

# 最適化と解列挙による 2022選挙区勧告案の検証評価

文教大学      京都大学  
堀田敬介      川原 純

# Outline

## 1. 選挙制度と一票の最大較差

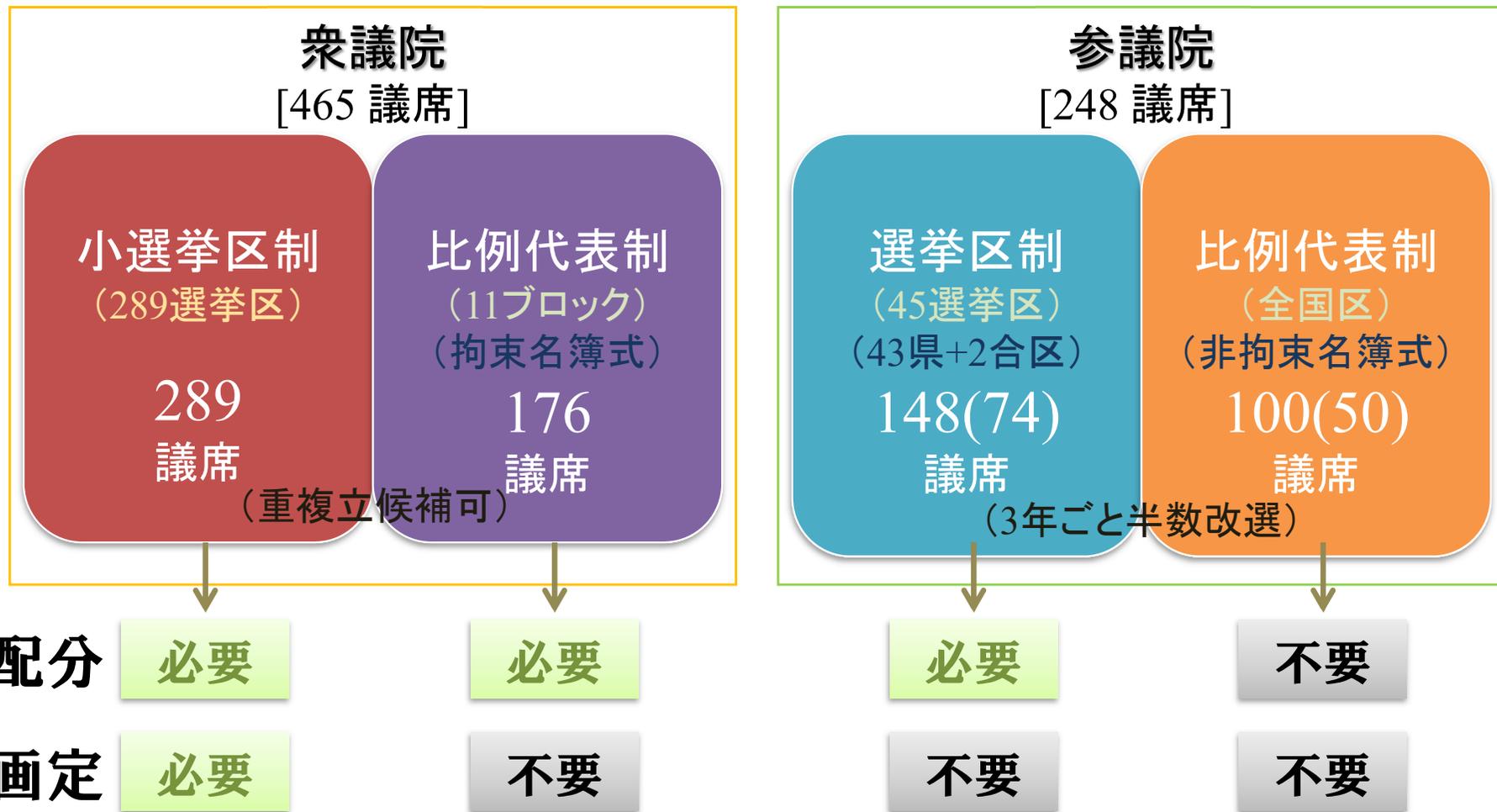
- 日本の国政選挙制度と議席配分/区割画定
  - 衆議院小選挙区の選挙区画定プロセス
  - 最適化(限界値を明示)と解列挙(画定支援・検証評価)
- 衆議院小選挙区制の一票の最大較差経緯

## 2. 最適化と解列挙による勧告案の検証評価

- 議席配分: 剰余法(1)・除数法(7)・比最小最適化法(2)の比較
- 区割画定: 勧告案と最適区割の比較
- 最適化と解列挙による検証評価の方法
- 親密度(地域のつながりの指標), 直径(コンパクト性の指標)

## 3. まとめ

# 日本の国政選挙制度と議席配分/区割画定



※比例代表制は、選挙実施後に議席配分問題を解く必要あり

## ➤ 衆議院小選挙区の選挙区画定の手順

1. 289議席を47都道府県に、人口比例で配分 (※LD(アダムス法)で実施)
2. 都道府県毎に配分議席の区割画定を実施 (※審議会が審議・2022/6/16勧告案)

↑  
最適化(限界値を明示)と解列挙(画定支援・検証評価)の結果を使い検証評価

# 一票の最大較差経緯

## 区割改定・最高裁判決歴(衆議院小選挙区制:1994(H7)年～)

定数 300人	第41回総選挙[橋本](1996/10/20)	2.309倍	合憲	※較差は 当日有権者が 国勢調査人口 で算出
↓	第42回総選挙[森](2000/6/25)	2.471倍	合憲	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>2000(H12)年国勢調査(総人口)</li> <li><u>2002年 区割改定 68区改定/300区</u></li> </ul>	2.064倍		
	第43回総選挙[小泉](2003/11/9)	2.150倍	却下	特に「一人別枠方式」を較差の主要因として批判
	第44回総選挙[小泉](2005/9/11)	2.171倍	合憲	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>2005(H17)年国勢調査(総人口)</li> <li>2006年 区割見直議論 → 結論:変更せず</li> </ul>			
	第45回総選挙[麻生](2009/8/30)	2.310倍	違憲状態(2011.3.23)	
↓	第46回総選挙[野田](2012/12/16)	2.428倍	違憲状態(2013.11.20)	
295人	<ul style="list-style-type: none"> <li>2010(H22)年国勢調査(総人口)</li> <li><u>2013年 区割改定「0増5減」42区改定/295区</u></li> </ul>	1.998倍		
↓	第47回総選挙[安倍](2014/12/14)	2.129倍	違憲状態(2015.11.25)	
289人	<ul style="list-style-type: none"> <li>2015(H27)年国勢調査(日本国民),2016年「0増6減・議席配分法変更」(改正公職選挙法(2016.5.20))</li> <li><u>2017年 区割改定「0増6減」97区改定/289区</u></li> </ul>	1.956倍		
	第48回総選挙[安倍](2017/10/22)	1.979倍	合憲(2018.12.19)	
	第49回総選挙[岸田](2021/10/31)	2.08倍	高裁[9合憲][7違憲状態](2022.3)	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>2020(R2)年国勢調査(日本国民)</li> <li><u>2022年 区割勧告案「10増10減」140区改定/289区</u></li> </ul>	1.999倍		

今回勧告案

# Outline

## 1. 選挙制度と一票の最大較差

- 日本の国政選挙制度と議席配分/区割画定
  - 衆議院小選挙区の選挙区画定プロセス
  - 最適化(限界値を明示)と解列挙(画定支援・検証評価)
- 衆議院小選挙区制の一票の最大較差経緯

## 2. 最適化と解列挙による勧告案の検証評価

- 議席配分: 剰余法(1)・除数法(7)・比最小最適化法(2)の比較
- 区割画定: 勧告案と最適区割の比較
- 最適化と解列挙による検証評価の方法
- 親密度(地域のつながりの指標), 直径(コンパクト性の指標)

## 3. まとめ

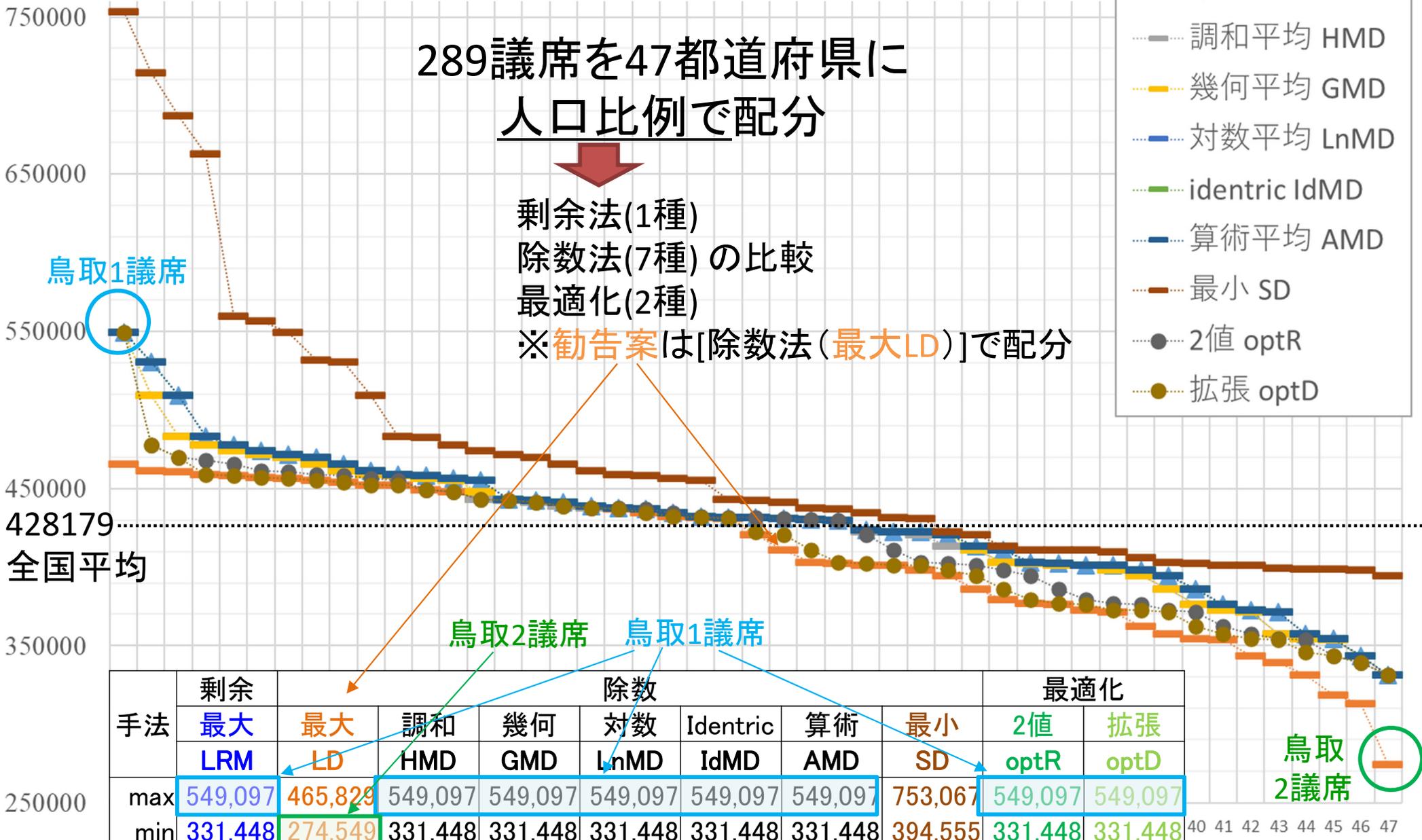
# 議席配分の比較

各都道府県の一選挙区平均人口（各々降順）

289議席を47都道府県に  
人口比例で配分

剰余法(1種)  
 除数法(7種)の比較  
 最適化(2種)  
 ※勧告案は[除数法(最大LD)]で配分

- ▲ 最大 LRM
- 最大 LD
- 調和平均 HMD
- 幾何平均 GMD
- 対数平均 LnMD
- identric IdMD
- 算術平均 AMD
- 最小 SD
- 2値 optR
- 拡張 optD



手法	剰余		除数					最適化		
	最大 LRM	最大 LD	調和 HMD	幾何 GMD	対数 LnMD	Identric IdMD	算術 AMD	最小 SD	2値 optR	拡張 optD
max	549,097	465,829	549,097	549,097	549,097	549,097	549,097	753,067	549,097	549,097
min	331,448	274,549	331,448	331,448	331,448	331,448	331,448	394,555	331,448	331,448
ratio	1.657	1.697	1.657	1.657	1.657	1.657	1.657	1.909	1.657	1.657

鳥取 2議席

# 勸告案 (2022/6/16)

改定案における分割市区 : 32市区 (▲73) ※2022(R4)年6月16日現在の分割市区町の総数は105

➤ 分割が解消される市区町数 : 75

← 不必要な分割だったので評価できる

- 宮城県: 仙台市太白区、大崎市
- 茨城県: 水戸市、下妻市、笠間市、常陸大宮市、小美玉市
- 栃木県: 栃木市、下野市
- 群馬県: 桐生市、太田市、渋川市、みどり市
- 埼玉県: さいたま市見沼区、熊谷市、春日部市、鴻巣市、越谷市、久喜市、ふじみ野市
- 千葉県: 松戸市、柏市、横芝光町
- 東京都: 港区、新宿区、台東区、品川区、目黒区、中野区、豊島区、多摩市、稲城市
- 神奈川県: 横浜市都筑区、川崎市中区・宮前区、相模原市緑区・南区、座間市
- 新潟県: 新潟市北区・東区・中央区・江南区・南区・西区、長岡市
- 岐阜県: 岐阜市
- 静岡県: 静岡市葵区・駿河区・清水区、浜松市中区・南区・天竜区、御前崎市、伊豆の国市
- 愛知県: 一宮市、瀬戸市、豊田市
- 滋賀県: 東近江市
- 島根県: 出雲市、雲南市
- 岡山県: 岡山市北区・東区・南区、倉敷市、真庭市、吉備中央町
- 広島県: 三原市、尾道市、東広島市、江田島市
- 山口県: 山口市、周南市
- 愛媛県: 松山市
- 長崎県: 長崎市、佐世保市

