解き, 難しそうなものは, 最適性を損なわない程度に範囲を狭めて求めた後, ソルバーで解く (cf. [22]).

当該都道府県の平均人口の $4/3$ 倍を越える過大人口市区の事前分割に該当するのは, 栃木県・宇都宮市, 千葉県・船橋市, 東京都・世田谷区, 練馬区, 大田区, 江戸川区, 足立区, 鹿児島県・鹿児島市の 8 市区となる. それぞれ当該都県の平均人口を割り当て, 計算から除外する (それぞれ 1 選挙区分, 選挙区数を減らす). また, 事前の市区分割では, 全国平均の $4/3$ 倍を超える市区も対象となる. 該当するのは, 東京都・杉並区である. 表 3.2 は, 過大市区事前分割後の結果である. なお, 2020 年国勢調査で人口が 0 の福島県双葉郡浪江町は, 隣接グラフから除外してある¹².

事前分割をした市区に当該都道府県の 1 選挙区平均人口を割り当てるのは, 残りの計算 (の平均人口) に矛盾が生じないので, 計算上都合が良いことと, 人口をパラメータを用いて調整しながら解くことも可能 [13] だが, その手間暇を掛けるより, 事前に平均を割り当てて除外して計算した後, 調整したい場合は手作業で分割市区の人口を移動修正する方が現実的で, 作業支援としても優れていると思われるからである¹³.

過大・過小選挙区を避けるための市区町村事後分割は, 最適解を求めることではじめて対象かどうか判明する. 対象となるのは, 千葉県・市川市, 富山県・富山市, 石川県・金沢市, 三重県・四日市市, 香川県・高松市の 5 市となる. よって, 市区分割が必要なのは事前分割の 9 市区とあわせて 14 市区である¹⁴.

現行と同じ議席配分と, 議席配分最適化モデル (2 値版) による議席で計算した結果を示す.

¹⁰ ドイツ連邦議会は小選挙区制 (299 議席) を平均人口 $\pm 15\%$ で作成する. アメリカ合衆国議会下院 (435 議席) は, 50 州に幾何平均法 GMD で配分した後, 州毎に平均人口 $\pm 1\%$ で作成する (ただし例外の州もある). よって, 州内では較差ほぼ 1 倍だが, 50 州の最大較差は議席配分による較差から 1.8~1.9 倍である.

¹¹ 2022 年の一般的な PC のスペックと MIP ソルバー (cplex ver.20 など) による目安. 2002 年頃の PC と MIP ソルバー (cplex ver5 など) では 2~4 万程度が目安だった (cf. [39]).

¹² 東日本大震災 (2011 年 3 月 11 日) 時の, 福島県原子力発電所の事故の影響による. 2015 年国勢調査時では, 人口 0 の町は 4 つあった. 福島県双葉郡富岡町, 大熊町, 双葉町, 浪江町である (cf. [20]).

¹³ 論文中で最適区割を提示する際には, 平均人口のまま事後調整は行っていない.

¹⁴ 議席配分に現行区割と同じ最大除数法 LD を用いた場合の結果. 議席配分最適化モデル (2 値版) では, 香川県への議席配分が 2 となる (LD の場合は 3) ので, 高松市は分割対象とならず, 分割に必要な市区は 13 となる.

表 3.3: 衆議院 小選挙区 最適区割 (議席配分 LD)

全国	123,743,639	289	1,786	3,875	567,565	273,973	2.072
都道府県	人口	m	$ V $	$ E $	max	min	ratio
東京都	13,564,222	30	62	145	567,565	373,426	1.520
大分県	1,113,684	3	18	33	472,953	317,374	1.490
福岡県	5,068,515	11	72	169	544,188	384,834	1.414
愛媛県	1,323,682	3	20	33	508,520	360,071	1.412
千葉県	6,142,303	14	59	133	482,719	346,579	1.393
沖縄県	1,449,323	4	41	67	430,915	315,157	1.367
埼玉県	7,183,326	16	72	185	562,682	422,298	1.332
大阪府	8,629,004	19	72	166	551,736	418,572	1.318
神奈川県	9,041,802	20	58	135	518,722	395,245	1.312
三重県	1,725,533	4	29	51	490,694	377,101	1.301
兵庫県	5,377,722	12	49	107	520,450	419,233	1.241
宮崎県	1,063,102	3	26	55	399,230	331,600	1.204
愛知県	7,311,046	16	69	173	471,098	414,983	1.135
山口県	1,327,681	3	20	34	466,111	413,267	1.128
群馬県	1,885,678	5	37	80	402,656	357,981	1.125
北海道	5,190,293	12	68	161	457,008	411,214	1.111
京都府	2,525,645	6	36	78	441,230	401,763	1.098
秋田県	955,851	3	25	52	337,318	308,527	1.093
静岡県	3,547,156	8	43	92	463,787	424,596	1.092
広島県	2,751,969	6	31	65	474,204	439,811	1.078
石川県	1,118,841	3	19	30	385,482	360,412	1.070
長崎県	1,304,001	3	21	33	447,581	420,765	1.064
高知県	687,307	2	34	66	350,436	336,871	1.040
滋賀県	1,384,906	3	19	39	470,733	454,238	1.036
岐阜県	1,929,763	5	45	105	396,195	382,807	1.035
宮城県	2,282,543	5	39	86	462,786	447,451	1.034
栃木県	1,895,738	5	25	56	385,398	375,623	1.026
島根県	662,896	2	19	33	335,078	327,818	1.022
福井県	753,067	2	17	26	380,488	372,579	1.021
岡山県	1,863,316	4	30	66	470,231	460,547	1.021
富山県	1,018,488	3	15	27	342,746	336,246	1.019
香川県	939,390	3	17	29	315,254	311,006	1.014
茨城県	2,809,190	7	44	95	403,754	399,540	1.011
福島県	1,820,284	4	55	130	456,379	453,651	1.006
新潟県	2,186,244	5	38	81	438,318	436,078	1.005
鳥取県	549,097	2	19	33	275,124	273,973	1.004
佐賀県	805,502	2	20	33	403,528	401,974	1.004
熊本県	1,723,710	4	49	106	431,670	430,200	1.003
青森県	1,232,575	3	43	90	411,505	410,129	1.003
和歌山県	916,555	2	30	57	459,003	457,552	1.003
奈良県	1,312,968	3	39	94	437,797	437,501	1.001
長野県	2,016,520	5	77	185	403,368	403,214	1.000
山形県	1,060,878	3	35	84	353,707	353,582	1.000
岩手県	1,203,597	3	33	74	401,255	401,164	1.000
徳島県	714,526	2	25	56	357,292	357,234	1.000
山梨県	795,981	2	27	61	398,001	397,980	1.000
鹿児島県	1,578,219	4	45	86	394,556	394,554	1.000

