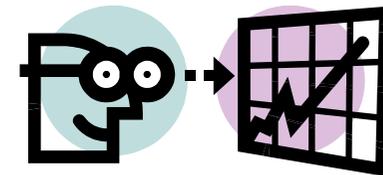


# ソルバーで最適解を求めよう

数理計画ソフト**LINDO**の使い方



# ここで学ぶこと

- ソルバーとは
- 主な数理計画ソルバーの紹介
- ソルバー(LINDO社のLINDO)の使い方



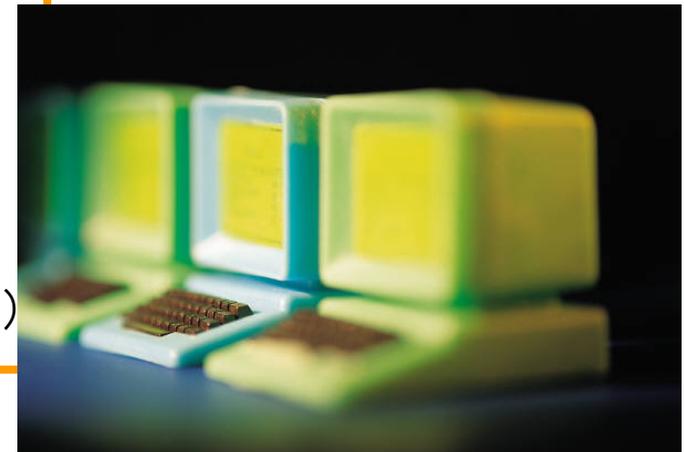
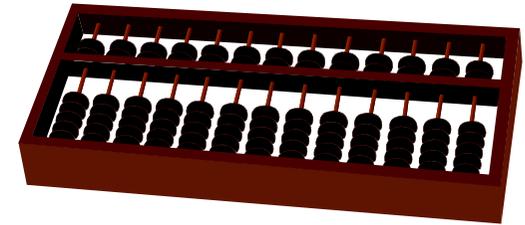
# ソルバー (solver)

ある問題の解を自動的に求めてくれる仕組み

様々なソルバーの例

- 分子動力学法のソルバー
- 汎用固有値求解ソルバー
- 3次元渦電流解析ソルバー
- グラフ分割問題ソルバー

(googleでの検索結果より)