勸告案では分割していないが、分割が必要な市  
石川県: **金沢市**

最適区割([8][6])より、**必要な分割は14市区**  
✓ 過大人口市区で必要な分割 = **9市区**  
✓ 過大/過小選挙区を避ける分割 = **5市**  
で十分。それ以外の分割は**不必要**

・ **新たに分割される区数 : 2**

← 何故？ 必要なのか？

- 北海道: 札幌市白石区
- 福岡県: 福岡市東区

570,904.9	4/3倍
428,178.7	全国平均
285,452.5	2/3倍

・ **分割されたままの市区 (区域変更12市区・区域変更なし18市区)**

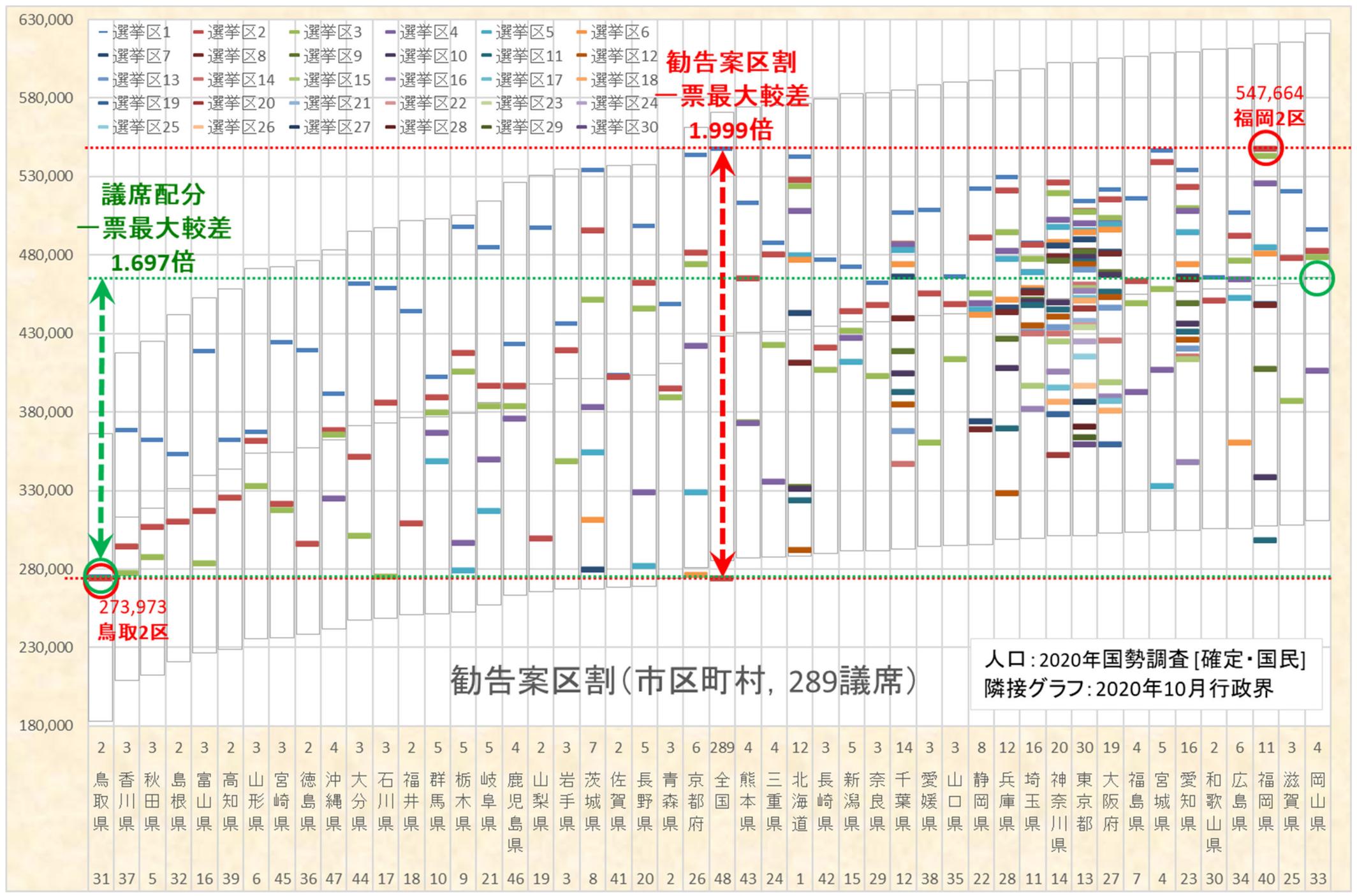
← 何故？ 必要なのか？

- 埼玉県: 川口市
- 千葉県: **市川市**、**船橋市**
- 東京都: **大田区**、**世田谷区**、**杉並区**、板橋区、**練馬区**、**足立区**、**江戸川区**、八王子市
- 兵庫県: 川西市
- 北海道: 札幌市北区・西区
- 栃木県: **宇都宮市**
- 群馬県: 高崎市
- 富山県: **富山市**
- 長野県: 長野市
- 静岡県: 富士市
- 三重県: **四日市市**
- 兵庫県: 姫路市、西宮市
- 奈良県: 奈良市
- 香川県: **高松市**、丸亀市
- 高知県: 高知市
- 福岡県: 福岡市南区・城南区
- 大分県: 大分市
- 鹿児島県: **鹿児島市**

※**過大人口市区の分割は必要**  
min{全国平均, 当該都道府県平均}\*4/3倍を上回る市区は分割  
※**過大/過小選挙区を避ける分割は必要**  
どう区割りしても過大or過小人口選挙区が出来てしまう場合も分割

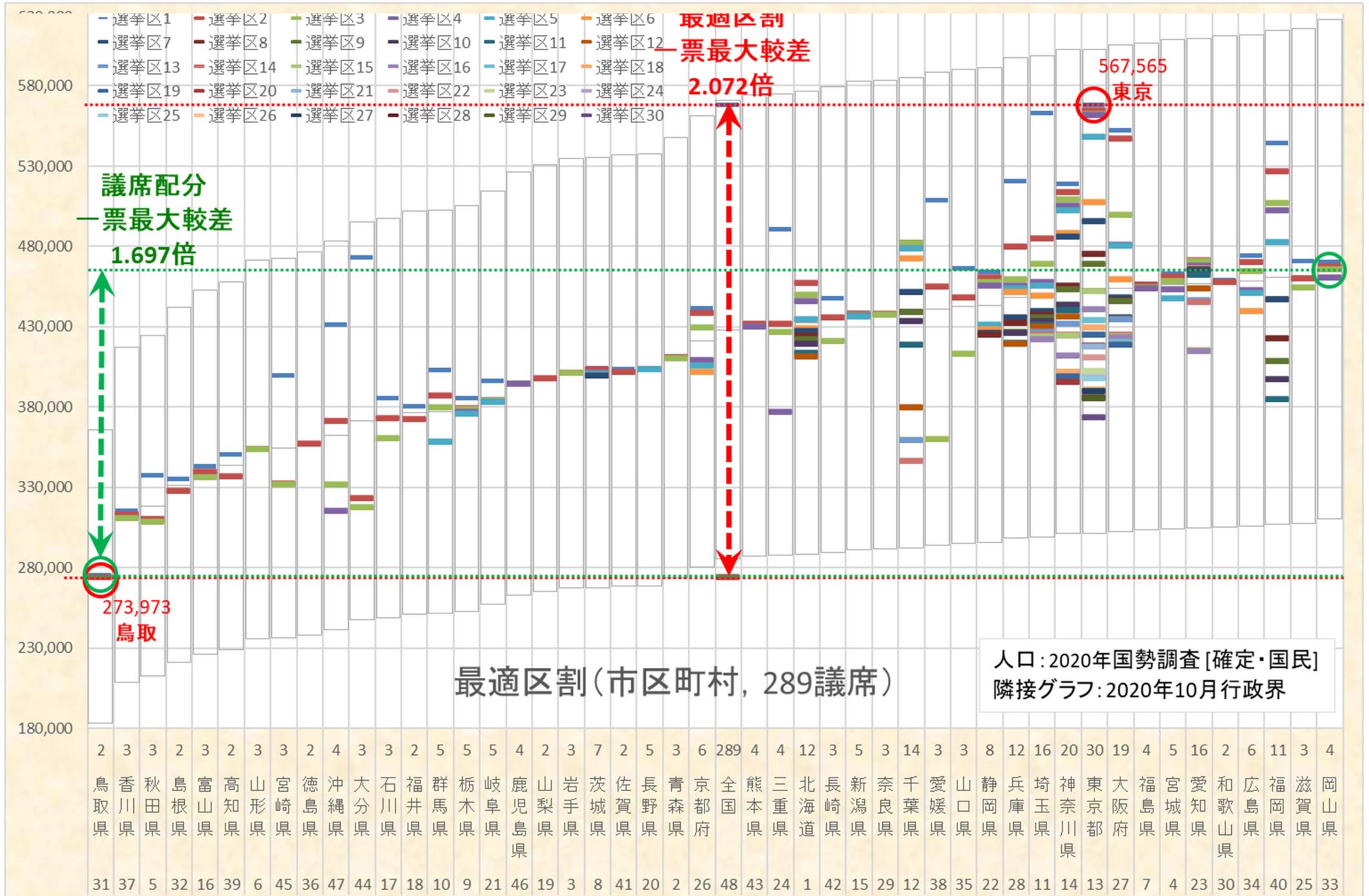
(いずれも当初作成方針の基準)

# 区割画定の結果(勧告案)



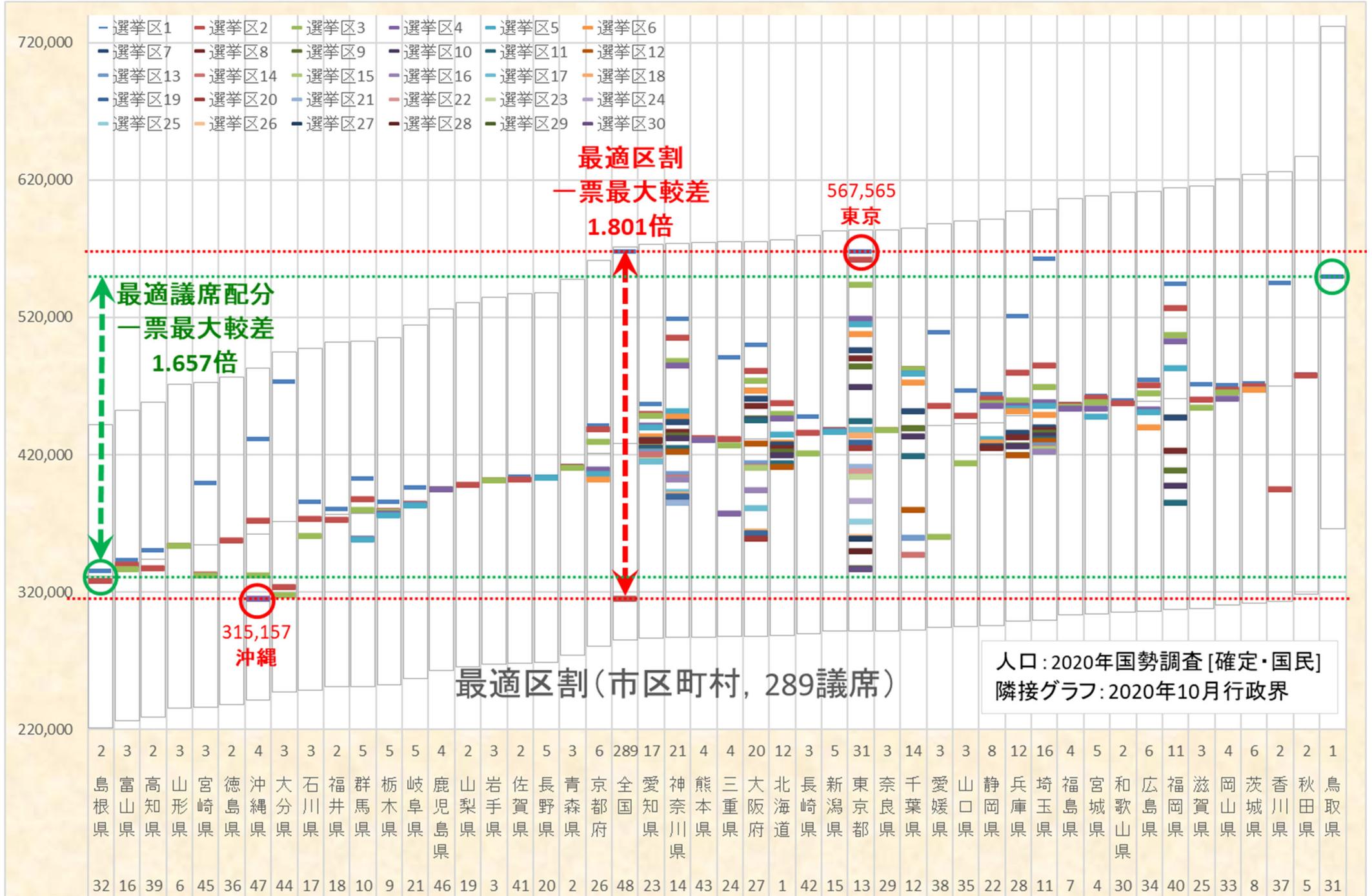
# 区割画定の結果(最適区割1)