表 3.4: 衆議院 小選挙区 最適区割 (議席配分 optR)

全国	123,743,639	289	1,786	3,875	567,565	315,157	1.801
都道府県	人口	m	$ V $	$ E $	max	min	ratio
東京都	13,564,222	31	62	145	567,565	334,845	1.695
大分県	1,113,684	3	18	33	472,953	317,374	1.490
福岡県	5,068,515	11	72	169	544,188	384,834	1.414
愛媛県	1,323,682	3	20	33	508,520	360,071	1.412
千葉県	6,142,303	14	59	133	482,719	346,579	1.393
大阪府	8,629,004	20	72	166	499,382	358,897	1.391
香川県	939,390	2	17	29	544,838	394,552	1.381
沖縄県	1,449,323	4	41	67	430,915	315,157	1.367
神奈川県	9,041,802	21	58	135	518,722	384,471	1.349
埼玉県	7,183,326	16	72	185	562,682	422,298	1.332
三重県	1,725,533	4	29	51	490,694	377,101	1.301
兵庫県	5,377,722	12	49	107	520,450	419,233	1.241
宮崎県	1,063,102	3	26	55	399,230	331,600	1.204
山口県	1,327,681	3	20	34	466,111	413,267	1.128
群馬県	1,885,678	5	37	80	402,656	357,981	1.125
北海道	5,190,293	12	68	161	457,008	411,214	1.111
愛知県	7,311,046	17	69	173	456,682	414,689	1.101
京都府	2,525,645	6	36	78	441,230	401,763	1.098
静岡県	3,547,156	8	43	92	463,787	424,596	1.092
広島県	2,751,969	6	31	65	474,204	439,811	1.078
石川県	1,118,841	3	19	30	385,482	360,412	1.070
長崎県	1,304,001	3	21	33	447,581	420,765	1.064
高知県	687,307	2	34	66	350,436	336,871	1.040
滋賀県	1,384,906	3	19	39	470,733	454,238	1.036
岐阜県	1,929,763	5	45	105	396,195	382,807	1.035
宮城県	2,282,543	5	39	86	462,786	447,451	1.034
栃木県	1,895,738	5	25	56	385,398	375,623	1.026
島根県	662,896	2	19	33	335,078	327,818	1.022
福井県	753,067	2	17	26	380,488	372,579	1.021
岡山県	1,863,316	4	30	66	470,231	460,547	1.021
富山県	1,018,488	3	15	27	342,746	336,246	1.019
茨城県	2,809,190	6	44	95	471,684	466,792	1.010
福島県	1,820,284	4	55	130	456,379	453,651	1.006
新潟県	2,186,244	5	38	81	438,318	436,078	1.005
佐賀県	805,502	2	20	33	403,528	401,974	1.004
熊本県	1,723,710	4	49	106	431,670	430,200	1.003
青森県	1,232,575	3	43	90	411,505	410,129	1.003
和歌山県	916,555	2	30	57	459,003	457,552	1.003
秋田県	955,851	2	25	52	478,102	477,749	1.001
奈良県	1,312,968	3	39	94	437,797	437,501	1.001
長野県	2,016,520	5	77	185	403,368	403,214	1.000
山形県	1,060,878	3	35	84	353,707	353,582	1.000
岩手県	1,203,597	3	33	74	401,255	401,164	1.000
徳島県	714,526	2	25	56	357,292	357,234	1.000
山梨県	795,981	2	27	61	398,001	397,980	1.000
鹿児島県	1,578,219	4	45	86	394,556	394,554	1.000
鳥取県	549,097	1	19	33	549,097	549,097	1.000

同じ議席配分のもとでの現行区割（2022(R4)年6月勧告，11月可決）が1.999倍であるのに対し，最適解が2.072倍と最大較差がより大きいのは，作成方針が異なるためである．区画審は当初，「区割りの改定案の作成方針（2001）」「緊急是正法に基づく区割りの改定案の作成方針（2012）」では，当該都道府県平均人口 $\pm 33.3\%$ かつ全国平均人口 $\pm 33.3\%$ という方針だった．妥当な議席配分手法を用い，全選挙区をこの通りに作って全国最大較差が2倍未満となることを期待する方針である．しかし，新しい「区割り改定案の作成方針（2016）」では，アダムス法（最大除数法LD）で議席配分し，最小となる鳥取県（2選挙区）平均人口を下限と定めて，残りの全区割をその2倍未満におさめることに変更してしまった．よって，2倍を超える市区や過大人口選挙区をあちこち分割し，2倍未満ぎりぎりとなる1.999倍という較差になったのである．

最高裁の違憲状態判決で指摘された「一人別枠方式」を撤廃する代わりに，鳥取県への配慮として，よく知られた議席配分法の中では唯一，鳥取県に2議席を与えるアダムス法（最大除数法LD）を採用し，その後の区割画定段階での方針も，最小選挙区鳥取を基準にするという，特定の選挙区に依存した考えであり，方針としてはあまり好ましいとは言えない．従来の平均 $\pm \alpha\%$ とする方が方針としては自然であるし，既に見たとおり，ドイツやアメリカをはじめ各国の選挙区作成時にもそのようになっている¹⁵．よって，最適化モデルでは，従来の方針をもとに考え，最適解を求めている．ただし，議席配分をアダムス法（最大除数法LD）に合わせた場合，鳥取県の最小選挙区が全国平均人口 -33.3% を下回っているため，上限を $+33.3\%$ 未満で作成しても2倍を超えたのである．議席配分最適化モデルで議席を割り当てた場合は，最大較差は1.801倍となる．2000(H12)年，2005(H17)年，2010(H22)年，2015(H27)年，および，今回の2020(R2)年の5回の最適化の結果から，適切な議席配分のもとで，1.7~1.8倍程度の区割を達成できることは繰り返し確認されている [39, 42, 14, 20]．

最適区割の例を2つ示す（図3.2, 3.3）．点は市区町村を表し，隣接市区町村を枝で結んだ隣接グラフで表現している．点の位置は，各地域の中央ではなく役所の位置である．飛び地となっている市区町村の場合は別要素として扱い，飛び地の点の位置は支所の位置にしてある．点の直径で市区町村の人口を表現しており，当該都道府県の最大人口を最大円とした5段階の相対サイズである．同色が1つの選挙区を表す．選挙区間の隣接枝は，点線にしてある．