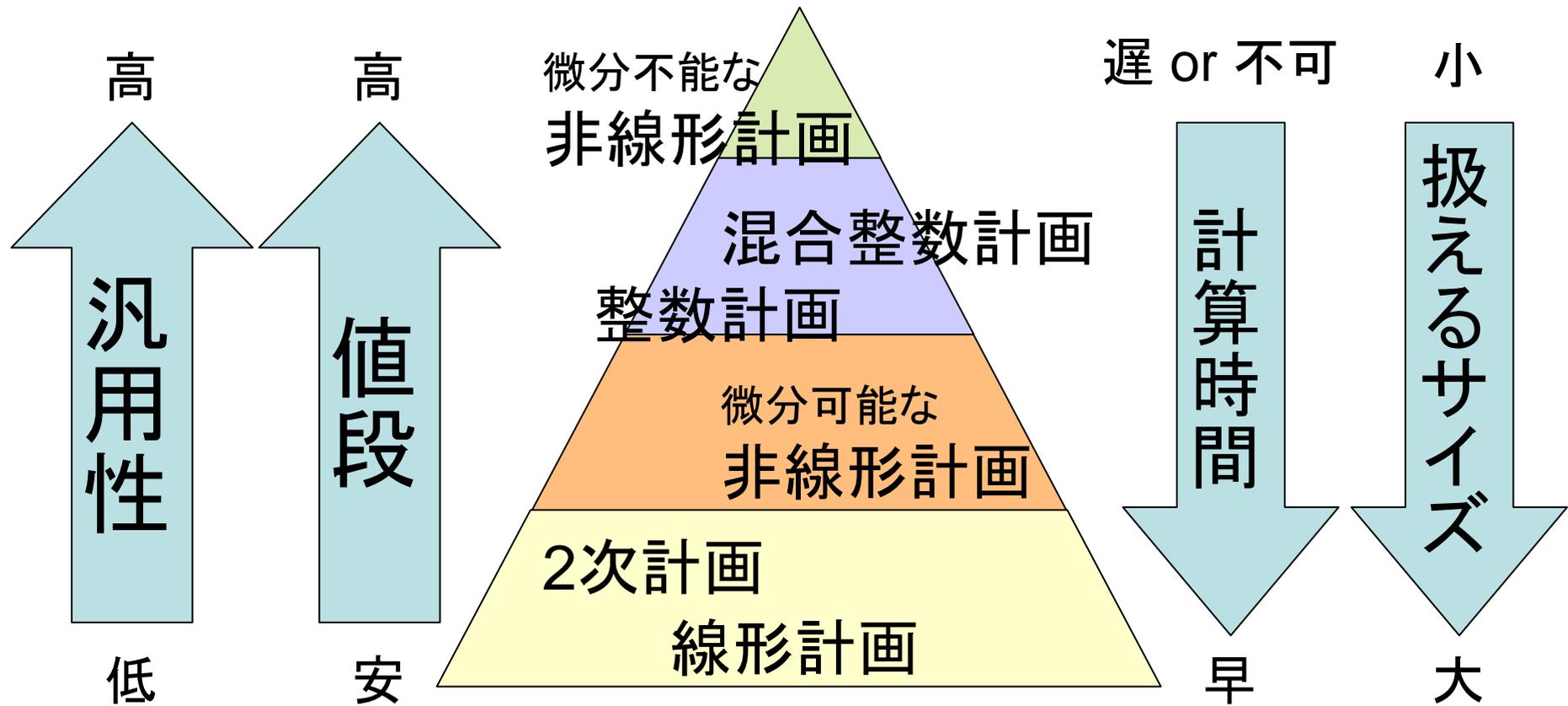


数理計画問題の最適解を計算してくれるソルバー

**数理計画ソルバー**

# 数理計画用ソルバー

様々なタイプの問題に対応



問題に応じて使い分けも必要

# 主な数理計画ソルバー(商用)

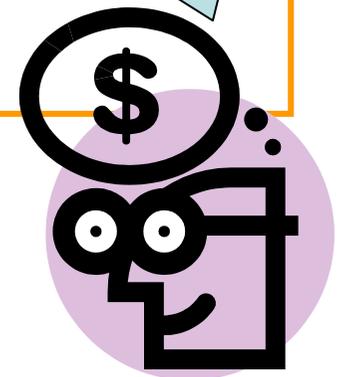
- LINDO (LINDO) ⇒ LINGO  
✓ [www.lindo.com](http://www.lindo.com)
- What's Best! (LINDO) Excelのアドイン
- CPLEX (ILOG) ⇒ 統合環境OPL Studio  
✓ [www.ilog.co.jp](http://www.ilog.co.jp)
- NUOPT (数理システム)  
✓ [www.msi.co.jp](http://www.msi.co.jp)
- Xpress-MP (Dash)  
✓ [www.dashoptimization.com](http://www.dashoptimization.com)

価格は…  
上から下まで

他多数

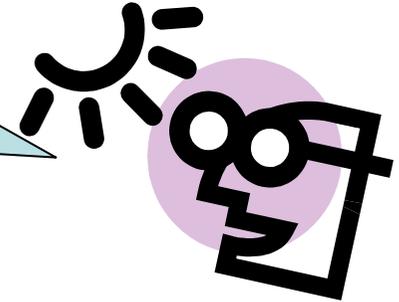
商用ソフトのリスト Optimization Software

<http://www-fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/SoftwareGuide/>



# 主な数理計画ソルバー(無償)

性能・サポート  
重視なら商用!



- **lp\_solve**

- ✓ [ftp://ftp.es.ele.tue.ne/pub/lp\\_solve](ftp://ftp.es.ele.tue.ne/pub/lp_solve)

- **Excel付属のソルバーアドイン**

- **OR Program Library 問題別ソフト(LP含む)**

- ✓ <http://www.orlab.org/index.html>

- **NEOS 学習用ソフト(Java)**

- ✓ <http://www-fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/CaseStudies/>

情報収集には東京大学松井先生作成のHPが便利

<http://www.misojiro.t.u-tokyo.ac.jp/~tomomi/opt-code.html>

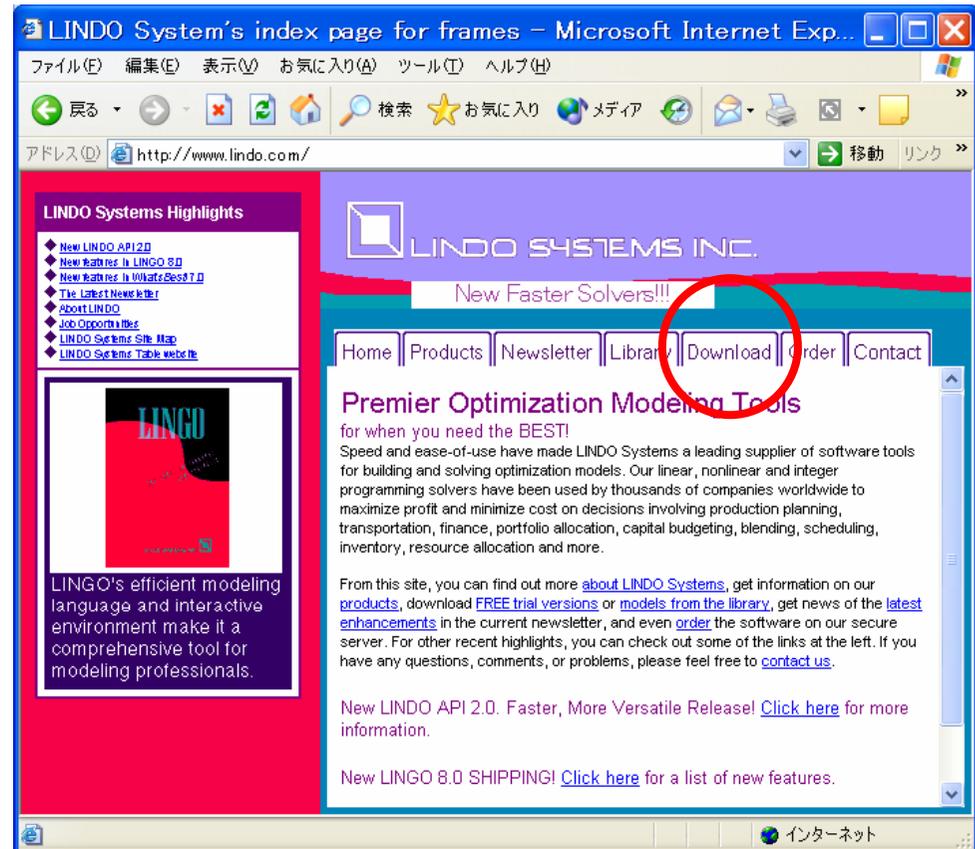
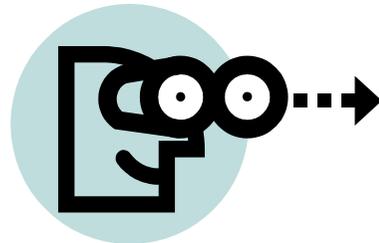
# Linear Interactive and Discrete Optimizer

## LINDO体験

非線形計画  
→LINGO

### LINDO体験版の入手方法

- ① Lindo社HP [www.lindo.com](http://www.lindo.com)にアクセス
- ② downloadタグ  
⇒download LINDO  
をクリック
- ③ 簡単な手続き  
⇒メールが届く
- ④ ダウンロード