都道府県への定数配分  
= 勧告案と同じ



# 区割画定の結果(最適区割2)

都道府県への定数配分  
= 比最小最適定数配分



# 区割画定の比較(勧告案vs最適1)

※差の降順

id	都道府県	人口	current					optR(市区町村)					diff
			議員	分割	max	min	ratio	ratio	max	min	分割	議員	
08	茨城県	2809190	7	0	534093	279586	1.910	1.011	403754	399540	0	7	0.900
26	京都府	2525645	6	0	543462	276235	1.967	1.098	441230	401763	0	6	0.869
20	長野県	2016520	5	1	498447	281735	1.769	1.000	403368	403214	0	5	0.769
09	栃木県	1895738	5	1	497454	278740	1.785	1.026	385398	375623	1	5	0.759
01	北海道	5190293	12	3	542597	292062	1.858	1.111	457008	411214	0	12	0.746
19	山梨県	795981	2	0	496915	299066	1.662	1.000	398001	397980	0	2	0.662
04	宮城県	2282543	5	0	546107	332408	1.643	1.034	462786	447451	0	5	0.609
17	石川県	1118841	3	0	458456	274903	1.668	1.070	385482	360412	1	3	0.598
21	岐阜県	1929763	5	0	484467	316550	1.530	1.035	396195	382807	0	5	0.495
16	富山県	1018488	3	1	418341	283638	1.475	1.019	342746	336246	1	3	0.456
40	福岡県	5068515	11	3	547664	298262	1.836	1.414	544188	384834	0	11	0.422
36	徳島県	714526	2	0	418829	295697	1.416	1.000	357292	357234	0	2	0.416
18	福井県	753067	2	0	443998	309069	1.437	1.021	380488	372579	0	2	0.415
23	愛知県	7311046	16	0	533904	348078	1.534	1.135	471098	414983	0	16	0.399
43	熊本県	1723710	4	0	512777	372579	1.376	1.003	431670	430200	0	4	0.373
28	兵庫県	5377722	12	3	529619	328292	1.613	1.241	520450	419233	0	12	0.372
34	広島県	2751969	6	0	506501	360306	1.406	1.078	474204	439811	0	6	0.328
22	静岡県	3547156	8	1	522187	368912	1.415	1.092	463787	424596	0	8	0.323
37	香川県	939390	3	2	367982	277036	1.328	1.014	315254	311006	1	3	0.315
07	福島県	1820284	4	0	515644	392425	1.314	1.006	456379	453651	0	4	0.308
25	滋賀県	1384906	3	0	520167	386950	1.344	1.036	470733	454238	0	3	0.308
03	岩手県	1203597	3	0	436323	348423	1.252	1.000	401255	401164	0	3	0.252
33	岡山県	1863316	4	0	496175	406199	1.222	1.021	470231	460547	0	4	0.200

# 最適化と解列挙

- 区割画定問題の最適化の条件(cf.[1][2][9][10], [8][6])
  1. population balance (選挙区間の人口較差を縮小)
  2. contiguity (飛び地を作らない)
  3. integrity (選挙区構成要素は分割しない)
  4. compactness (形状をコンパクトに)
  5. community relations (地域のつながり)

日本は選挙区構成要素(市区町村)【条件3】が比較的大きいので、人口較差【条件1】が大きくなりやすい

➡ 領域分割をするために必要最低限の条件【条件2, 3】を制約とし, 【条件1(比)】を目的にした最適化モデルで限界値を求める = **政治的意義!** 勧告案の**評価検証**

➡ 【条件4, 5】を全く考慮しないので, この最適区割は実用に耐えるとは限らない  
最高裁判決 = 較差以外の考慮は国会の裁量の範囲 = 【条件1】と【条件4,5】のトレードオフ

➡ 最適から現行区割まで【条件1(比)】の較差順の解を列挙し, 【条件4,5】の指標を計算することで, 実用に耐え, 現行より良い区割の**発見・提案**が可能. 勧告案の**評価**も同時に出来る

# 解列挙と特徴量による評価検証([7][11],[3][5])

id	都道府県	人口	current					optR(市区町村)					diff
			議席	分割	max	min	ratio	ratio	max	min	分割	議席	
08	茨城県	2809190	7	0	534093	279586	1.910	1.011	403754	399540	0	7	0.900
26	京都府	2525645	6	0	543462	276235	1.967	1.098	441230	401763	0	6	0.869
20	長野県	2016520	5	1	498447	281735	1.769	1.000	403368	403214	0	5	0.769
09	栃木県	1895738	5	1	497454	278740	1.785	1.026	385398	375623	1	5	0.759
01	北海道	5190293	12	3	542597	292062	1.858	1.111	457008	411214	0	12	0.746
19	山梨県	795981	2	0	496915	299066	1.662	1.000	398001	397980	0	2	0.662
04	宮城県	2282543	5	0	546107	332408	1.643	1.034	462786	447451	0	5	0.609

id	府県	議席	最適～勧告案解数	計算時間	使用メモリ
08	茨城県	7	5,435,462,667	761.86sec	2.05 TB
26	京都府	6	1,152,414	8.33 sec	1.36 GB
19	山梨県	2	9,547	0.01 sec	7 MB
04	宮城県	5	805,189	32.25 sec	5.05 GB

フロンティア法ベースの  
列挙アルゴリズム  
ZDDでコンパクト保持  
([7][11])

※勧告案と同一比含む

## 【特徴量/評価指標】

1. population balance (選挙区間の人口較差を縮小)
2. contiguity (飛び地を作らない)
3. integrity (選挙区構成要素は分割しない)
4. compactness (形状をコンパクトに)
5. community relations (地域のつながり)

1. 較差(比), 標準偏差, 人口推計
4. graphの直径
5. 親密度([3][5])



# 親密度(地域のつながりの指標)([3][5])

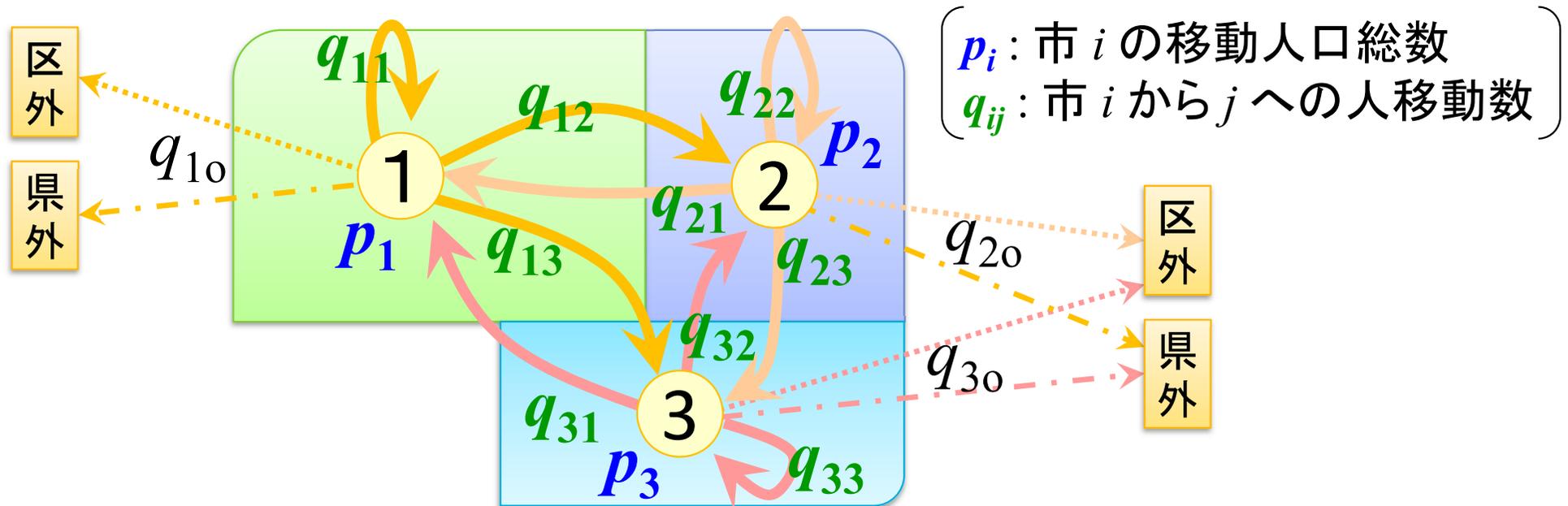
## 親密度の定義

- 親密度=その選挙区内で完結している人移動比率
- 人移動データ=国勢調査「従業地・通学地による人口・就業状態等集計」
- 例) 3つの市(①,②,③)で構成される選挙区の親密度

地域間のつながりが強い

||

人の往来が多い



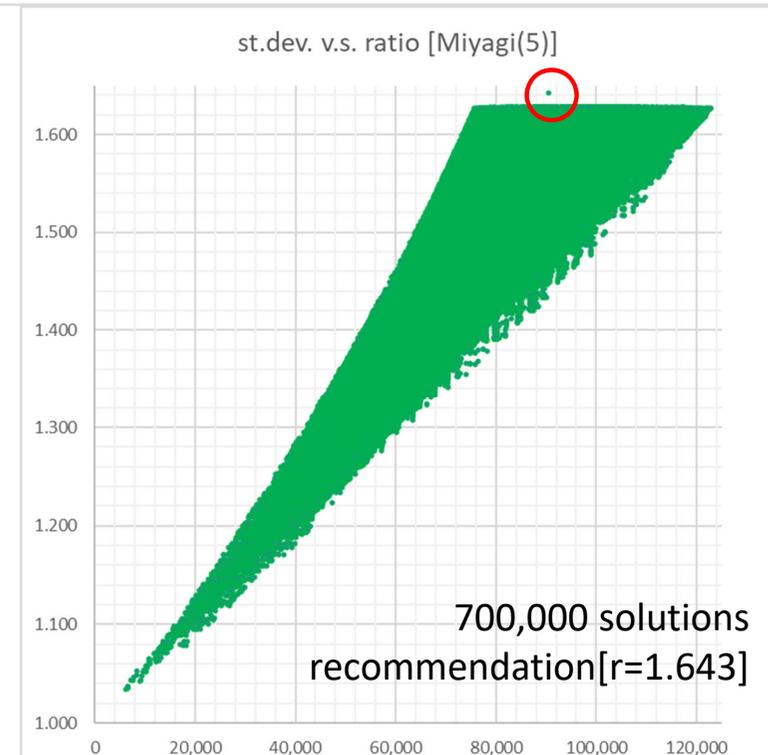
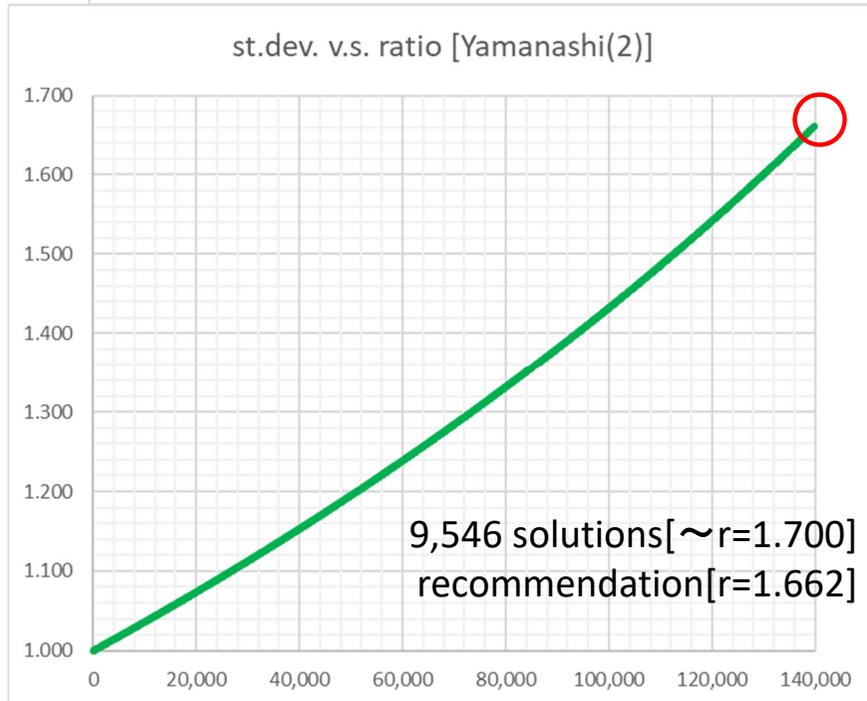
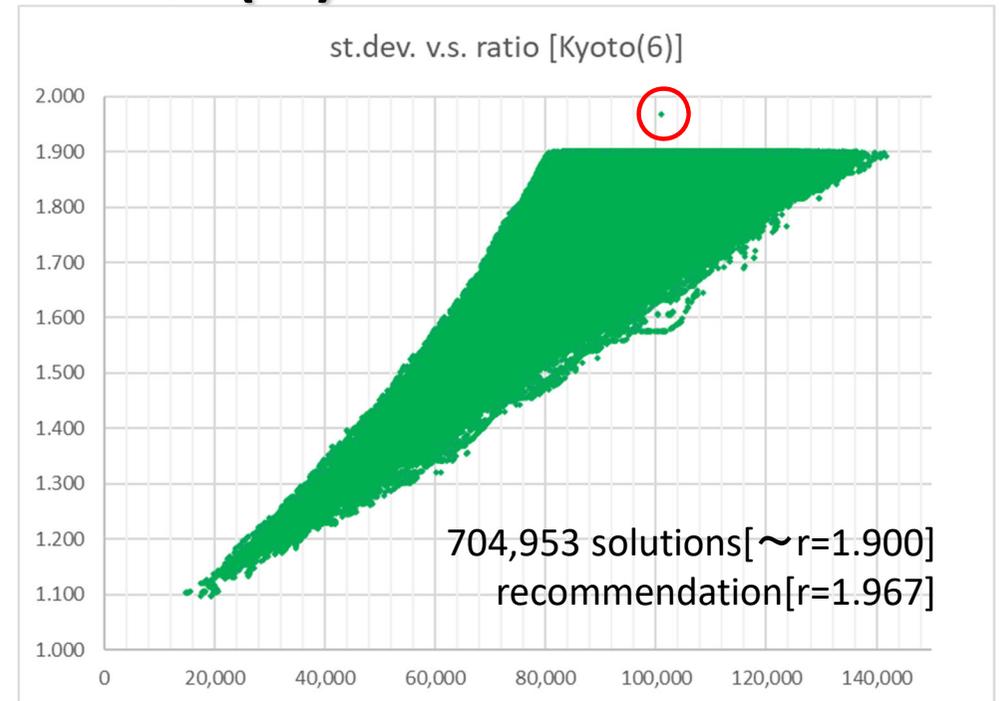
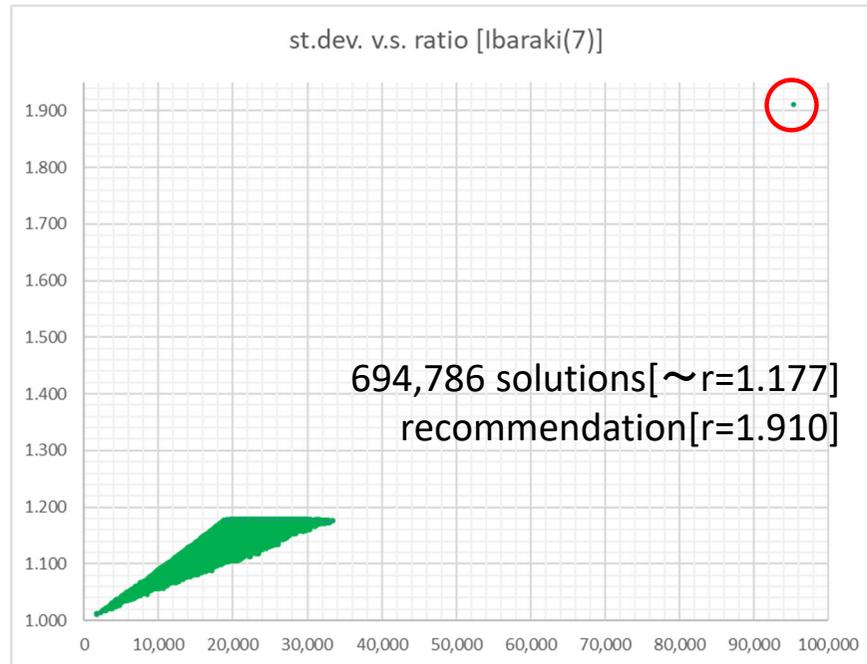
$$\text{親密度} = \frac{(q_{11} + q_{12} + q_{13}) + (q_{21} + q_{22} + q_{23}) + (q_{31} + q_{32} + q_{33})}{p_1 + p_2 + p_3}$$