長野県5選挙区的最適解は，図3.2に示してあるとおり，最大人口選挙区403,368人，最小人口選挙区403,214人で最大較差1.000倍，即ち，5選挙区相互に較差1.000倍となる．奈良県3選挙区的最適解は，図3.3に示してあるとおり，最大人口選挙区437,797人，最小人口選挙区437,501人で最大較差1.001倍である．よってこちらも，3選挙区相互に較差1.00倍である．この2県は，市区郡では最適解の求解が困難ではないが，市区町村では求解難易度があがる例である．表3.2の奈良県の第2妥当選挙区列挙数等も参照されたい．

¹⁵ただし，作成方針が「差」にもとづく平均 $\pm \alpha\%$ で，評価が「比」だと整合性の点では良くない．

20長野県 [市区町村] 最適区割(m=5)

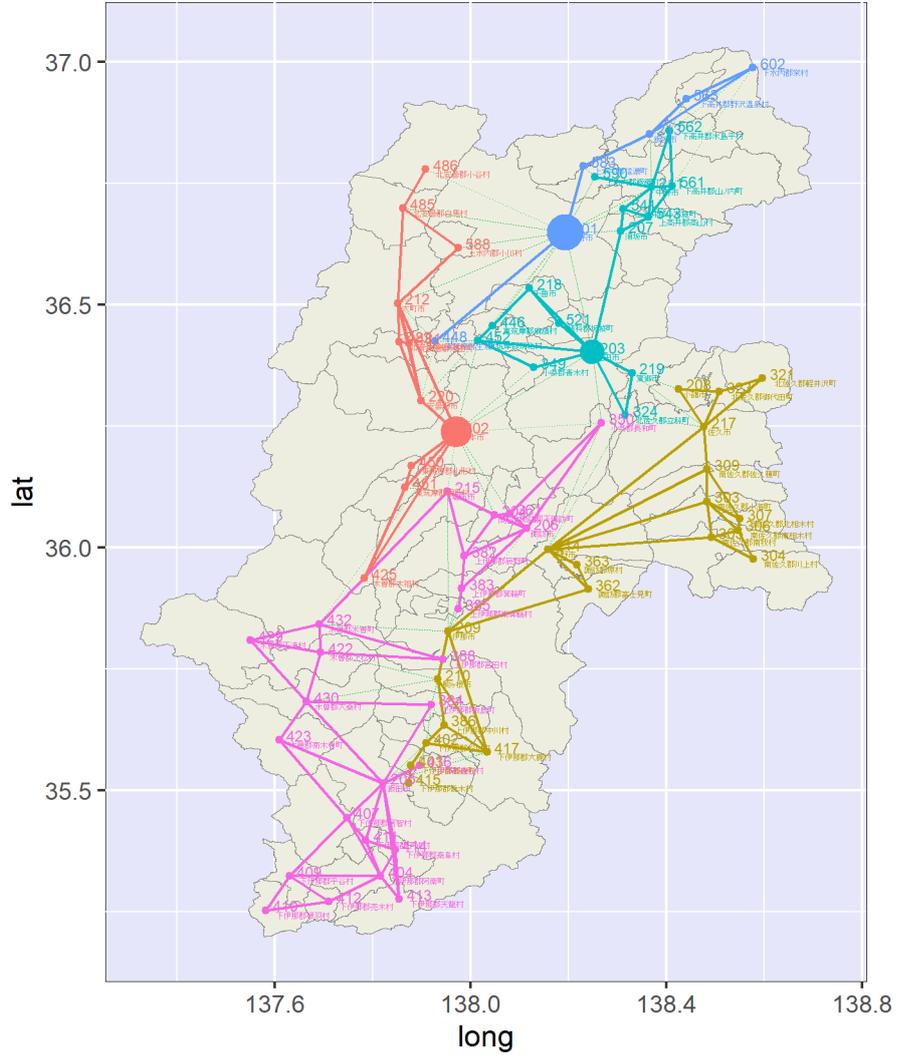


图 3.2: 長野県 5 選挙区 [403,368/403,353/403,349/403,236/403,214] 1.000 倍

29奈良県 [市区町村] 最適区割(m=3)