# LINDOのインストール・起動

## インストール

- ダウンロードしたファイルをクリック

## LINDOの起動

- スタートメニューから「LINDO32」

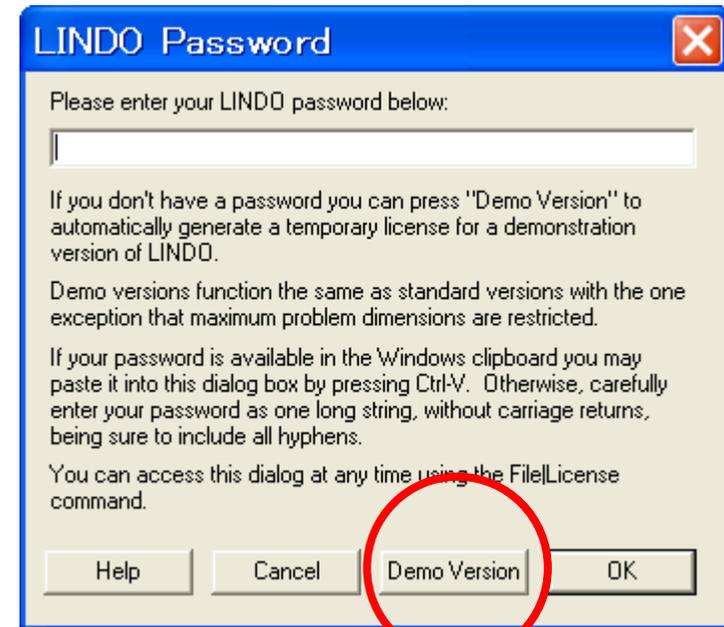
## LINDO Password

- 体験版なので「Demo Version」のボタンを押す

## AutoUpdateの確認

- 「No」でよい

バージョンを数秒表示し起動

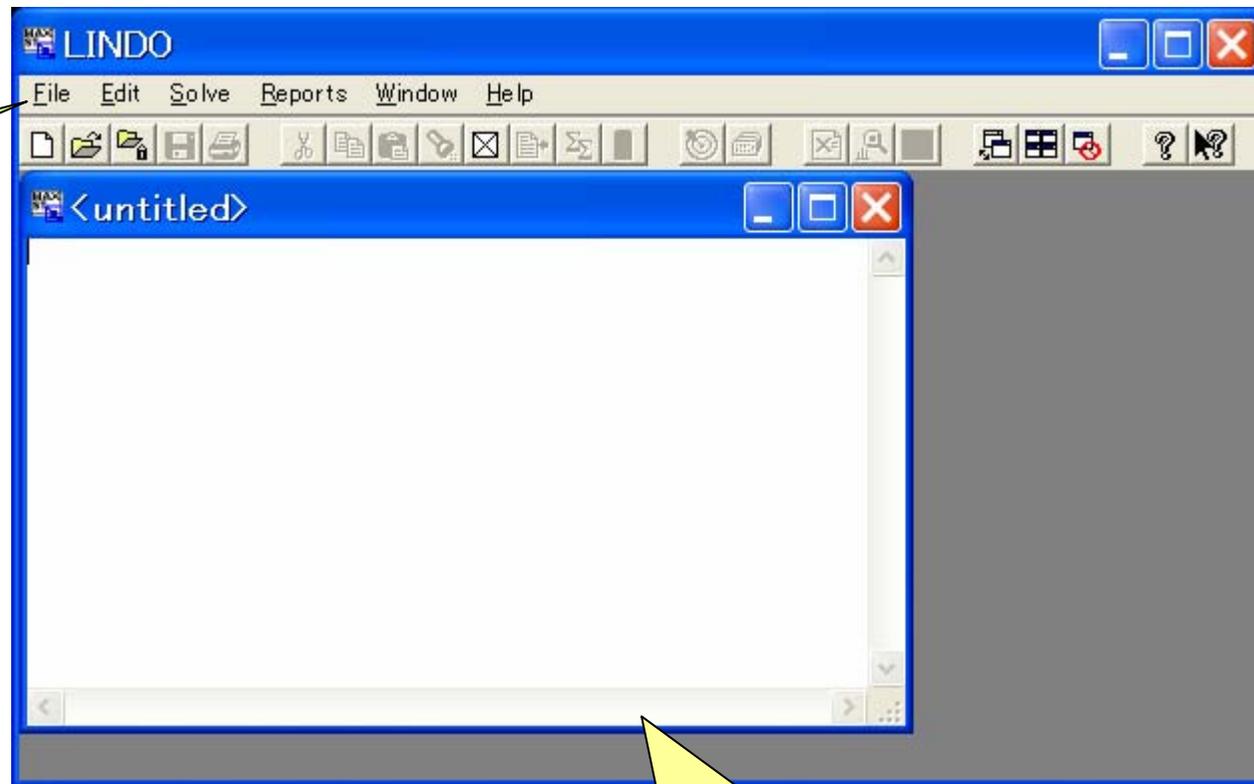


# 起動時の画面

フレームwindow

LINDOの操作は「フレームwindow」内で行う

終了時は  
File→Exit



解きたい数理計画問題を記述するエディタ  
起動時は「untitled」で名前が付いていない

モデルwindow

# モデルwindowへの問題入力

## 例題

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 6x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 40 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

基本的に定式化をそのまま記述

zは省略

最大化はmax

※「x1」は $x_1$   
積「\*」ではない

最後に「end」

```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
<untitled>
max 6x1+5x2
st
3x1+x2<45
x1+2x2<40
end
```