(0~1)

(0%~100%)

# 特徴量の比較(1)

- 標準偏差 vs. 較差(比)

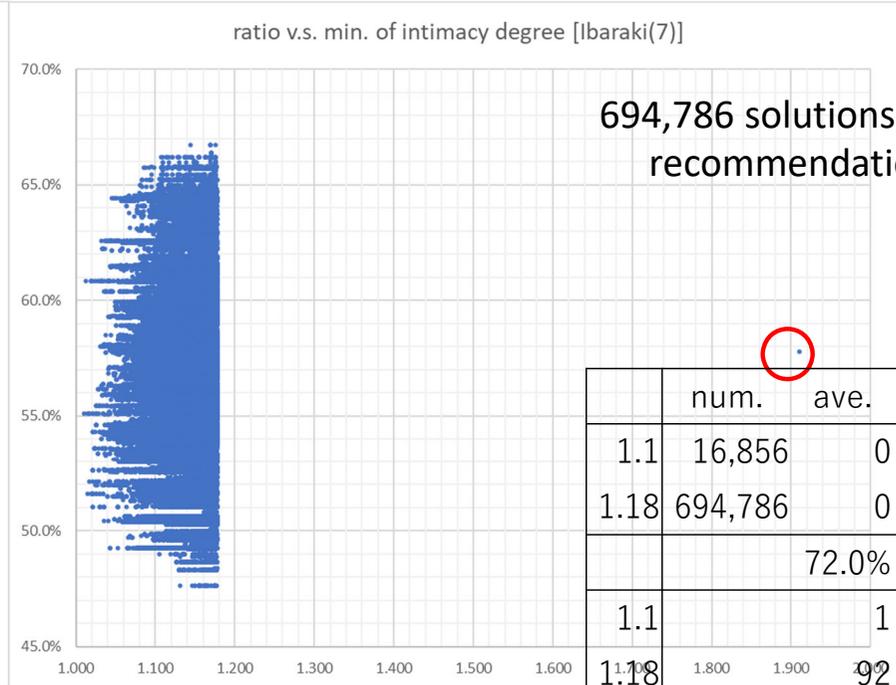
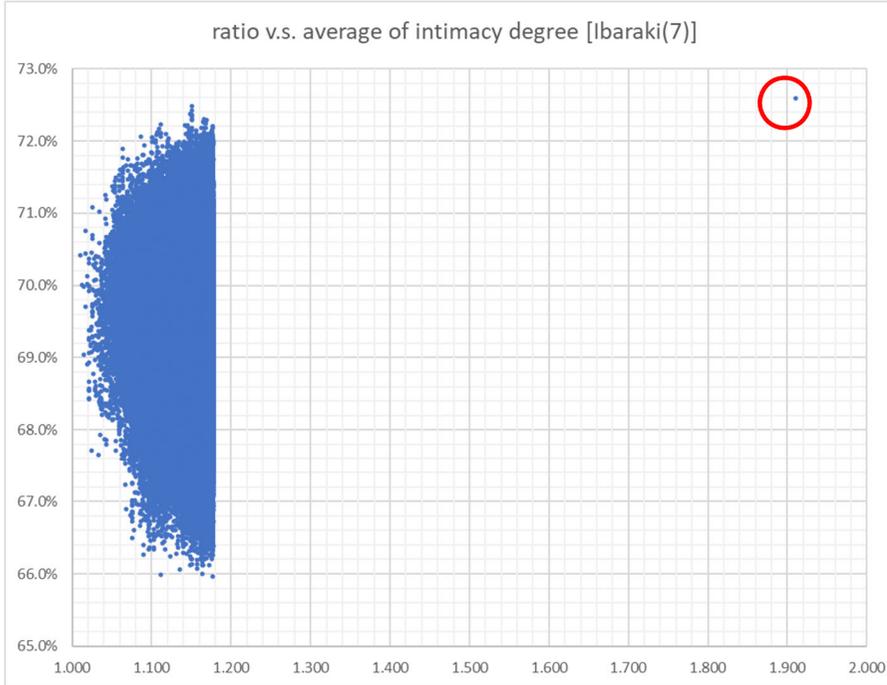


# 特徴量の比較(2)(3)

Optimal sol. [r=1.011]

## 茨城県(7)

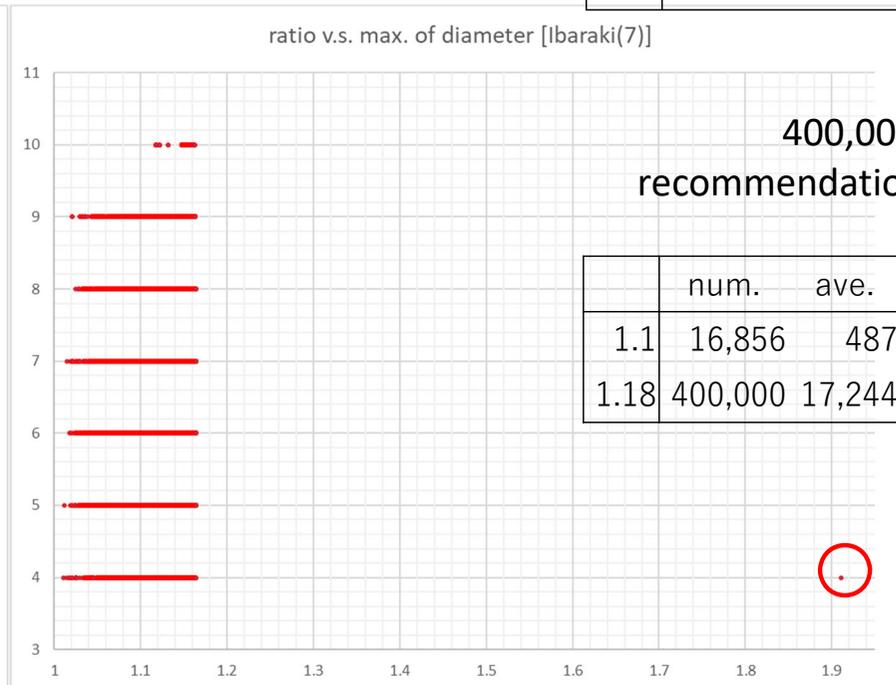
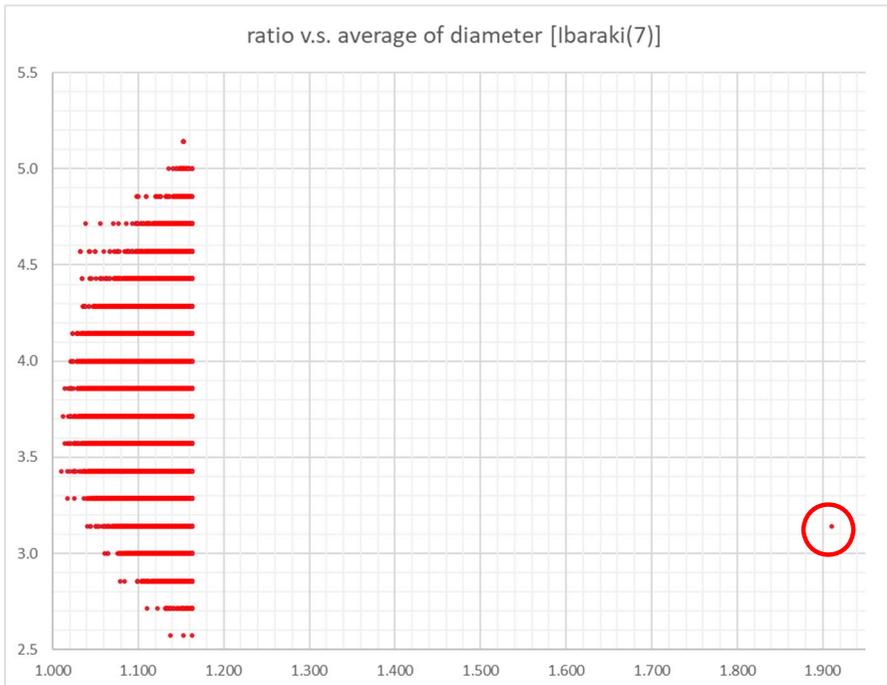
較差(比) vs. 親密度



694,786 solutions[~r=1.177]  
recommendation[r=1.910]

	num.	ave.	min.	both
1.1	16,856	0	5,491	0
1.18	694,786	0	262,465	0
		72.0%		
1.1		1		1
1.18		92		81

較差(比) vs. 直径



400,000 solutions  
recommendation[r=1.910]

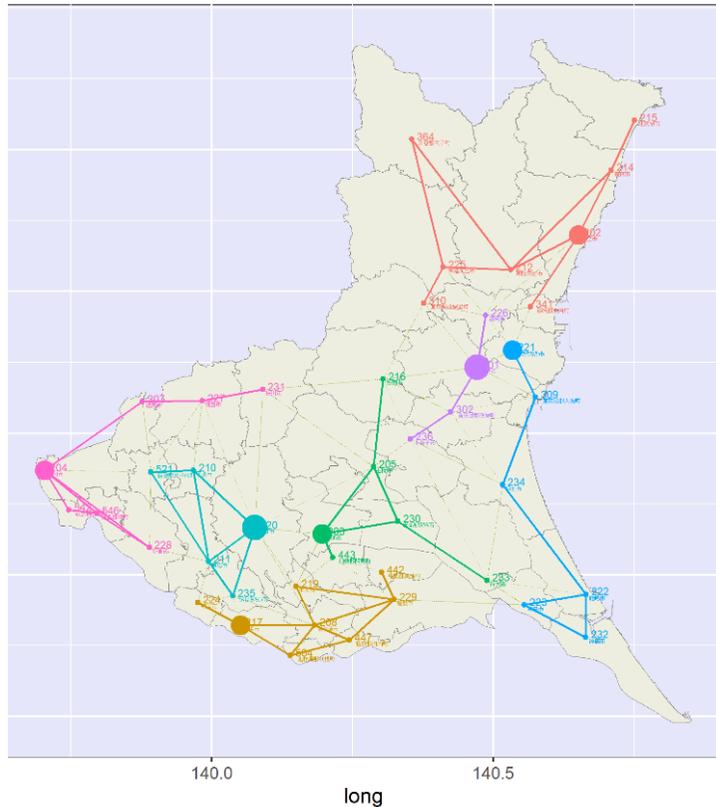
	num.	ave.	max.	both
1.1	16,856	487	1,580	314
1.18	400,000	17,244	26,682	7,379