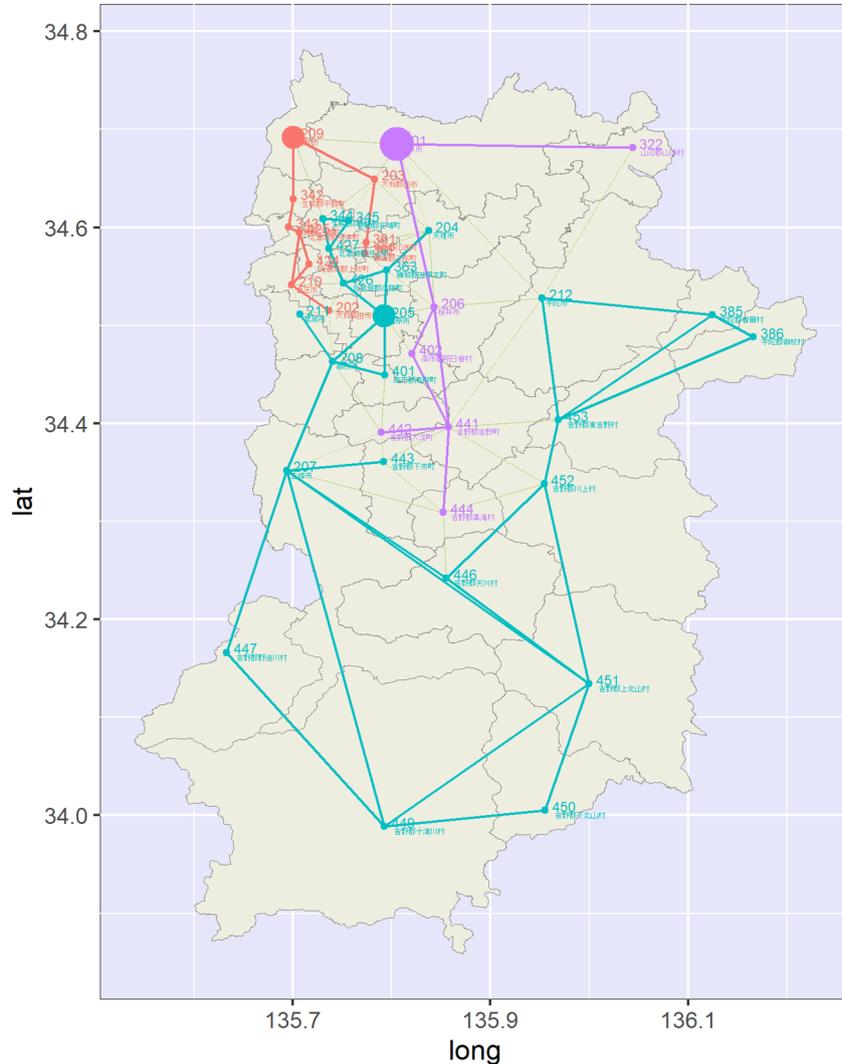


図 3.3: 奈良県 3 選挙区 [437,797/437,670/437,501] 1.001 倍

4 参議院選挙区制

参議院選挙区制は、都道府県が選挙区であると決まっているので、148 議席を 47 都道府県に議席配分することになる。ただし、3 年毎に半数改選なので、配分議席は偶数であることが前提となる。よって、74 議席を 47 都道府県に配分する議席配分問題となる。選挙区数に対して定数が少ないことと、人口分布が非常に偏っているので、0 議席配分となる県がでる最大剰余法 LR や算術平均法 AMD などは使用できない。

既に 1 節で述べたとおり、2015(H27) 年の是正案で、選挙区は 47 都道府県から 43 都道府県 + 2 合区の 45 区に変更されている。較差を縮小するために合区案が議論されていた当時、対象として最小人口の鳥取県と隣の島根県を合わせることが検討されていた。しかし、47 都道府県のどこをどのように合区すると最も較差が下がるのかは明らかではなく、最適化の出番となる。堀

田 [16, 17] は、最適化モデルを用いて、確かに鳥取県を含む合区が較差を最も下げることが明らかになった。ただし、合区の相手は島根県に限定されるものではなく、鳥取県の隣であれば良いことも明白にした。つまり、島根県は合区する必要はなく、デメリットしかない。また、合区数を1つずつ増やしていったときの合区箇所についての結果も示した。

堀田・根本・和田 [25] は、2015(H27) 年国勢調査人口に基づき、[19] の複数人選出選挙区モデルを用い、合区の結果を示した。また、最適化モデルだけではなく、各種除数法を用いた最適化の結果についても示し、比較検討している。いずれも、0 合区の場合は単純な議席配分問題となるが、1 合区以上の場合は、どの府県を組み合わせると合区とするかと議席配分を同時に考慮する必要があり、複数人選出選挙区最適化モデル [19] での議席・区割同時決定問題を解くことになる。本論でも同様のモデルを使い、2020(R2) 年国勢調査人口に対する結果を示す。

都道府県を点とし、隣接間に枝をはる隣接グラフを用いるが、本州と北海道、および、九州と沖縄県は接続しない。よって、北海道と沖縄県は孤立点となり1 選挙区が確定する。ただし、求解前は配分議席数は未確定であることに注意されたい。本州と四国、本州と九州は、橋で接続されている箇所が隣接となる。衆議院小選挙区制のモデルと同様、前処理として第2 妥当選挙区のアイディアを採用するが、列挙上限は、人口が最大の東京都迄であり、面積が最大の北海道迄に制限している。これは、合区導入前の参議院選挙区制において、単独で1 選挙区となる最大人口が東京都であり、単独で1 選挙区となる最大面積が北海道であるためである。よって、これらを合区として許容されうる最大サイズの根拠とした [25]。すると、合区の候補（第2 妥当選挙区）は、47 都道府県単独を含み、9157 個となる。

この設定・モデルを用いた最適化による結果は表 4.1 となる。

表 4.1: 参議院 選挙区 最適合区と最大較差

m	k	max	min	ratio	m	k	max	min	ratio
47	0	2,437,015	549,097	4.438	29	18	2,016,520	1,449,323	1.391
46	1	2,394,442	687,307	3.484	28	19	1,895,738	1,404,595	1.350
45	2	2,282,543	753,067	3.031	27	20	1,885,678	1,406,251	1.341
44	3	2,260,704	795,981	2.840	26	21	1,871,908	1,449,323	1.292
43	4	2,260,451	805,502	2.806	25	22	1,820,284	1,449,323	1.256
42	5	2,186,244	916,555	2.385	24	23	1,808,360	1,449,323	1.248
41	6	2,186,244	939,390	2.327	23	24	1,795,832	1,449,323	1.239
40	7	2,047,434	955,851	2.142	22	25	1,792,574	1,449,323	1.237
39	8	2,016,520	1,018,488	1.980	21	26	1,780,414	1,449,323	1.228
38	9	2,010,989	1,060,878	1.896	20	27	1,773,578	1,449,323	1.224
37	10	2,016,729	1,113,684	1.811	19	28	1,730,098	1,449,323	1.194
36	11	1,958,006	1,113,684	1.758	18	29	1,730,098	1,449,323	1.194
35	12	1,937,746	1,203,597	1.610	17	30	1,730,098	1,449,323	1.194
34	13	1,937,746	1,211,993	1.599	16	31	1,730,098	1,449,323	1.194
33	14	1,929,763	1,262,823	1.528	15	32	1,730,098	1,449,323	1.194
32	15	1,909,112	1,304,001	1.464	14	33	1,730,098	1,449,323	1.194
31	16	1,895,738	1,312,968	1.444	13	34	1,730,098	1,449,323	1.194
30	17	2,010,989	1,404,595	1.432	12	35	1,730,098	1,449,323	1.194

表 4.1 の項目 m は選挙区数, k は結合する府県の数を表し, $m+k=47$ である¹⁶. \max , \min , ratio は, 選挙区人口を配分議席で除した値の最大値と最小値, および, その比を表す.

まず, 合区を用いない場合の一票の最大較差下限は 4.438 倍となることがわかる. 現行と同様 2 合区作る場合は, 現行と同じ, 鳥取県+島根県, 徳島県+高知県 の 2 合区が最適の結果となり, 3.031 倍である¹⁷. 結合府県数 k が 1~10 のときは, 全ての合区は 2 県で構成され, 結合府県数 k が 11 以上になると, 3 府県の合区が出現する.

