

数理計画

線形計画演習 (1) グラフを用いて線形計画問題を解く

演習問題 1: 以下の不等式で示される領域を図示しなさい.

(1)

$$5x_1 + 10x_2 \leq 50$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(2)

$$x_1 + 3x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(3)

$$x_1 - 0.5x_2 \geq 0$$

$$x_1 - 5x_2 \geq -5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(4)

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$-0.5x_1 - 5x_2 \geq -10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(5)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 \leq 5$$

$$x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(6)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &\geq 4 \\2x_1 + x_2 &\leq 1 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

演習問題 2: 以下の線形計画問題をグラフを用いて解きなさい。(注意: (1) から (5) の各問題の制約条件は上記演習問題の連立不等式と同じである. 利用せよ.)

(1)

$$\begin{aligned}\text{Maximize } z &= x_1 + x_2 \\ \text{subject to } 5x_1 + 10x_2 &\leq 50 \\ x_1 + x_2 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\text{Minimize } z &= 1.5x_1 + 2.5x_2 \\ \text{subject to } x_1 + 3x_2 &\geq 3 \\ x_1 + x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\text{Maximize } z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to } x_1 - 0.5x_2 &\geq 0 \\ x_1 - 5x_2 &\geq -5 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}\text{Minimize } z &= 2x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to } x_1 + x_2 &\geq 1 \\ -0.5x_1 - 5x_2 &\geq -10 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } z = x_2 \\ & \text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ & \qquad \qquad \qquad x_1 \leq 5 \\ & \qquad \qquad \qquad x_3 \leq 4 \\ & \qquad \qquad \qquad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

演習問題 3: 次の線形計画問題をグラフを用いて解きなさい.

(1) 制約条件

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 & \geq -2 \\ x_1 + 2x_2 & \leq 8 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

に対して目的関数が以下のように与えられた時の最適解を求めよ.

$$\begin{aligned} (1-1) \quad & \max z = x_2 \\ (1-2) \quad & \max z = 3x_1 + 2x_2 \\ (1-3) \quad & \min z = 2x_1 + 4x_2 \\ (1-4) \quad & \min z = -3x_1 - 2x_2 \end{aligned}$$

(2) 制約条件

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 & \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 & \geq 4 \\ x_1 + 2x_2 & \leq 8 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

に対して目的関数が以下のように与えられた時の最適解を求めよ.

$$\begin{aligned} (2-1) \quad & \max z = 2x_1 + 3x_2 \\ (2-2) \quad & \min z = x_1 + 2x_2 \\ (2-3) \quad & \max z = x_1 - 2x_2 \\ (2-4) \quad & \max z = x_1 - 3x_2 \\ (2-5) \quad & \max z = x_1 - 6x_2 \end{aligned}$$

演習問題 4:以下の問いに答えよ .

ある人が成人病の予防にと毎日ビタミン A を少なくとも 4000 国際単位 (IU) , ビタミン B1 を少なくとも 6 mg ずつ摂取するように医者から命じられた.

その人が身近で購入できる薬品は薬品 P (1g あたり 500 円) と薬品 Q (1g あたり 600 円) の 2 種類がある. 成分表を見てみると, 薬品 P には, 1g につきビタミン A が 2000IU , ビタミン B1 が 2mg 含まれている. 一方, 薬品 Q には, 1g につきビタミン A が 1000IU , ビタミン B1 が 3mg 含まれている.

この時, 最低費用で所要量を摂取するには薬品 P と薬品 Q を毎日何グラムずつ取ることになればよいか. また, その時の毎日の最低費用はいくらか. 最適解と最適値を求め, 問題に適した解を示しなさい .

演習問題 5:以下の問いに答えよ .

文教製菓では 2 種類のお菓子”ラッコのマーチ”と”ココボール”を秋から売り出す予定である.

各製品一箱当たりの原料は, ”ラッコのマーチ”が小麦 2kg, 砂糖 1kg, 乳製品 5kg であり, ”ココボール”が小麦 4kg, 砂糖 1kg, 乳製品 1kg である. ただし, 文教製菓では保存庫の関係で一日に小麦は 1000kg 以下, 砂糖は 300kg 以下, 乳製品は 900kg 以下しか使えないとする.

一箱当たりの予想利益が, ”ラッコのマーチ”で 20000 円, ”ココボール”で 30000 円の時, 利益総額を最大にするには”ラッコのマーチ”と”ココボール”をそれぞれ何箱ずつ作ったらよいか. 最適解と最適値を求め, 問題に適した解を示しなさい .

作成 : 根本 俊男 nemoto@shonan.bunkyo.ac.jp

作成日 : 1997 年 10 月 7 日

改訂日 : 1998 年 9 月 22 日

改訂日 : 1999 年 9 月 21 日

改訂日 : 2001 年 4 月 20 日