# 特徴量の比較(2)(3)

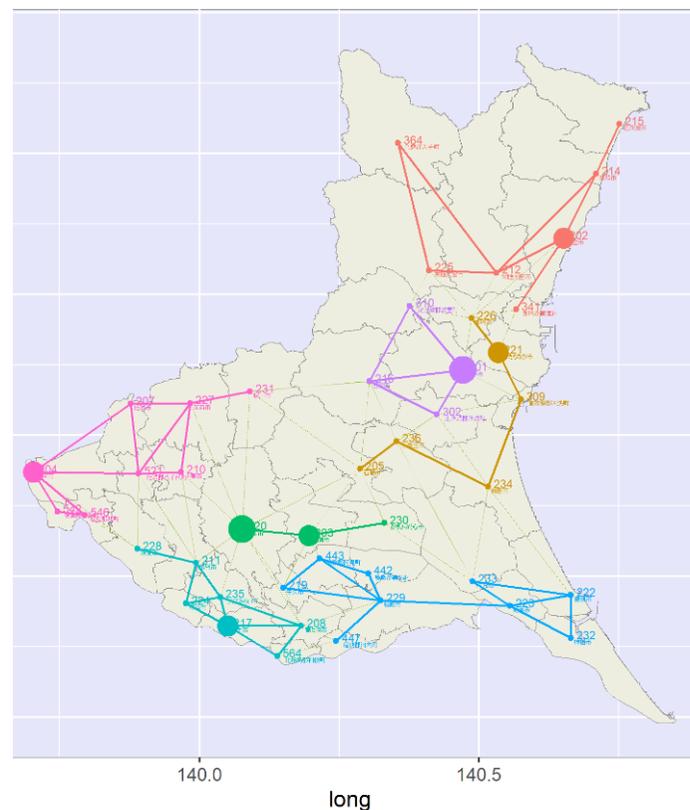
## 茨城県(7)

	最適	親密度	直径	ある解	親密度	直径	勧告	親密度	直径		
1	403,754	55.1%	4	415,586	59.5%	4	534,093	74.5%	3	570,904.9	4/3倍
2	403,408	70.2%	4	413,911	73.4%	4	495,619	75.3%	3	<b>428,178.7</b>	全国平均
3	401,153	70.0%	2	412,595	75.5%	2	451,442	57.8%	4	285,452.5	2/3倍
4	400,988	67.2%	3	408,791	71.1%	3	382,793	71.2%	3		
5	400,723	80.8%	4	389,253	78.2%	2	354,299	78.4%	3		
6	399,624	75.3%	4	386,362	64.4%	5	311,358	66.5%	3		
7	399,540	74.4%	3	382,692	82.3%	3	279,586	84.5%	3		
r	<b>1.011</b>	70.4%	3.4 ave.	<b>1.086</b>	72.1%	3.3 ave.	<b>1.910</b>	72.6%	3.1 ave.		
	min	55.1%	4 max.	min	59.5%	5 max.	min	57.8%	4 max.		

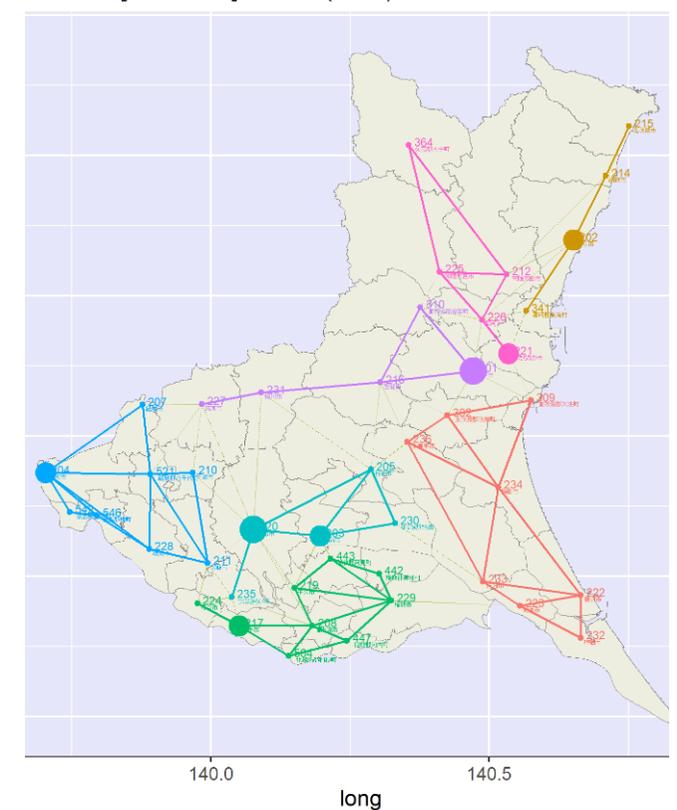
38茨城県 [市区町村] 最適区割(m=7)



3茨城県 [市区町村] 解(m=7)



3茨城県 [市区町村] 勧告案(m=7)

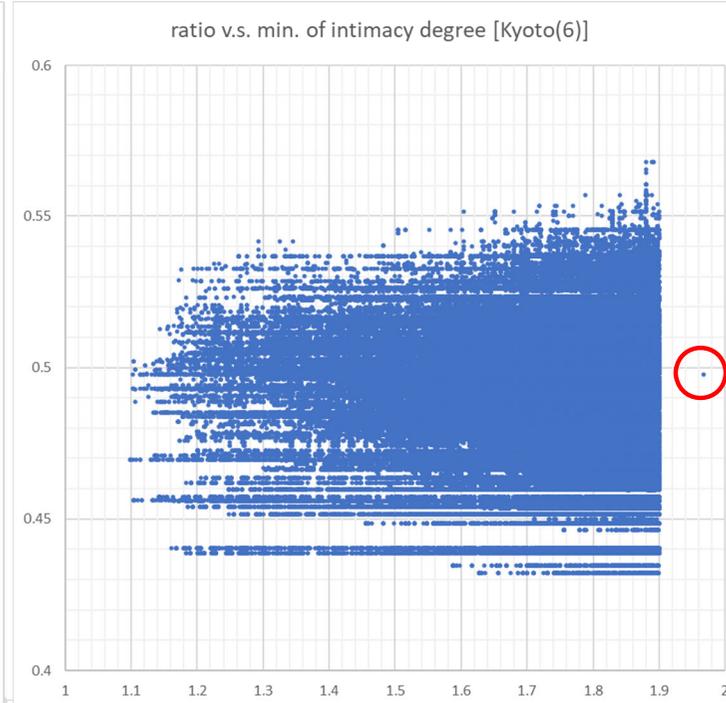
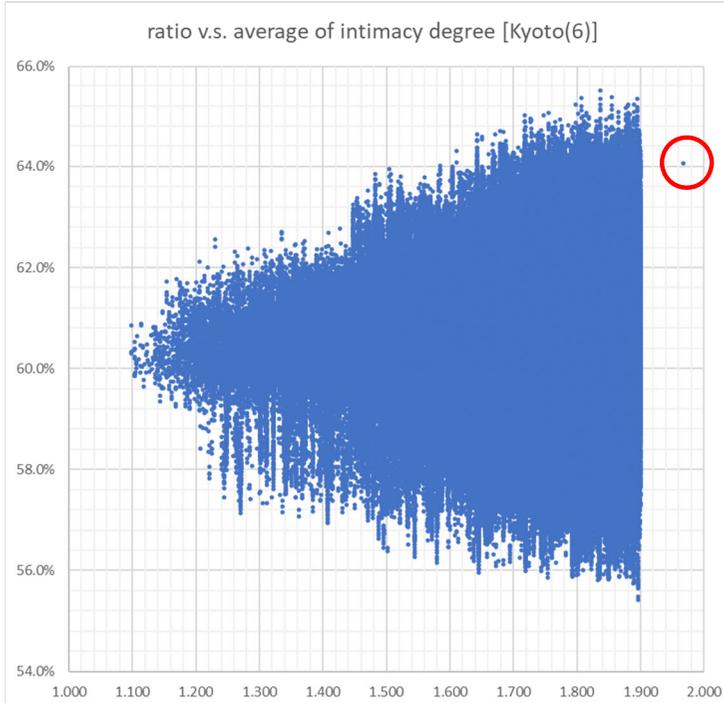


# 特徴量の比較(2)(3)

## 京都府(6)

Optimal sol. [r=1.098]

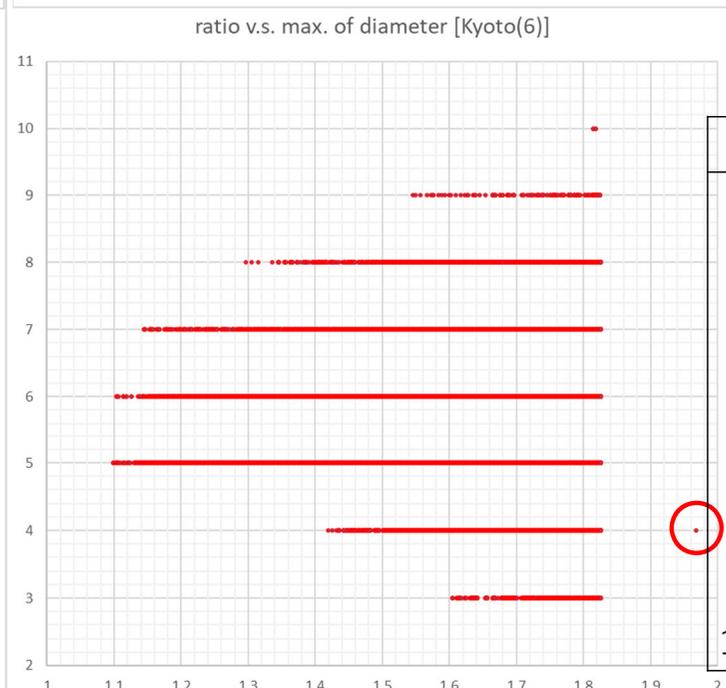
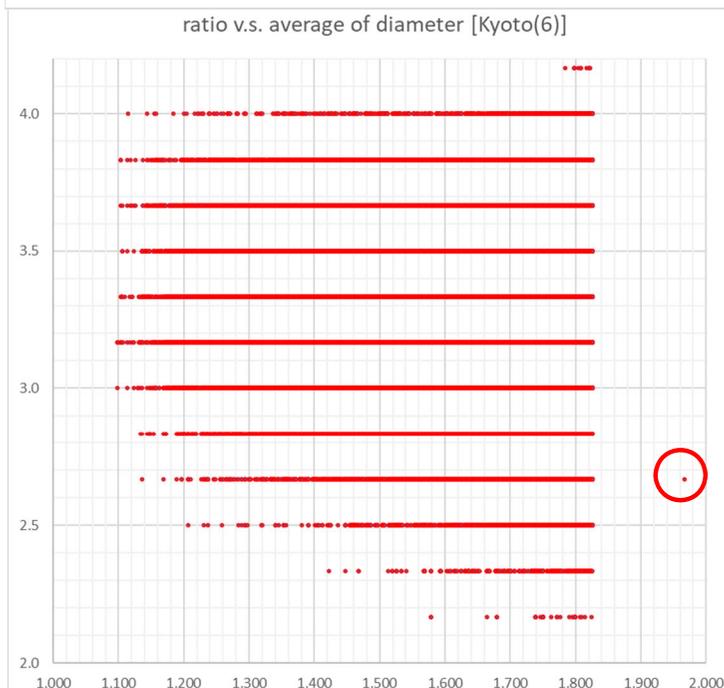
較差(比) vs. 親密度



704,953 solutions[~r=1.900]  
recommendation[r=1.967]

	num.	ave.	min.	both
1.1	3	0	0	0
1.2	682	0	238	0
1.3	4,850	0	1,959	0
1.4	13,329	0	5,903	0
1.5	28,536	0	12,247	0
1.6	67,359	0	29,635	0
1.7	145,857	109	61,973	100
1.8	325,963	798	142,138	618
1.9	704,951	3,439	310,153	2,594

較差(比) vs. 直径



400,000 solutions  
recommendation[r=1.967]

	num.	ave.	max.	both
1.1	3	3	0	0
1.2	682	682	0	0
1.3	4,850	4,841	0	0
1.4	13,329	13,309	0	0
1.5	28,536	28,440	795	767
1.6	67,359	66,971	6,221	5,955
1.7	145,857	144,481	21,295	20,144
1.8	325,963	322,215	56,597	53,417
1.83	400,130	395,074	72,098	67,856

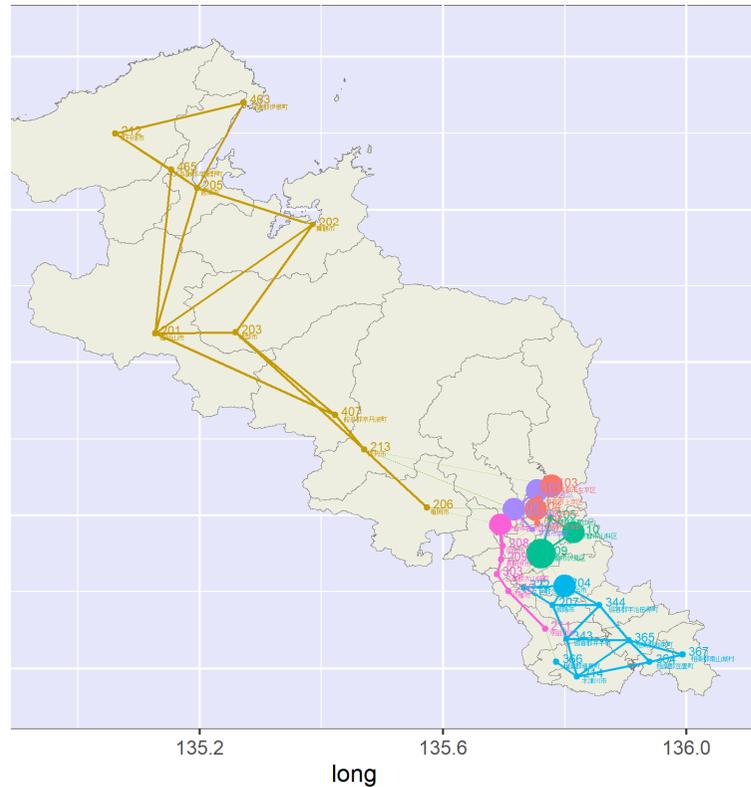
# 特徴量の比較(2)(3)