合区制のみを用いて最大較差を 2 倍未満にするには, 結合数を 8 つにする必要があることがわかる. これは, 2010(H22), 2015(H27) 年人口データによる結果とほぼ同様である [17, 25]. 結合府県数 $k=15$ で 1.5 倍未満となる. 結合府県数 k が 21 以上では, 人口下限 (\min) は沖縄県単独選挙区の人口となり, 以降, 較差縮小の目的を達成するには上限を下げていくだけとなる. 結合府県数 k が 28 以上では, 上限 (\max) も固定され, 1.194 倍がこの設定のもとでの合区の最大較差限界値となる. 結合府県数 k が 35 を越える (選挙区数 m が 11 以下になる) と実行不能となる. これは, 選挙区数 m が 11 以下だと, 平均人口が最大人口として制約を課している東京都の人口を超えるためである¹⁸.

一票の最大較差最小化を目的とした最適化の他に, 分布間の擬距離を測る情報量の 1 つの例として, Kullback-Leibler divergence による結果も示す (cf. [23, 25]). これは, 議席配分法で言うと閾値対数平均除数法 LMD に該当する (cf. [65, 66]). 最大較差が 2 倍未満を達成するところまで計算すると, 表 4.2 となる. 比較のために最適合区の対応箇所を再掲・併記する.

表 4.2: 参議院 選挙区 最適合区と KL-divergence

手法		opt			KLd		
m	k	max	min	ratio	max	min	ratio
47	0	2,437,015	549,097	4.438	2,809,190	549,097	5.116
46	1	2,394,442	687,307	3.484	2,809,190	687,307	4.087
45	2	2,282,543	753,067	3.031	2,751,969	753,067	3.654
44	3	2,260,704	795,981	2.840	2,751,969	795,981	3.457
43	4	2,260,451	805,502	2.806	2,525,645	795,981	3.173
42	5	2,186,244	916,555	2.385	2,525,645	795,981	3.173
41	6	2,186,244	939,390	2.327	2,282,543	795,981	2.868
40	7	2,047,434	955,851	2.142	2,282,543	916,555	2.490
39	8	2,016,520	1,018,488	1.980	2,282,543	916,555	2.490
38	9	2,010,989	1,060,878	1.896	2,282,543	1,063,102	2.147
37	10	2,016,729	1,113,684	1.811	2,282,543	1,118,841	2.040
36	11	1,958,006	1,113,684	1.758	2,176,786	1,203,597	1.809

KL-divergence を用いた議席と合区の同時決定最適化では, 府県結合数 $k=11$ のとき, 1.809 倍と 2 倍未満が達成されることがわかる. 最適合区と KL-divergence の詳細を図 4.1, 4.2 に示す.

¹⁶ 合区の数と結合する府県の数は一一致するとは限らないことに注意されたい. 3 以上の府県で 1 つの合区を構成する可能性があるからである.

¹⁷ 最適解の 1 つであり, 同じ較差の別解があることに注意されたい (cf. [16, 17, 25]).

¹⁸ 全国人口を 11 で除した値が東京都の人口を超えるので, 実行不能となるということ.