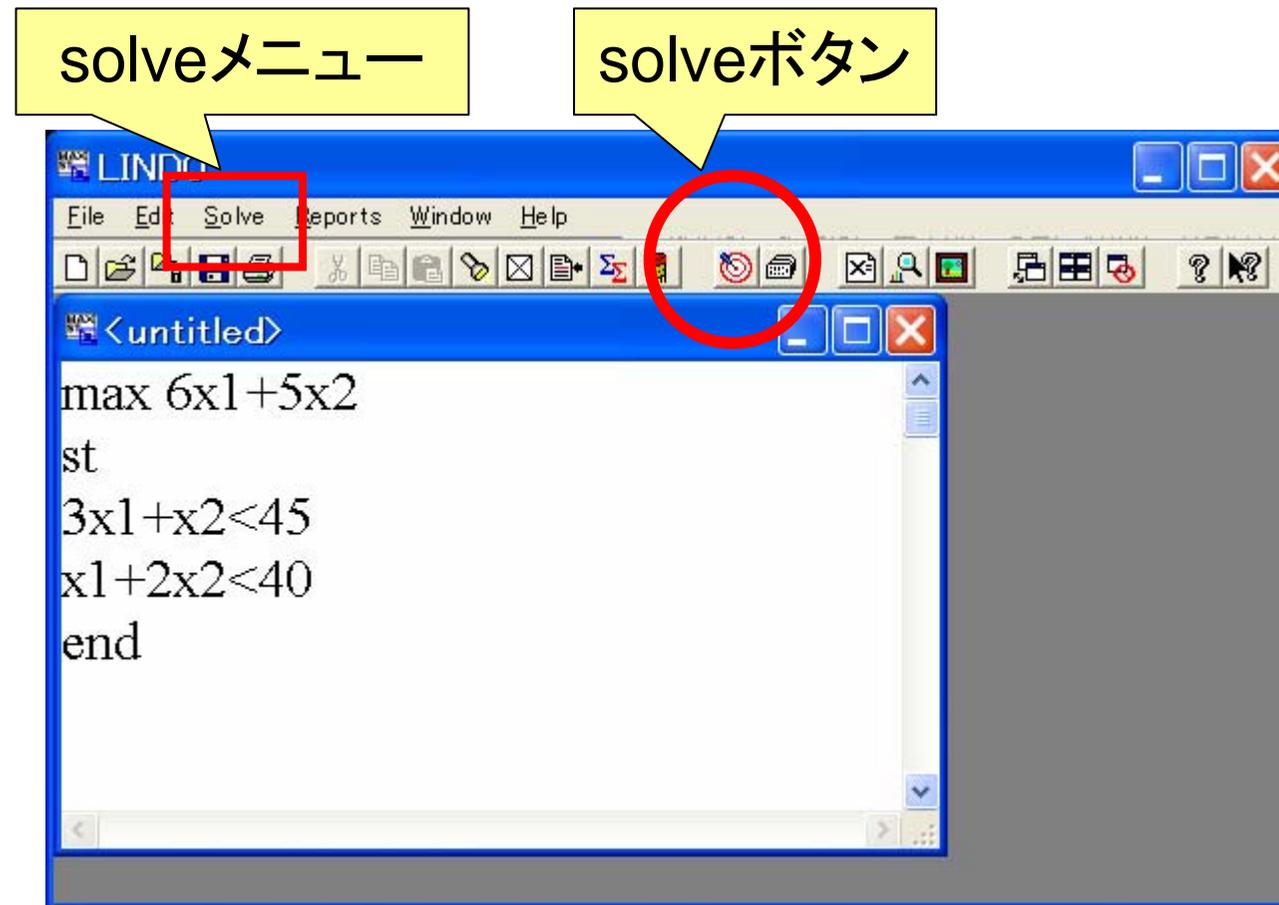
「s.t.」ではなく「st」

「 $\leq$ 」は「<」で記述

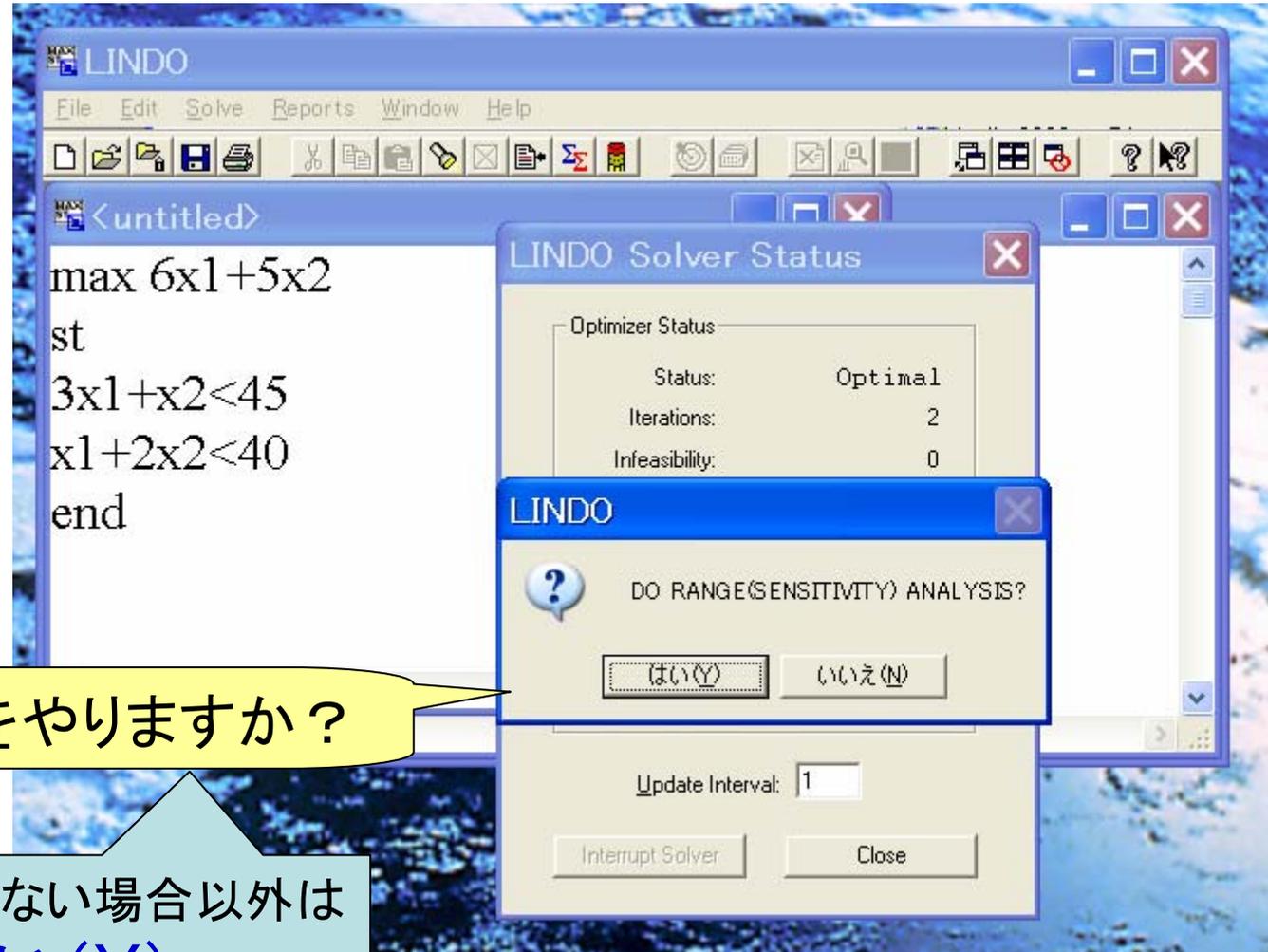
詳しい記述方法は後ほど

# 問題の解く

- 入力が済んだら問題を解かせる



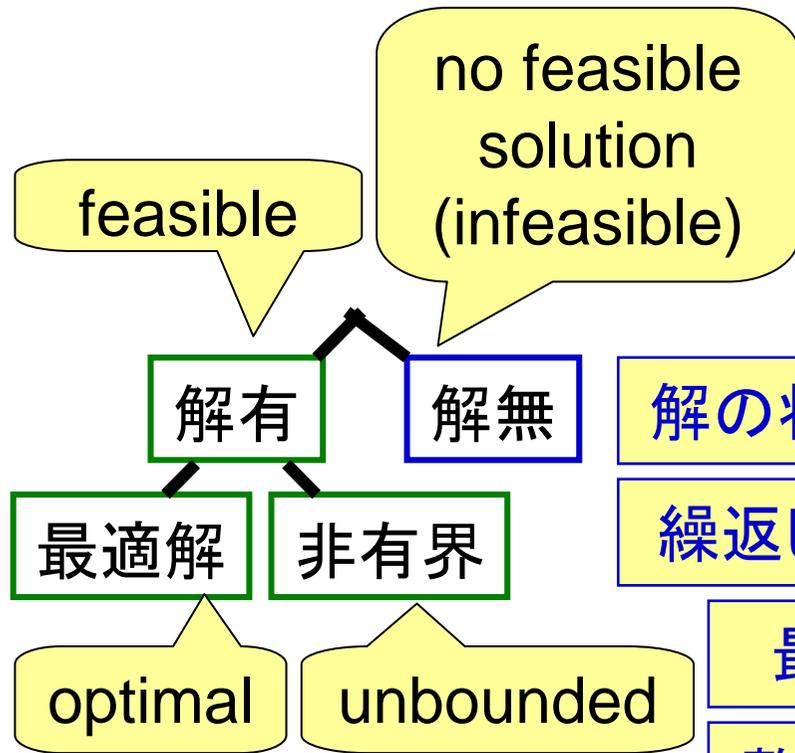
# 最適解の前に(1)



感度分析をしますか？

特に必要がない場合以外は  
はい(Y)

# 最適解の前に(2)



ステータスwindow

解の状態

繰返し数

最適値

整数計画

計算時間

A screenshot of the 'LINDO Solver Status' window. The window title is 'LINDO Solver Status'. The main content area shows the following data:

Optimizer Status:	
Status:	Optimal
Iterations:	2
Infeasibility:	0
Objective:	135
Best IP:	N/A
IP Bound:	N/A
Branches:	N/A
Elapsed Time:	00:00:00

At the bottom, there is an 'Update Interval' set to 1, and two buttons: 'Interrupt Solver' and 'Close'.

No Answer

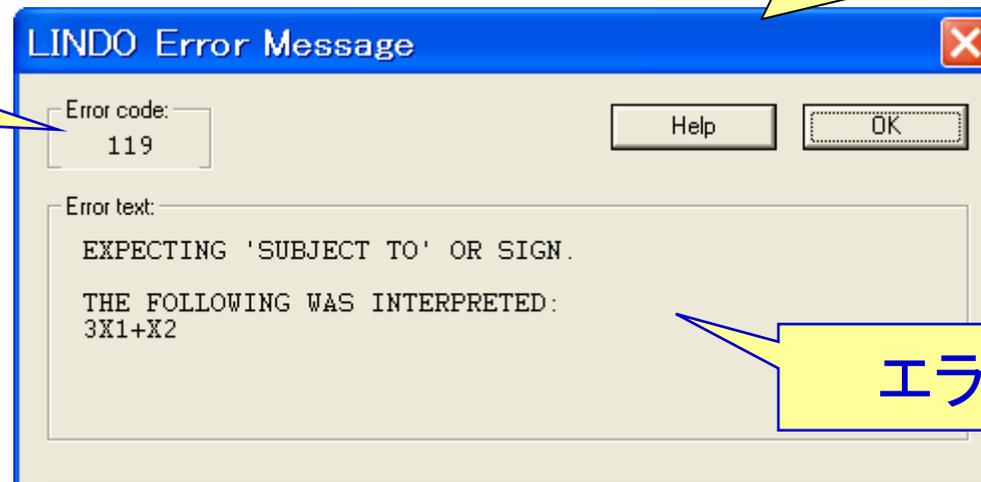
一覧したら「Close」

# エラー表示

入力に文法的なエラーがある場合

エラーメッセージ

エラー番号



エラーの内容

よくあるエラー:

- スペルミス
- 「st」の書き忘れ
- 変数名の不統一

# 結果表示

レポートwindow

前半

基本的な最適解の情報

後半

感度分析に関する情報

The screenshot shows the LINDO Reports Window with the following content:

```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
[Icons]
Reports Window
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      0
      OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)      135.0000
      VARIABLE           VALUE           REDUCED COST
      X1                10.000000         0.000000
      X2                15.000000         0.000000
      ROW  SLACK OR SURPLUS   DUAL PRICES
    2)           0.000000         1.400000
    3)           0.000000         1.800000
      NO. ITERATIONS=          0
      RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:
      VARIABLE           CURRENT           OBJ COEFFICIENT RANGES
                        COEF           ALLOWABLE           ALLOWABLE
                        INCREASE           DECREASE
      X1                6.000000           9.000000           3.500000
      X2                5.000000           7.000000           3.000000
      ROW              CURRENT           RIGHTHAND SIDE RANGES
                        RHS           ALLOWABLE           ALLOWABLE
                        INCREASE           DECREASE
    2                 45.000000           75.000000           25.000000
    3                 40.000000           50.000000           24.999998
```

# 結果表示(前)

レポートwindow

```

LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
Reports Window
OPTIMUM FOUND AT STEP 0
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 135.0000
VARIABLE VALUE REDUCED COST
X1 10.000000 0.000000
X2 15.000000 0.000000
ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES
2) 0.000000 1.400000
3) 0.000000 1.800000
NO. ITERATIONS= 0
    
```

最適値

変数

最適解

余り or 不足

行

目的関数値

値

既約費用

限界価値

## 例のシンプレックス表(最終)

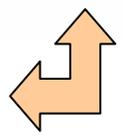
基底変数	z	x1	x2	s1	s2	定数項
x1	0	1	0	2/5	-1/5	10
x2	0	0	1	-1/5	3/5	15
z	1	0	0	7/5	9/5	135

既約費用

限界価値

最適解

最適値



# 結果表示(後)

## 略語

- OBJ=objective function(目的関数)
- COEF=Coefficient(係数)
- RHS=Right-Hand-Side(右辺)

感度分析での  $\Delta$  の範囲

basis:基底

費用係数の変化

右辺(定数項)の変化

※ infinity= $\infty$

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	6.000000	9.000000	3.500000
X2	5.000000	7.000000	3.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	45.000000	75.000000	25.000000
3	40.000000	50.000000	24.999998

現在の値

$\Delta$  の上限

$\Delta$  の下限

例

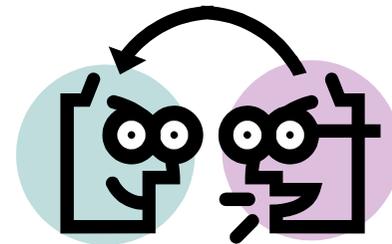
3行目右辺  $40 \Rightarrow 40 + \Delta$

現基底変数の組合せが変化しない  $\Delta$  の範囲

$$-25 \leq \Delta \leq 50$$

# データの扱い

- モデルwindow, レポートwindowは保存可能
  - 拡張子は「.ltx」
  - 保存はテキスト形式
- 体験版は変数数・制約式本数に制限有



# モデルwindow:書き方の約束

- 目的関数
  - 最大化 max
  - 最小化 min
  - 定数項は記入しない
- 制約条件式
  - 右辺は数字のみ  
(ミス例)  $3p < 4q + 5$
  - 不等号は「 $<$ 」or「 $\leq$ 」  
※ 不号はLPでは不可
  - 等号は「 $=$ 」
  - 非負制約は自動記述
- 変数のオプション  
(endの後に記述)
  - 自由変数 free 変数名
  - 整数変数 gin 変数名
  - 0-1変数 int 変数名
- 変数名
  - 自由に設定可能



# 練習 モデル記述

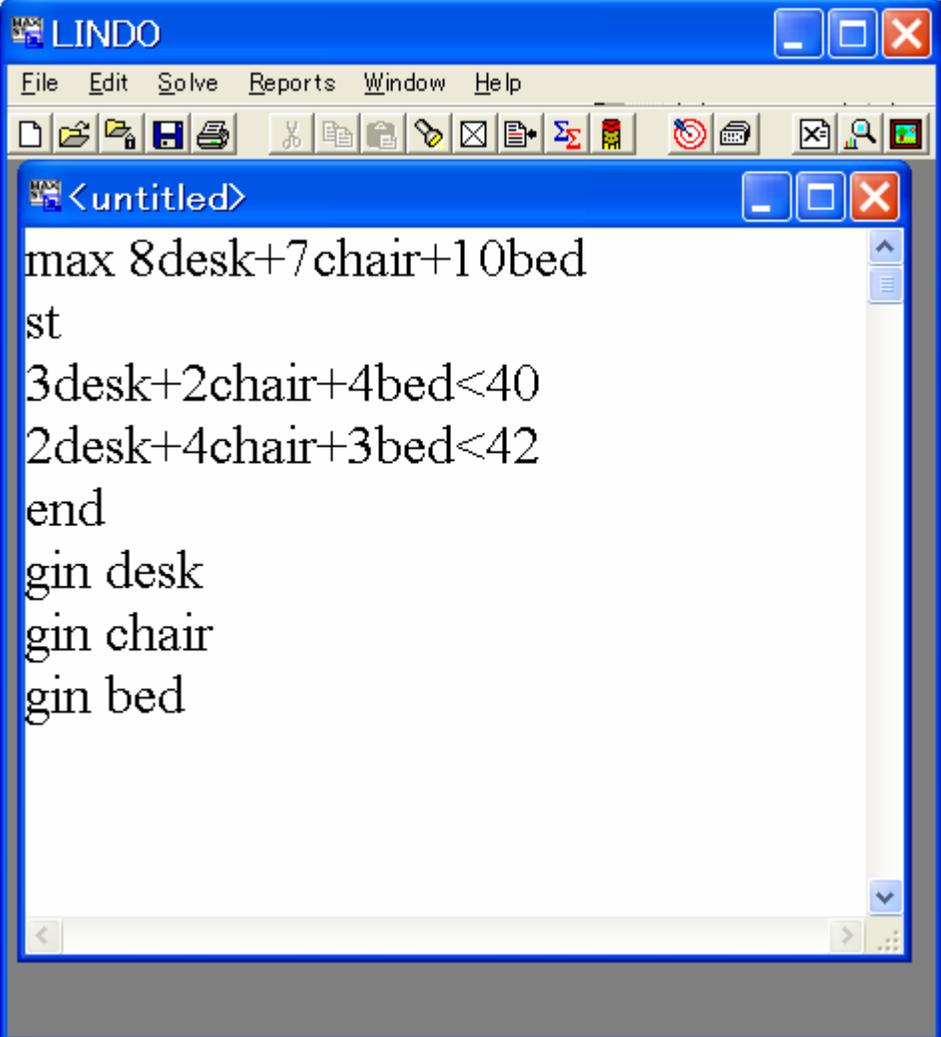
	机 1台	椅子 1脚	ベット 1台	労働制限
職人A	3時間	2時間	4時間	40時間/週
職人B	2時間	4時間	3時間	42時間/週
利益	8千円	7千円	10千円	