## 京都府(6)

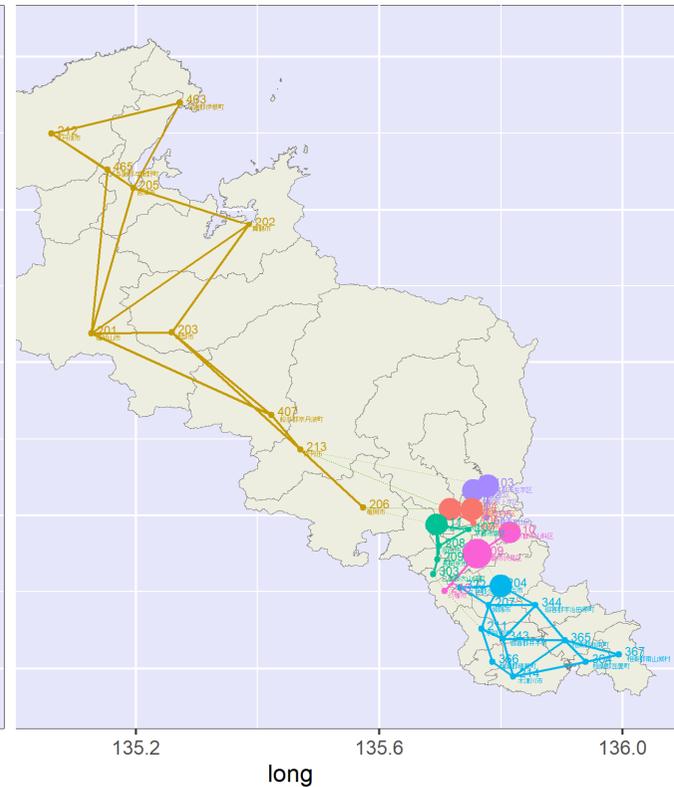
	勧告	親密度	直径	ある解	親密度	直径	最適	親密度	直径
1	441,230	47.0%	4	474,601	58.0%	4	543,462	58.6%	4
2	438,552	54.2%	1	471,819	51.5%	2	481,286	67.6%	3
3	429,377	66.4%	2	405,634	87.8%	5	474,147	57.3%	3
4	409,089	54.8%	2	396,406	53.3%	3	422,154	49.8%	2
5	405,634	87.8%	5	391,237	64.3%	2	328,361	55.7%	1
6	401,763	54.9%	4	385,948	60.5%	1	276,235	95.4%	3
r	<b>1.098</b>	60.8%	3.0 ave.	<b>1.230</b>	62.6%	2.8 ave.	<b>1.967</b>	64.1%	2.7 ave.
	min	47.0%	5 max.	min	51.5%	5 max.	min	49.8%	4 max.

570,904.9	4/3倍
<b>428,178.7</b>	全国平均
285,452.5	2/3倍

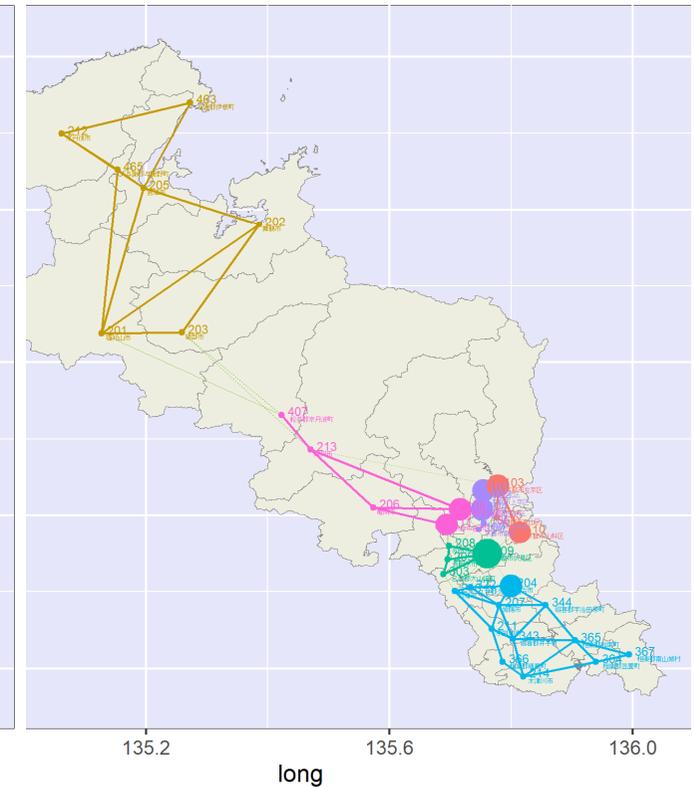
都府 [市区町村] 最適区割(m=6)



[市区町村] 解(m=6)



[市区町村] 勧告案(m=6)

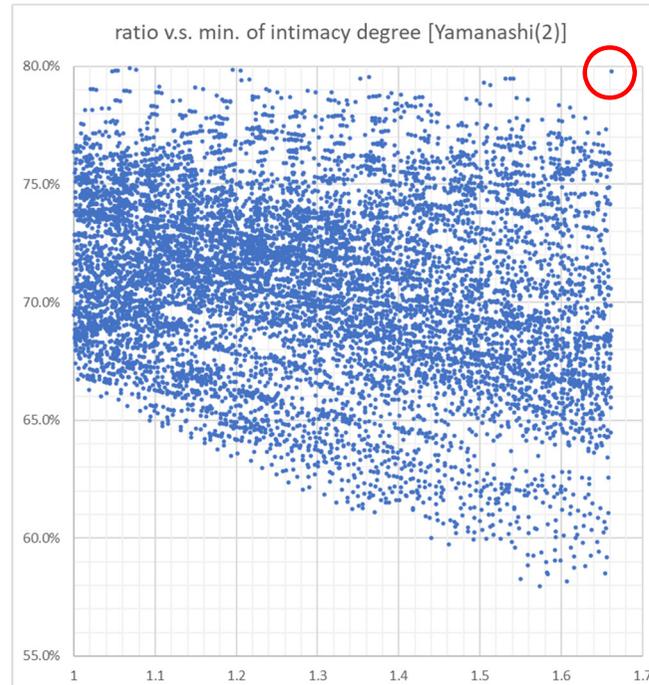
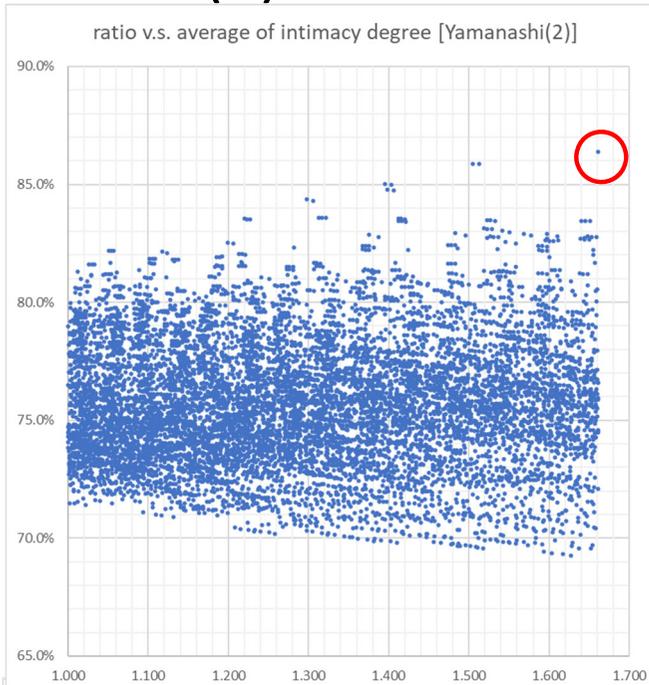


# 特徴量の比較(2)(3)

## 山梨県(2)

Optimal sol. [ $r=1.000$ ]

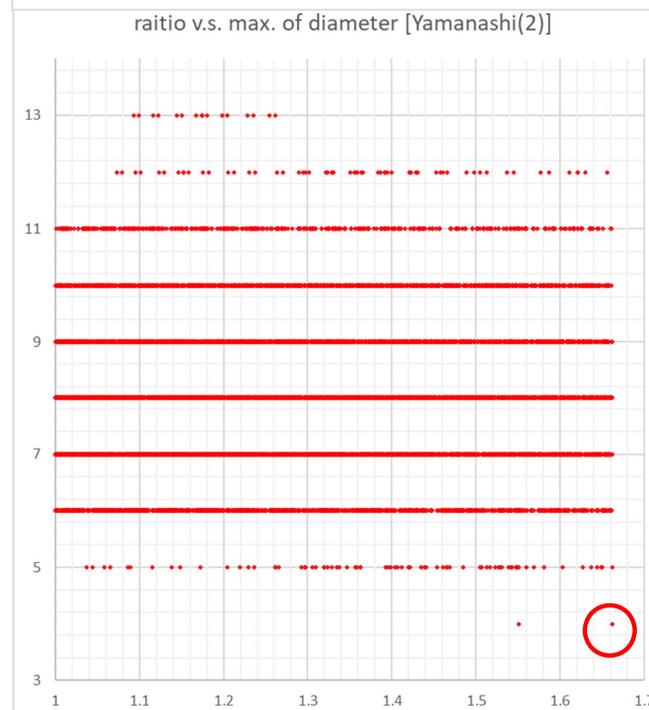
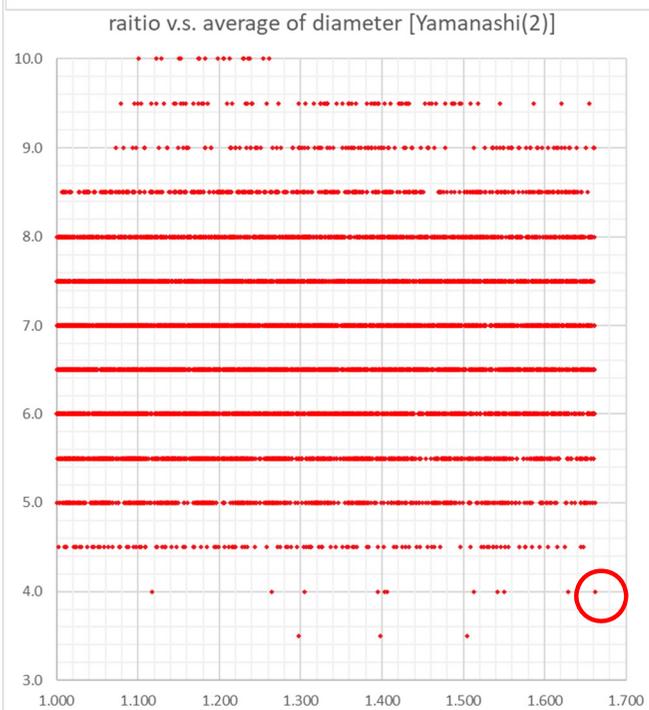
較差(比) vs. 親密度



9,546 solutions[ $\sim r=1.662$ ]  
recommendation[ $r=1.662$ ]

	num.	ave.	min.	both
1.1	1,815	0	5	0
1.2	3,512	0	6	0
1.3	5,050	0	7	0
1.4	6,502	0	7	0
1.5	7,798	0	7	0
1.6	8,926	0	7	0
1.66	9,546	0	7	0

較差(比) vs. 直径



9,546 solutions[ $\sim r=1.662$ ]  
recommendation[ $r=1.662$ ]

	num.	ave.	max.	both
1.1	1,815	0	0	0
1.2	3,512	1	0	0
1.3	5,050	3	0	0
1.4	6,502	6	0	0
1.5	7,798	8	0	0
1.6	8,926	12	1	1
1.66	9,546	13	1	1

# 特徴量の比較(2)(3)

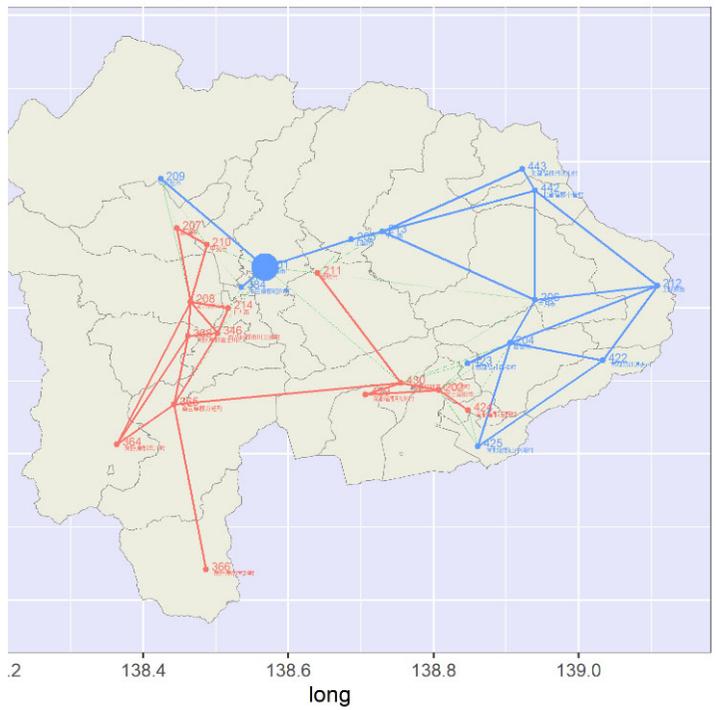
- 山梨県(2)

	最適	親密度	直径	ある解	親密度	直径	勧告	親密度	直径
1	398,001	78.5%	6	409,016	85.8%	4	496,915	92.9%	4
2	397,980	70.5%	6	386,965	78.5%	6	299,066	79.8%	4
r	<b>1.000</b>	74.5%	6.0 ave.	<b>1.057</b>	82.2%	5.0 ave.	<b>1.662</b>	86.4%	4.0 ave.
	min	70.5%	6 max.	min	78.5%	6 max.	min	79.8%	4 max.