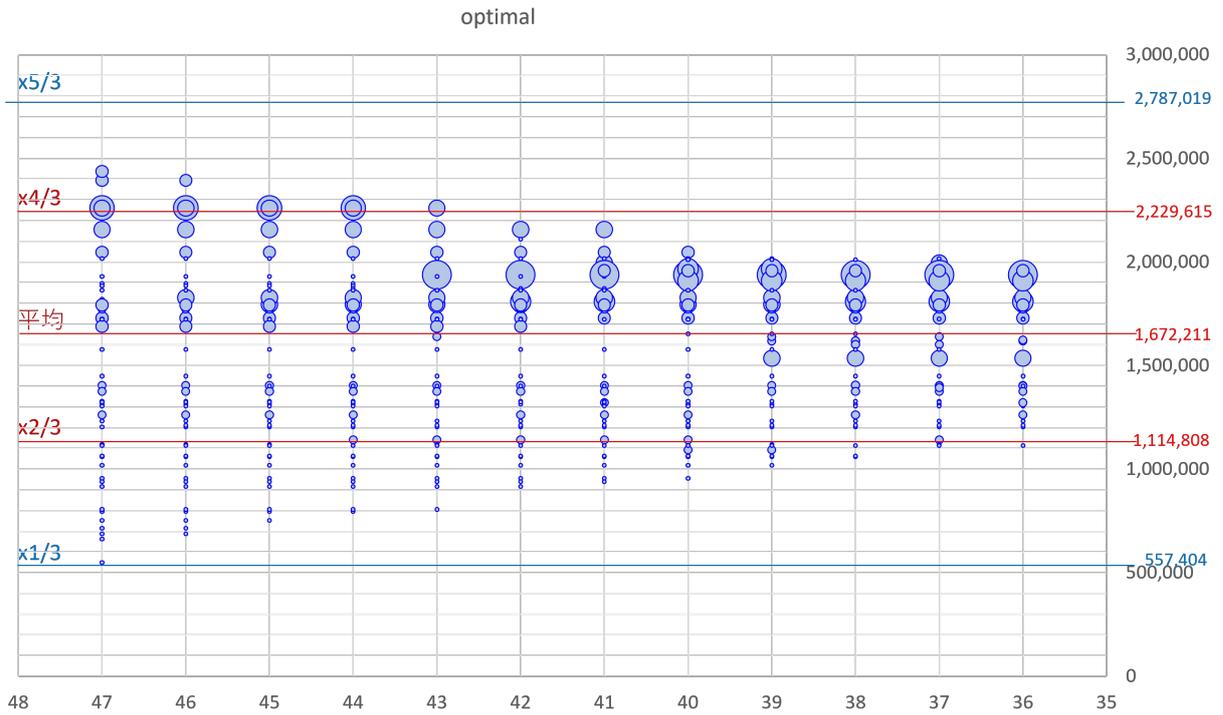


図 4.1: 参議院 選挙区 最適合区

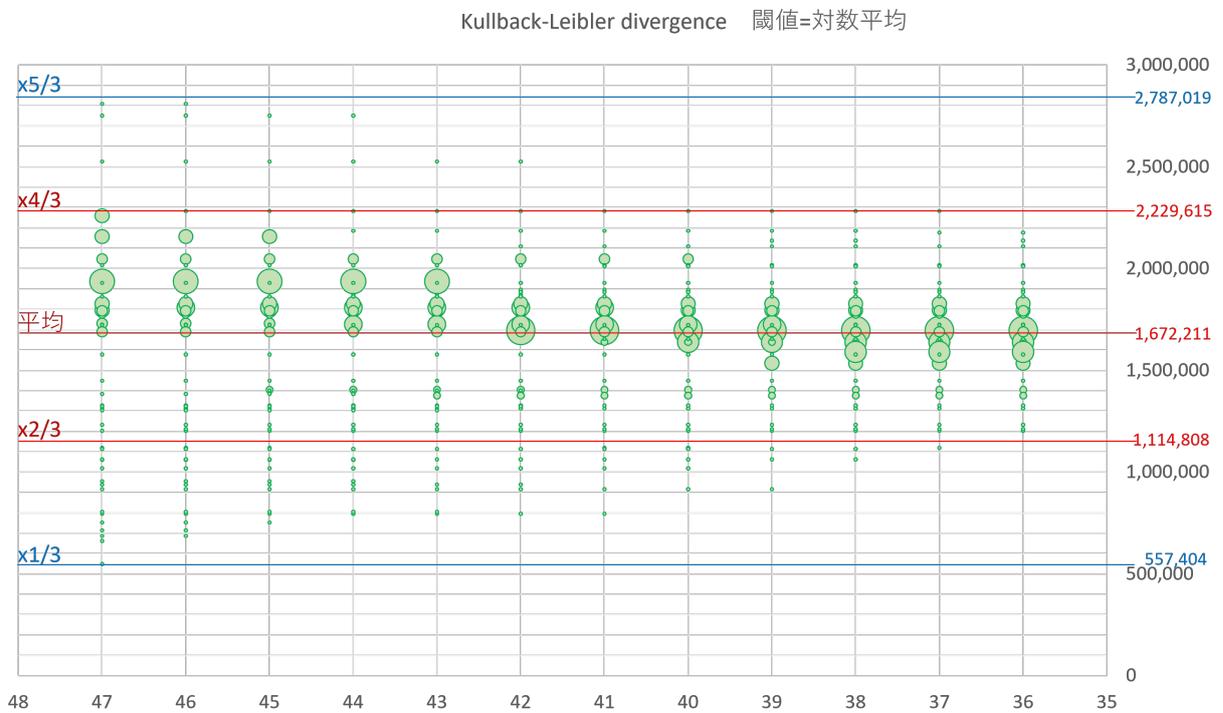


図 4.2: 参議院 選挙区 KL-divergence

横軸は、選挙区数 ($m=47\sim36$) を、縦軸は (1 選挙区平均) 人口を表す. 図の 1 つの円が 1 つ

の選挙区を表し、プロットされる位置は1選挙区平均人口を、円の大きさは選挙区に割り当てられた議席数を表す。最小サイズの円が1議席選挙区である。例えば、 $m = 45$ では、45個の点（2箇所の合区を含む）が各々の平均人口の位置に縦に並ぶ。中央の横線は全国人口を議席数74で除した全国平均を、その上下の赤線 $[\times \frac{4}{3}, \times \frac{2}{3}]$ は平均 $\pm 33.3\%$ ライン（この間に全選挙区が入れば最大較差2倍未満となる）を、その外側の青線 $[\times \frac{5}{3}, \times \frac{1}{3}]$ は平均 $\pm 66.7\%$ ライン（この間に全選挙区が入れば最大較差5倍未満となる）を示している。左端の選挙区数47の場合は合区なしを意味し、表4.2に示した通り5.116倍であり、右端の選挙区数36の場合は、11箇所の府県結合で、KL-divergenceで最大較差が1.809倍と2倍未満を達成するところである。

最適合区では、分布が平均より上か下にやや抑えられる形になる傾向がある。これは、目的関数が平均からの乖離ではなく、比を最小化していることによる。それに対し、KL-divergenceなどの閾値に平均を用いる除数法などでは、平均を中心として上下に分布する様子が見て取れる。2倍未満を達成する選挙区を構成する最適合区の右側4つ ($m=39,38,37,36$) と、KL-divergenceの右端 ($m=36$) とを比較して、両者の違いをよく観察されたい。

さて、合区制度そのものに対する賛否があり、現在、合区制度を廃止したい動きもあるようである¹⁹。特に、合区対象となっている4県で反発が大きいように思える²⁰。立候補者が自身の住居のある県にいない場合、投票する意義を見いだせないなどの理由があるようだ。本来、国会議員の選挙は、国の代表を選出するものであり、地域代表を国会に送りこんだり、地域の利益代表ということではないと思うが、後者の視点で考える有権者が多いのかもしれない。

2022年12月の日経の記事では、ブロック制にする案が検討されているようだ。ただ、合区は嫌なのにブロックはOKというのは矛盾しているように思う。同じブロック内で自身の居住する県から立候補者がいないのであれば、状況としては同じだからだ。割当議員数がブロック構成県の数以上だとしても立候補者が全県に出る、などとは必ずしも期待できないと思う。

合区をせず、都道府県を単位として選挙を実施することにこだわるのであれば、別の方策もある。「3年毎半数改選」と言う部分の解釈を変更する。現在は、「都道府県単位で」半数改選と考え、148議席を各都道府県に「偶数で」配分するが、「全国で」半数改選と解釈すれば、偶数にする必要はない。この場合どうなるのかについても、最適化手法は結果を示してくれる。148議席を47都道府県に人口に比例して配分する設定で、8手法と議席配分最適化モデルの結果は、表4.3の通りである。

表 4.3: 参議院 選挙区 奇数配分を許す場合の最大較差

手法	剰余法		除数法					最適化	
	最大LR	最大LD	調和平均HMD	幾何平均GMD	対数平均LMD	identric IMD	算術平均AMD	最小SD	2値optR
max	1,118,841	968,873	1,118,841	1,118,841	1,118,841	∞	1,232,575	∞	1,063,102
min	549,097	509,244	549,097	549,097	549,097	601,799	549,097	718,333	549,097
ratio	2.038	1.903	2.038	2.038	2.038	-	2.245	-	1.936

¹⁹日本経済新聞「自民、改憲で参院合区解消 憲法審 立民は不要と主張」2022年12月7日 20:19 <https://www.nikkei.com/article/DGXZQOCD07ANG0X01C22A2000000/>

²⁰産経新聞「徳島高知、鳥取島根 合区「応援しがない」と批判 投票率低下の恐れ」2019年7月18日 16:47 <https://www.sankei.com/article/20190718-BF3YLFTAXRMDZKYJZJDHKLAFRE/>

除数法のいくつかにおいては、0議席配分となる県が存在する。最適化モデルは割当分特性を条件とする2値版で、2倍未満となる1.936倍がその限界値である。最大除数法LDのratioがそれより小さいのは、割当分特性を満たさない配分となるためである。この設定の場合、奇数配分の都道府県は3年毎に改選数が1異なることになる。全国では3年毎に半数74となるように調整すれば良い。また、10~15程度の県が1議席配分となり、1議席配分の県は6年毎に選挙となる。これらを許容できるなら、偶数で配分することをやめるだけで最大較差が2倍程度で、合区を用いず都道府県単位の選挙区制を実施可能である。