利益最大の生産計画は？

- LINDOに入力するモデルを記述してみよう
- 実際に入力し、結果を読んでみよう

# 回答例(1)

入力例



```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
max 8desk+7chair+10bed
st
3desk+2chair+4bed<40
2desk+4chair+3bed<42
end
gin desk
gin chair
gin bed
```

The screenshot shows the LINDO software interface. The main window, titled '<untitled>', contains the following text: 'max 8desk+7chair+10bed', 'st', '3desk+2chair+4bed<40', '2desk+4chair+3bed<42', 'end', 'gin desk', 'gin chair', and 'gin bed'. The interface includes a menu bar with 'File', 'Edit', 'Solve', 'Reports', 'Window', and 'Help', and a toolbar with various icons for file operations and solving.

# 回答例(2)

出力画面

最適値

最適解

```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
[Icons]
Reports Window
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      11
OBJECTIVE VALUE = 116.250000

FIX ALL VARS.( 1) WITH RC > 0.875000
SET   DESK TO >= 10 AT 1, BND= 115.0   TWIN= 114.0   16

NEW INTEGER SOLUTION OF 115.000000 AT BRANCH 2 PIVOT 16
BOUND ON OPTIMUM: 115.3750
DELETE   DESK AT LEVEL 1
ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES= 2 PIVOTS= 16

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 115.0000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
DESK          10.000000    -8.000000
CHAIR         5.000000    -7.000000
BED           0.000000   -10.000000

ROW  SLACK OR SURPLUS  DUAL PRICES
2)   0.000000         0.000000
3)   2.000000         0.000000

NO. ITERATIONS= 16
BRANCHES= 2 DETERM.= 1.000E 0
```

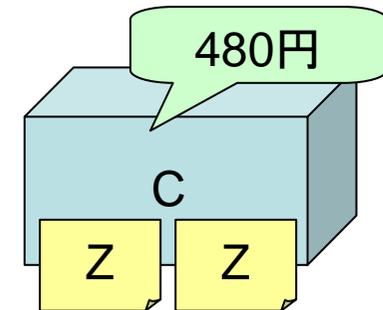
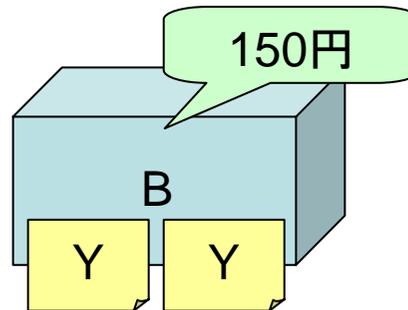
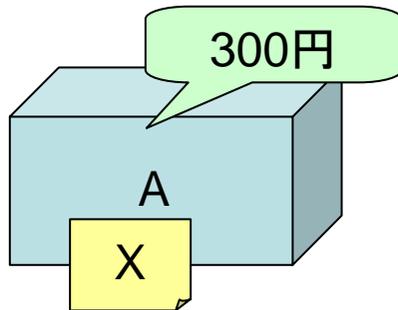
# 演習1 生産計画

	製品P 1000ml	製品Q 1000ml	使用限度
原料A	1kg	7kg	140kg
原料B	2kg	4kg	100kg
原料C	3kg	2kg	120kg
利益	3万円	2万円	

- ① 利益を最大にするP,Qの生産量は?
- ② 原料A,B,Cの限界価値は?
- ③ 原料A,B,Cの増加限界は?
- ④ 製品Qの利益は推定値. どの程度の誤差なら最適解に影響はないのか?

# 練習 定式化

3つの商品でクーポンキャンペーン実施中



券X12枚で1個のAと交換

券Y20枚で1個のAと交換

券Z15枚で1個のAと交換

券Y12枚で1個のBと交換

券Z10枚で1個のBと交換

※交換する商品には券無し

券Z40枚で1個のCと交換

キャンペーン内容

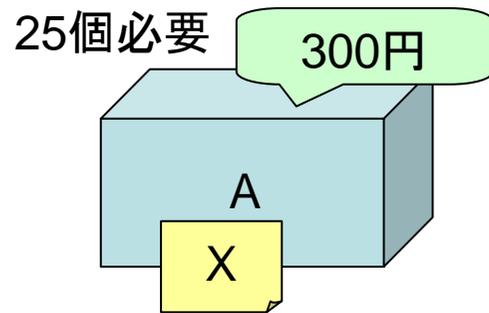
25個必要

20個必要

80個必要

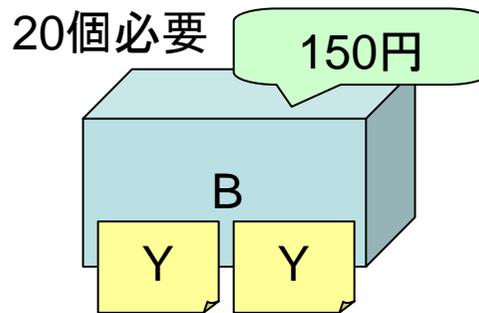
最も安く必要数を購入するプランを考えたい。定式化せよ。  
LINDOに入力し最適案を導出してみよう。

# ヒント 変数の準備



Aの購入個数  
 $x_A$ (個)