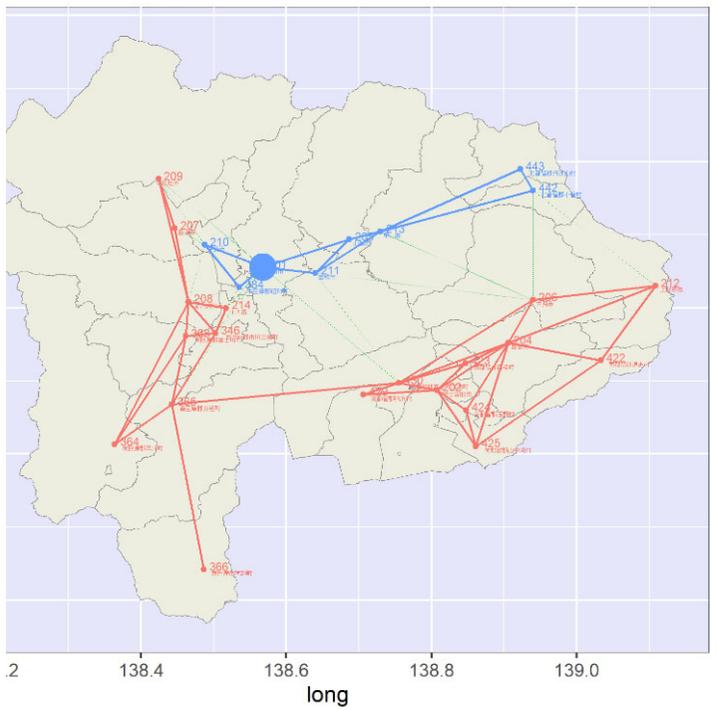
  

570,904.9	4/3倍
<b>428,178.7</b>	全国平均
285,452.5	2/3倍

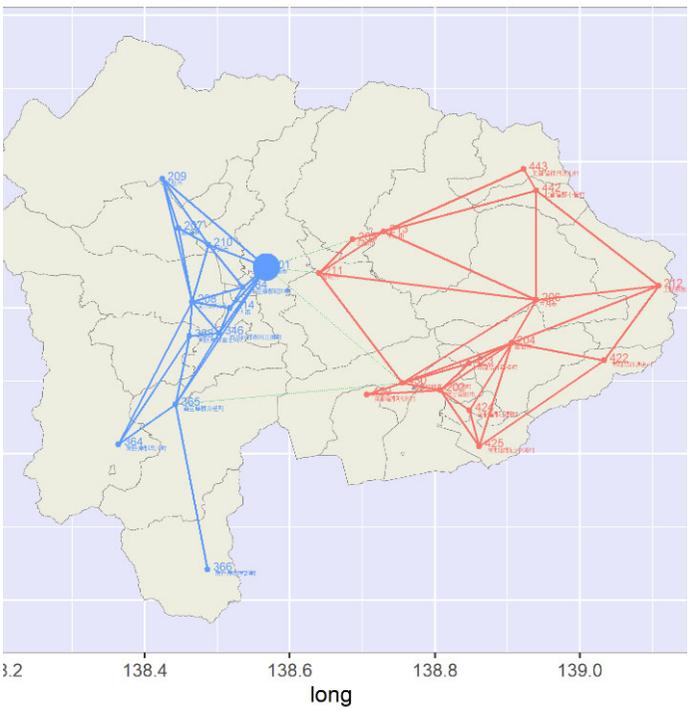
梨県 [市区町村] 最適区割(m=2)



梨県 [市区町村] 解(m=2)



梨県 [市区町村] 勧告案(m=2)

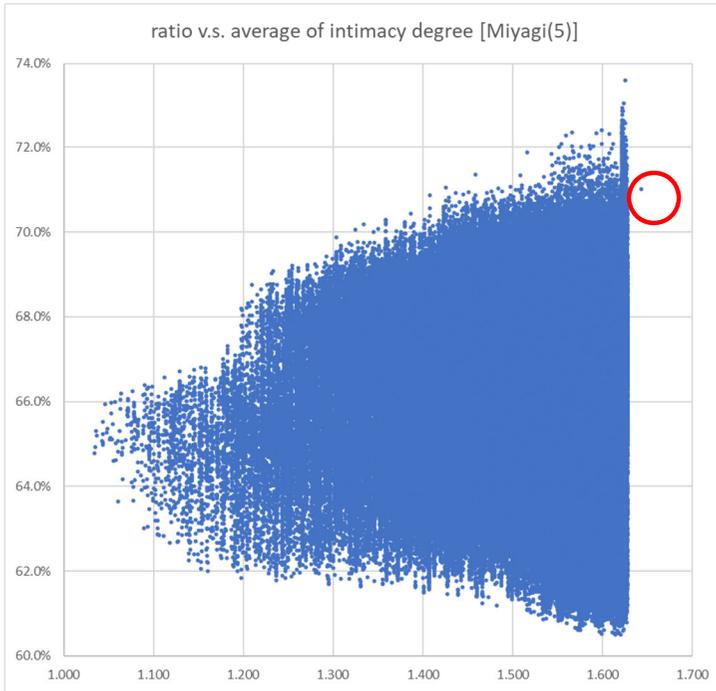


# 特徴量の比較(2)(3)

Optimal sol. [r=1.034]

## 宮城県(5)

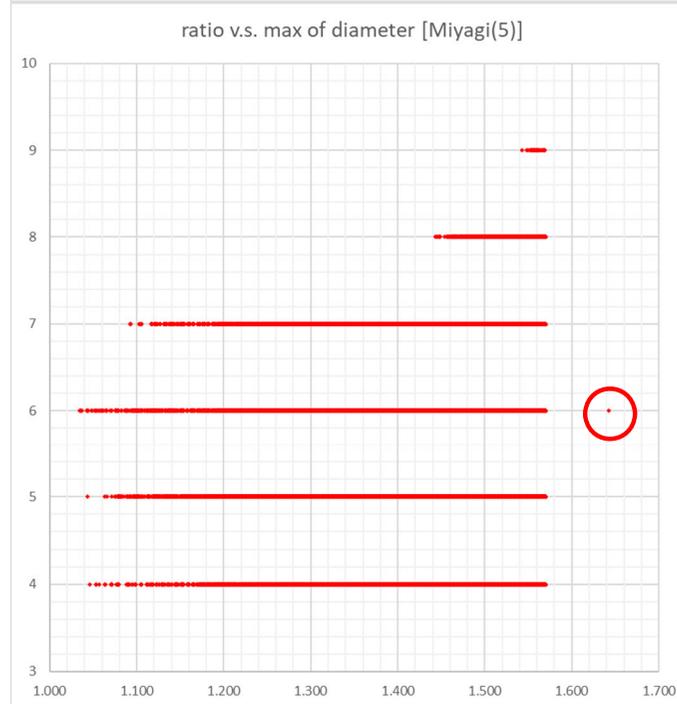
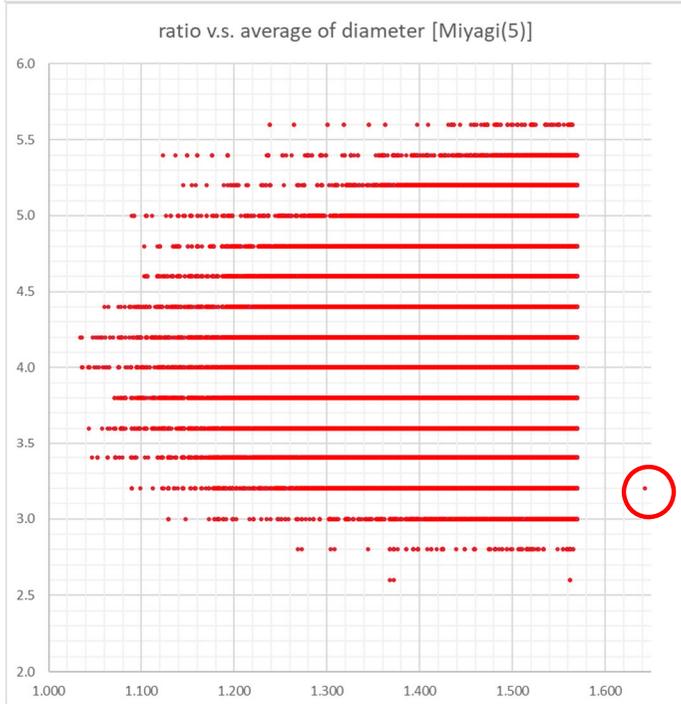
較差(比) vs. 親密度



700,000 solutions  
recommendation[r=1.643]

	num.	ave.	min.	both
1.1	164	0	0	0
1.2	2,072	0	1	0
1.3	11,267	0	55	0
1.4	50,822	0	1,167	0
1.5	184,526	4	5,479	4
1.6	538,375	181	17,088	165
1.63	700,000	487	22,146	449

較差(比) vs. 直径



400,000 solutions  
recommendation[r=1.643]

	num.	ave.	max.	both
1.1	164	3	161	3
1.2	2,072	96	1,747	96
1.3	11,267	350	9,635	350
1.4	50,822	1,498	42,679	1,498
1.5	184,526	4,569	152,468	4,558
1.57	400,000	8,092	315,670	8,037

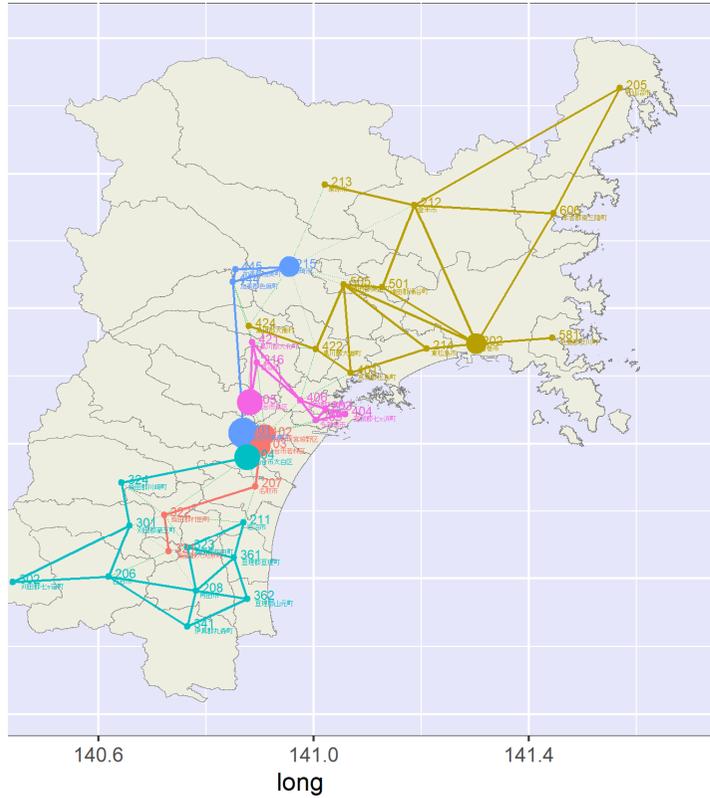
# 特徴量の比較(2)(3)

## 宮城県(5)

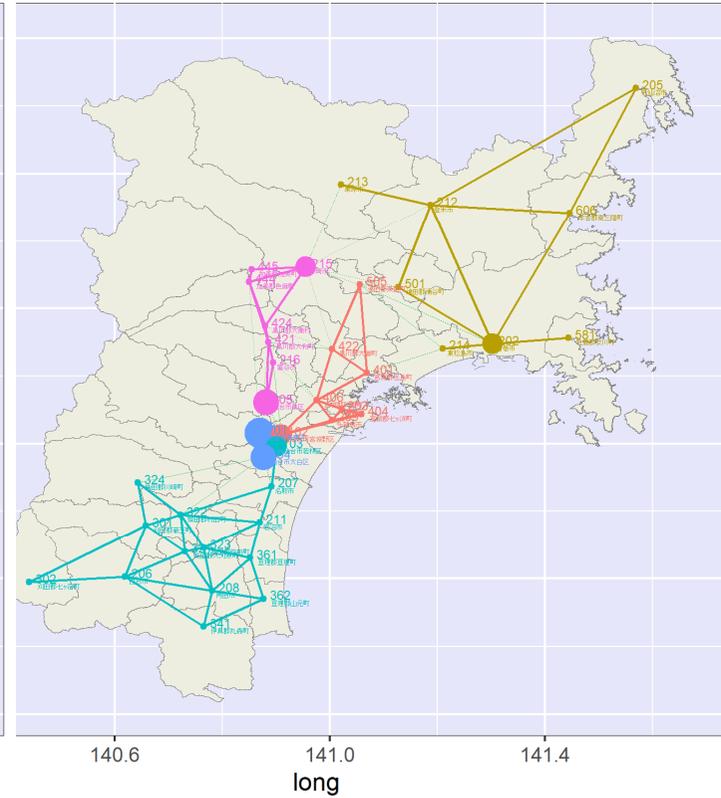
	最適	親密度	直径	ある解	親密度	直径	勧告	親密度	直径
1	462,786	84.8%	5	539,090	69.9%	1	546,107	58.9%	2
2	461,058	72.7%	2	472,625	68.3%	5	539,090	69.9%	1
3	458,176	52.5%	4	451,757	63.5%	3	458,142	67.9%	6
4	453,072	57.1%	6	412,071	88.2%	3	406,796	85.2%	3
5	447,451	56.7%	4	407,000	60.4%	4	332,408	73.2%	4
r	<b>1.034</b>	64.8%	4.2 ave.	<b>1.325</b>	70.1%	3.2 ave.	<b>1.643</b>	71.0%	3.2 ave.
	min	52.5%	6 max.	min	60.4%	5 max.	min	58.9%	6 max.