5 おわりに

国政選挙（衆議院比例代表制、衆議院小選挙区制、参議院選挙区制）について、2020(R2)年国勢調査人口（日本国民）と当時の行政界（市区町村）をもとに、これまで培われてきた議席配分最適化モデルや区割画定最適化手法を用いて、一票の最大較差を最小化する最適解を導出した。その結果、衆議院比例区の議席配分限界値は、1.077倍である。また、衆議院小選挙区の議席配分限界値は1.657倍であり、区割画定時の限界値は1.801倍である。最適解の求解には第2妥当選挙区のアプローチが極めて有効であることが再確認された。今回も含めて小選挙区制の5回（2000, 2005, 2010, 2015, 2020）の結果から、適切な議席配分のもとでは、一票の限界較差は1.7~1.8倍程度におさえられることも再確認された。

参議院選挙区制においては、合区をしない場合の限界較差が4.438倍であり、1箇所の合区導入で3.484倍になり、2箇所の合区で3.031倍となる。今回も含めて選挙区制の3回（2010, 2015, 2020）の結果から、較差に対する合区の効果が大きいことが再確認された。また、合区のみで2倍未満を達成するには8箇所程度の府県結合が必要なことも再確認された。さらに、奇数配分で6年毎の選挙となる県が10程度出ることを許容できるなら、最大較差1.936倍で都道府県単位の選挙区制度を実施可能である。

最適化により限界値を示すことで、制度設計の不備や問題点、改善方法などが示唆され、政治的に非常に意義があることが再確認された。

参考文献

- [1] M.L. Balinski and H.P. Young: *Fair Representation 2nd ed.* (Brookings, 2001).
- [2] C. Barnhart, E.L. Johnson, G.L. Nemhauser, M.W.P. Savelsbergh and P.H. Vance: Branch-and-Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs. *Operations Research*, **46-3** (1998), 316-329.
- [3] B. Bozkaya, E. Erkut and G. Laporte: A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. *European Journal of Operational Research*, **144** (2003), 12-26.

- [4] A. Buchanan, H. Validi: Political districting to minimize cut edges. *Mathematical Programming Computation*, **14** (2022), 623–672.
- [5] A. Buchanan, E. Lykhovyd, H. Validi: Imposing contiguity constraints in political districting models. *Operations Research*, **70-2** (2021), 867–892.
- [6] P.G. Cortona, C. Manzi, A. Pennisi, F. Ricca and B. Simeone: *Evaluation and Optimization of Electoral Systems* (SIAM, 1999).
- [7] B. Fleischmann and J.N. Paraschis: Solving a Large Scale Districting Problem: A Case Report. *Computers and Operations Research* **15-6** (1988) 521–533.
- [8] R.S. Garfinkel and G.L. Nemhauser: Optimal Political Districting by Implicit Enumeration Techniques. *Management Science*, **16-8** (1970), B495–508.
- [9] J.A. George, B.W. Lamar and C.A. Wallace: Determining New Zealand Electoral Districts Using a Network-Based Model, *Operational Research Society of New Zealand, Proceedings*, **29** (1993), 276–283.
- [10] S. Goderbauer Political Districting for Elections to the German Bundestag: An Optimization-Based Multi-stage Heuristic Respecting Administrative Boundaries, *Operations Research Proceedings 2014* (2014) 181–187.
- [11] S. Goderbauer and J. Winandy: Political Districting Problem: Literature Review and Discussion with regard to Federal Elections in Germany, (2018).
- [12] G.R. Grimmett: European apportionment via the Cambridge Compromise. *Mathematical Social Sciences*, **63** (2012) 68–73.
- [13] 堀田敬介: 市区郡分割を考慮した選挙区画定問題の最適化モデル, *情報研究*, **43** (2010), 41–60.
- [14] 堀田敬介: 衆議院議員小選挙区制最適区割 2011, *情報研究*, **47** (2012), 43–83.
- [15] 堀田敬介: 選挙区割の最適化と列挙索引化, *オペレーションズ・リサーチ*, **57-11** (2012), 623–628.
- [16] 堀田敬介: 合県モデルと区割人口頑健性による選挙制度の評価と提言, *RIMS 研究集会報告集*, **1879** (2014), 79–90.
- [17] 堀田敬介: 合区および総定数変化に対する議席配分最適化, *選挙研究*, **31-2** (2015), 123–141.
- [18] 堀田敬介: 区割画定作業支援のための選挙区割の特徴化. *Transactions of the Operations Research Society of Japan*, **59** (2016), 60–85.
- [19] 堀田敬介: 複数人選出選挙制度の較差是正のための最適化と限界値分析, *Transactions of the Operations Research Society of Japan*, **60** (2017), 74–99.

- [20] 堀田敬介: 衆議院議員小選挙区制最適区割 2016, 経営論集, **3-1** (2017) 1–19[, 付録 22-114].
- [21] 堀田敬介: 指定都市議会議員選挙における投票価値の平等, 経営論集, **5-3** (2019) 1–20.
- [22] 堀田敬介: 選挙区画定問題の解法, 経営論集, **5-6** (2019) 1–24.
- [23] 堀田敬介: 都道府県議会の選挙区画定, 日本 OR 学会 秋季研究発表会 アブストラクト集 (2019).
- [24] 堀田敬介: 衆議院小選挙区の都道府県内較差経営論集, **7-3** (2021) 1–15.
- [25] 堀田敬介, 根本俊男, 和田淳一郎: 参議院最適合区について, 選挙研究 **35-2** (2019), 86–102.
- [26] 岩崎美紀子: 選挙と議会の比較政治学 (岩波現代全書, 2016).
- [27] 岩崎正洋 編: 選挙と民主主義 (吉田書店, 2013).
- [28] J. Kawahara, T. Horiyama, K. Hotta and S. Minato: Generating All Patterns of Graph Partitions within a Disparity Bound. *In Proceedings of the 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation*, **10167** (2017) 119–131.
- [29] 河村和徳: 現代日本の地方選挙と住民意識 (慶応義塾大学出版会, 2008).
- [30] 加藤秀治郎: 日本の選挙 一何を変えれば政治が変わるのか— (中公新書, 2003).
- [31] 近藤敦: Q&A 外国人参政権問題の基礎知識 (明石書店, 2001).
- [32] 近藤敦: 外国人の権利と法的地位, 近藤敦 編著: 多文化共生政策へのアプローチ (明石書店, 2011) 41–67.
- [33] L. Lauwers and T. Van Puyenbroeck: Minimally disproportional representation: generalized entropy and Stolarsky mean-divisor methods of apportionment. *Discussions Paper* (2008).
- [34] P.G. Marlin: Application of the Transportation Model to a Large-Scale “Districting” Problem, *Computers and Operations Research* **8** (1981) 83–96.
- [35] A. Mehrotra, E. Johnson and G. L. Nemhauser: An optimization based heuristic for political districting. *Management Science*, **44-8** (1998) 1100–1114.
- [36] 三輪和宏, 河島太郎: 参議院の一票の格差・定数は是正問題. 国立国会図書館 調査と情報 -ISSUE BRIEF-, **610** (2008).
- [37] 森脇俊雅: 小選挙区制と区割り 一制度と実体の国際比較— (芦書房, 1998).
- [38] 根本俊男, 堀田敬介: 区割画定問題のモデル化と最適区割の導出. *オペレーションズ・リサーチ*, **48-4** (2003), 300–3006.