570,904.9	4/3倍
<b>428,178.7</b>	全国平均
285,452.5	2/3倍

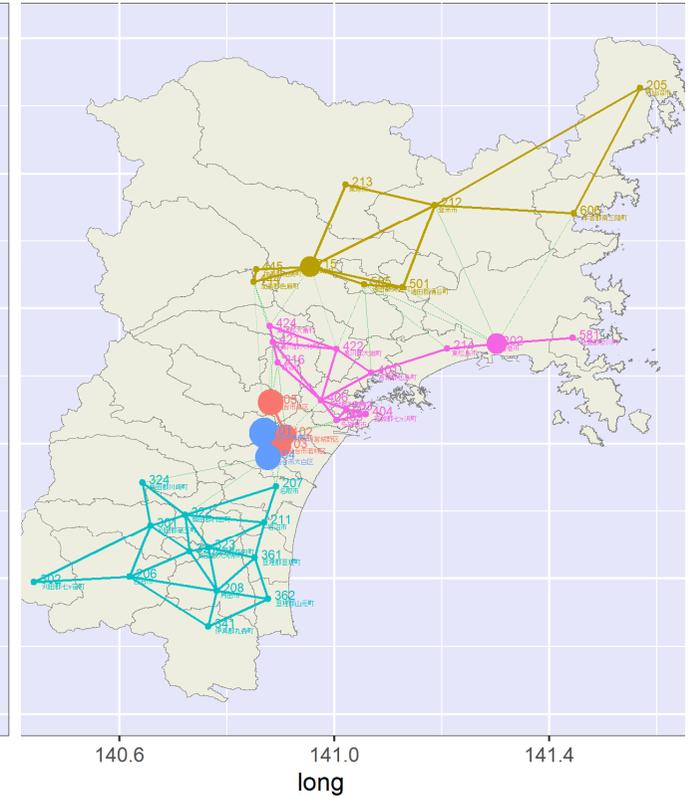
[市区町村] 最適区割(m=5)



[市区町村] 解(m=5)

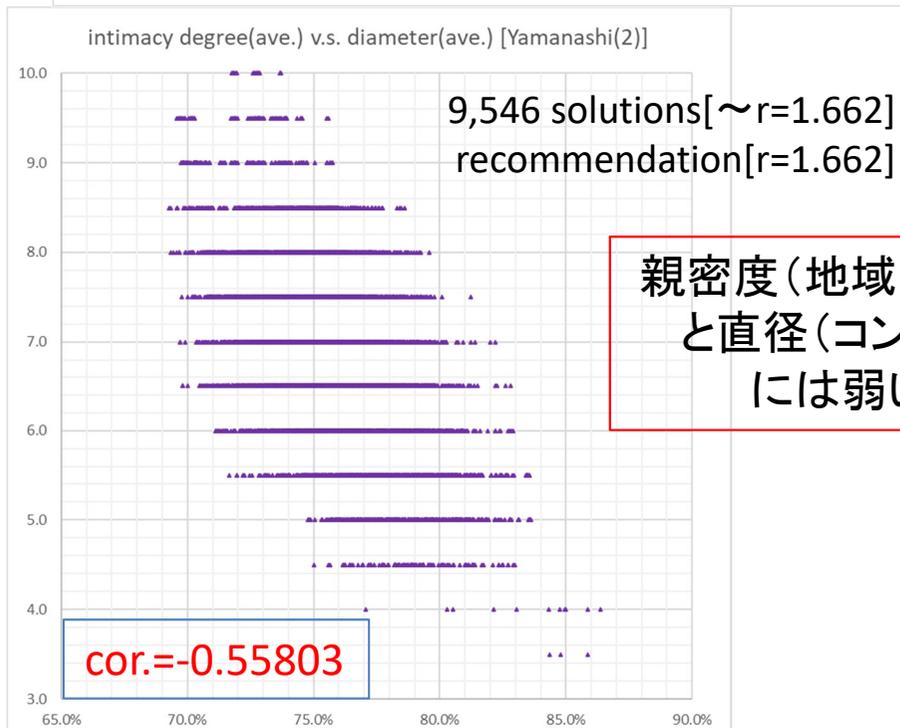
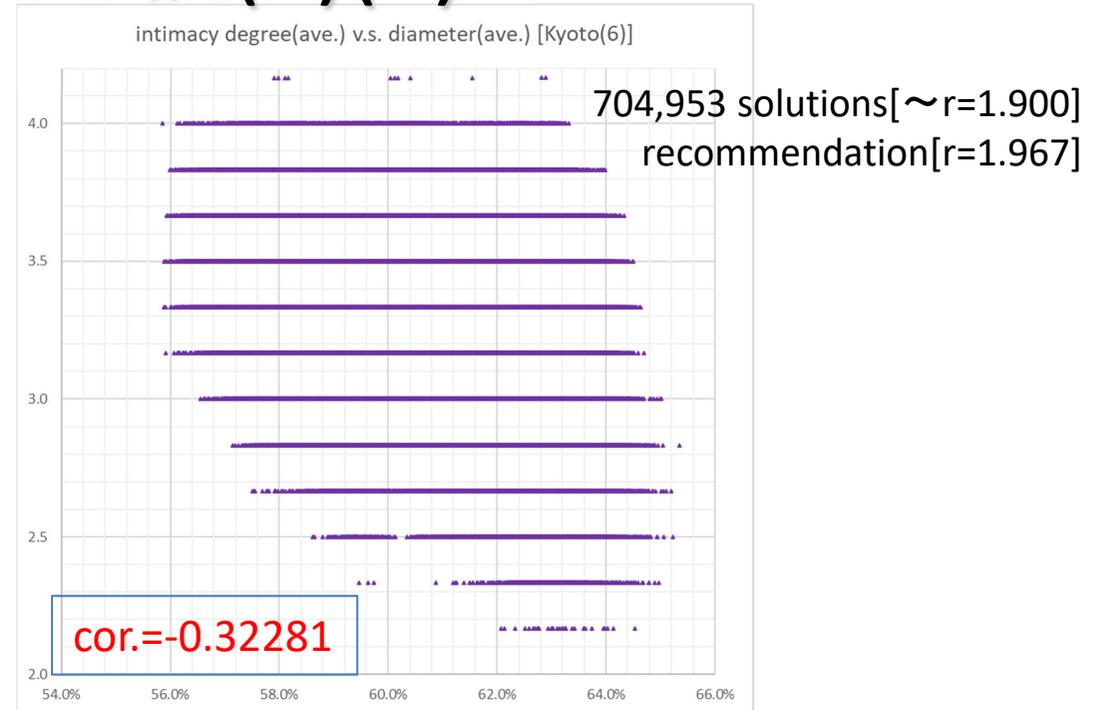
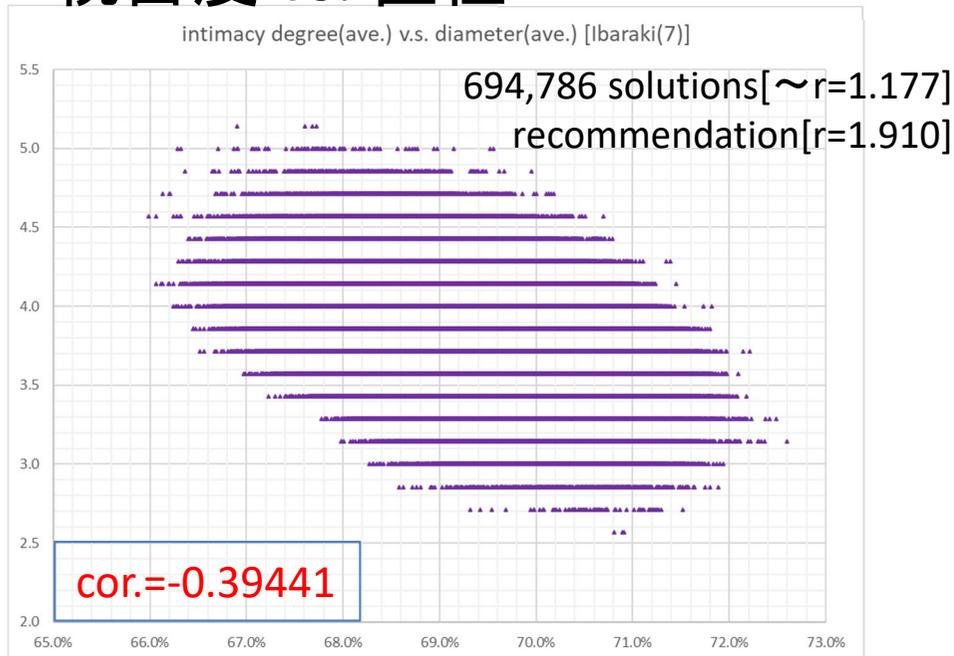


[市区町村] 勧告案(m=5)

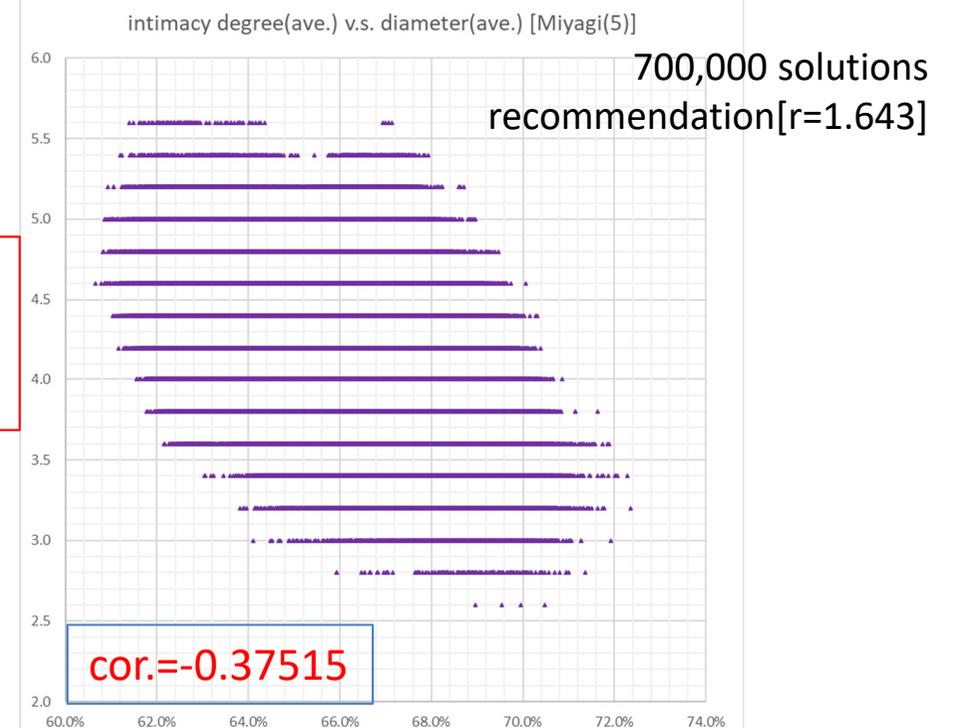


# 特徴量の比較(2)(3)

## ● 親密度 vs. 直径



親密度(地域のつながり)  
と直径(コンパクト性)  
には弱い相関



# まとめ

## 1. 議席配分最適化法(比最小)

- 勧告案の欠点が浮き彫りに
  - 特定県(鳥取)への過度な優遇
  - 特定県(鳥取)基準による作成方針で不必要な市区分割
- 議席配分問題の限界値: **1.657**倍(衆小) (※一票の最大較差下限となる)

## 2. 区割画定最適化法

- 区割画定問題の限界値: **1.801**倍(衆小) (※最適議席配分による)
- 勧告案の都道府県毎の適正評価

## 3. フロンティア法ベースの列挙アルゴリズムとZDD

- 解列挙と特徴量の比較で現実的な支援・提案が可能
- 特徴量の比較による勧告案の適正評価と支援

# 参考文献

- [1] P. G. Cortona, C. Manzi, A. Pennisi, F. Ricca and B. Simeone, "Evaluation and Optimization of Electoral Systems," SIAM (1999).
- [2] S. Goderbauer and J. Winandy, "Political Districting Problem: Literature Review and Discussion with regard to Federal Elections in Germany," (2018).
- [3] 堀田敬介: 選挙区割の最適化と列挙索引化, オペレーションズ・リサーチ 57 (2012) 623--628.
- [4] 堀田敬介: 合区および総定数変化に対する議席配分最適化, 選挙研究 31-2 (2015) 123--141.
- [5] 堀田敬介: 区割画定作業支援のための選挙区割の特徴化, TORSJ 59 (2016) 60--85.
- [6] 堀田敬介: 選挙区画定問題の解法, 経営論集 5-6 (2019) 1--24.
- [7] J. Kawahara, T. Horiyama, K. Hotta and S. Minato, "Generating All Patterns of Graph Partitions within a Disparity Bound," In Proceedings of the 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation, 10167 (2017) 119-131.
- [8] 根本俊男, 堀田敬介: 選挙区最適区割問題のモデリングと厳密解導出, 第15回RAMPシンポジウム論文集 (2003) 104--117.
- [9] F. Ricca, A. Scozzari and B. Simeone, "Political districting: from classical models to recent approaches," Annals of Operations Research 204 (2013) 271--299.
- [10] R. Z. Rios-Mercado ed., "Optimal Districting and Territory Design," Springer (2020).
- [11] 山崎宏紀, 川原純, 湊真一: 選挙区割問題に対するZDDを用いた近似的列挙手法の提案と評価, FIT2020 (2020).