- [39] 根本俊男, 堀田敬介: 選挙区最適区割問題のモデリングと厳密解導出. 第 15 回 RAMP シンポジウム論文集 (2003), 104–117.
- [40] 根本俊男, 堀田敬介: 衆議院小選挙区制における一票の重みの格差の限界とその考察. 選挙研究, **20** (2005), 136–147.
- [41] 根本俊男, 堀田敬介: 一票の重みの格差から観た小選挙区数. 選挙研究, **21** (2006), 169–181.
- [42] 根本俊男, 堀田敬介: 平成大合併を経た衆議院小選挙区制区割環境の変化と一票の重みの格差. *Transactions of the Operations Research Society of Japan*, **53** (2010), 90–113.
- [43] 西平重喜: 各国の選挙 —変遷と実状— (木鐸社, 2003) .
- [44] 大林啓吾, 白水隆 編著: 世界の選挙制度 (三省堂 2018) .
- [45] 大山達夫: 選挙区議員定数問題の数理. オペレーションズ・リサーチ, **32-5** (1987), 269–280.
- [46] 大山達夫: 選挙区事例からみた議員定数配分方法の比較分析. オペレーションズ・リサーチ, **32-8** (1987) 551–561.
- [47] T. Oyama: On a Parametric Divisor Method for the Apportionment Problem. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **34-2**, (1991) 187–221.
- [48] T. Oyama and T. Ichimori: On the Unbiasedness of the Parametric Divisor Method for the Apportionment Problem. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **38-3**, (1995) 301–321.
- [49] T. Radzik: Newton’s method for fractional combinatorial optimization, *Proceedings., 33rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, (1992) 659–669.
- [50] F. Ricca, A. Scozzari and B. Simeone: Political districting: from classical models to recent approaches. *Annals of Operations Research*, **204**, (2013) 271–299.
- [51] R. Z. Rios-Mercado ed.,: *Optimal Districting and Territory Design*, (Springer, 2020).
- [52] R. Swamy, D. King, S. Jacobson: Multi-Objective Optimization for Politically Fair Districting: A Scalable Multilevel Approach. *Operations Research*, , (19 Aug. 2022) <https://doi.org/10.1287/opre.2022.2311>.
- [53] 斎藤孝之, 武藤佳恭: 小選挙区区割り問題, *Bit*, **28-7** (1996) 88–91.
- [54] 坂口利裕, 和田淳一郎: 選挙区割りの最適化について. 三田学会雑誌, **93-1** (2000), 109–137.
- [55] 坂口利裕, 和田淳一郎: 選挙区割り問題. オペレーションズ・リサーチ, **48-1** (2003), 30–35.
- [56] 佐藤令: 衆議院及び参議院における一票の格差. 国立国会図書館 調査と情報 -ISSUE BRIEF-, **714** (2011).
- [57] 佐藤令: 諸外国の選挙制度. 国立国会図書館 調査と情報 -ISSUE BRIEF-, **721** (2011).

- [58] 佐藤令: 諸外国における選挙区割りの見直し. 国立国会図書館 調査と情報 -ISSUE BRIEF-, **782** (2013).
- [59] 梅津實, 森脇俊雅, 坪郷實, 後房雄, 大西裕, 山田真裕: 新版 比較・選挙政治 —21世紀初頭における先進6カ国の選挙— (ミネルヴァ書房, 2004).
- [60] 和田淳一郎: 一票の平等について. 公共選択の研究, **18** (1991) 92–102.
- [61] 和田淳一郎: 議席配分の方法としてのサン=ラグ方式. 公共選択の研究, **26** (1995) 58–67.
- [62] J. Wada: Evaluating the unfairness of representation with the Nash social welfare function. *Journal of Theoretical Politics*, **22-4**, (2010) 445–467.
- [63] 和田淳一郎: 一票の平等. 公共選択の研究, **57** (2011) 64–66.
- [64] 和田淳一郎: 定数配分と区割り - 経済学の視点から -, 選挙研究, **28-2**, (2012) 26–39.
- [65] J. Wada: A divisor apportionment method based on the Kolm-Atkinson social welfare function and generalized entropy. *Mathematical Social Sciences*, **63** (2012) 243–247.
- [66] J. Wada: Apportionment behind the Veil of Uncertainty, *Japanese Economic Review*, **67-3** (2016) 348–360.
- [67] J.C. Williams, Jr.: Political Redistricting: A Review. *Papers in Regional Science*, **74-1** (1995) 13–40.
- [68] 山崎宏紀, 川原純, 湊真一: 選挙区割問題に対する ZDD を用いた近似的列挙手法の提案と評価, *FIT2020* (2020).
- [69] T. Yamada, H. Takahashi and S. Kataoka: A branch-and-bound algorithm for the mini-max spanning forest problem. *European Journal of Operational Research*, **101** (1997) 93–103.
- [70] H.P. Young: Measuring the Compactness of Legislative Districts. *Legislative Studies Quarterly* **XIII** (1988) 105–115.
- [71] 大和 毅彦: 議員定数配分方式について - 定数削減, 人口変動と整合性の観点から -. オペレーションズ・リサーチ, **48-1** (2003), 23–29.
- [72] J.D. Zhang, H. Validi, A. Buchanan, I.V. Hicks: Linear-size formulations for connected planar graph partitioning and political districting. *Optimization Online*, (8 Aug. 2022) <https://optimization-online.org/?p=19805>.