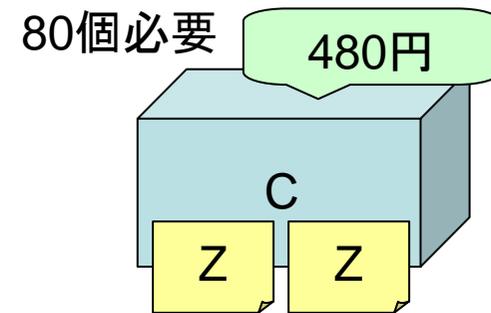
券X12枚でA取得個数  
 $y_{XA}$ (個)



Bの購入個数  
 $x_B$ (個)

券Y20枚でA取得個数  
 $y_{YA}$ (個)

券Y12枚でB取得個数  
 $y_{YB}$ (個)



Cの購入個数  
 $x_C$ (個)

券Z15枚でA取得個数  
 $y_{ZA}$ (個)

券Z10枚でB取得個数  
 $y_{ZB}$ (個)

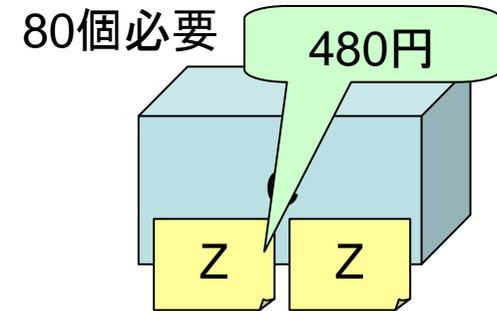
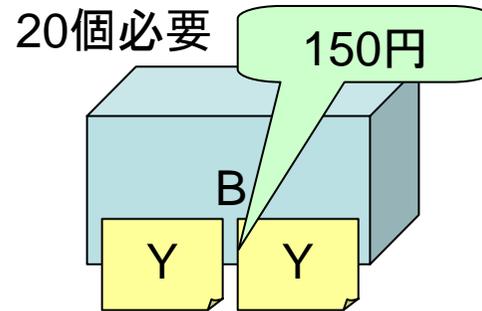
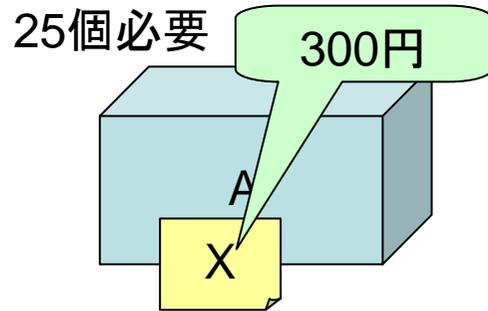
券Z40枚でC取得個数  
 $y_{ZC}$ (個)

※ 各変数は整数値

購入費用

$$300x_A + 150x_B + 480x_C \rightarrow \text{最小化}$$

# 解答例 定式化(特典商品に券無し)



必要量

$$x_A + y_{XA} + y_{YA} + y_{ZA} \geq 25$$
$$x_B + y_{YB} + y_{ZB} \geq 20$$
$$x_C + y_{ZC} \geq 80$$

(購入個数) + (特典取得個数)  $\geq$  (必要量)

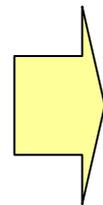
交換条件

$$x_A \geq 12y_{XA}$$
$$2x_B \geq 20y_{YA} + 12y_{YB}$$
$$2x_C \geq 15y_{ZA} + 10y_{ZB} + 40y_{ZC}$$

(券の枚数)  $\geq$  (交換率)  $\times$  (交換個数)

# LINDO画面

```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
D:\doc\lecture\数理...
min 300a+150b+480c
st
a+xa+ya+za>=25
b+yb+zb>=20
c+zc>=80
12xa-a<=0
20ya+12yb-2b<=0
15za+10zb+40zc-2c<=0
end
gin a
gin b
gin c
gin xa
gin ya
gin yb
gin za
```



```
Reports Window
LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION..

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 45000.00

VARIABLE VALUE REDUCED COST
A 12.000000 300.000000
B 20.000000 150.000000
C 80.000000 480.000000
XA 1.000000 0.000000
YA 2.000000 0.000000
YB 0.000000 0.000000
ZA 10.000000 0.000000
ZB 0.000000 0.000000
ZC 0.000000 0.000000

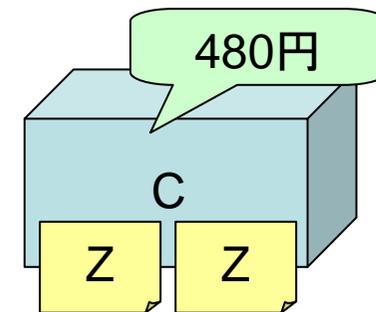
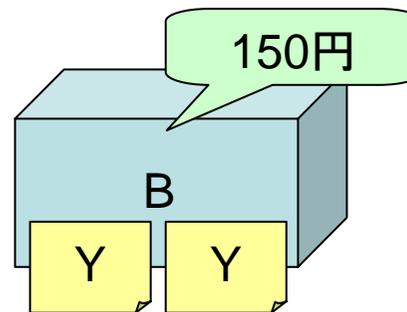
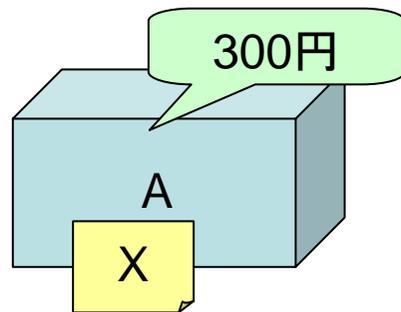
ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES
2) 0.000000 0.000000
3) 0.000000 0.000000
4) 0.000000 0.000000
5) 0.000000 0.000000
6) 0.000000 0.000000
7) 10.000000 0.000000

NO. ITERATIONS= 56
```

# 演習2 定式化



3つの商品でクーポンキャンペーン実施中



券X12枚で1個のAと交換

券Y20枚で1個のAと交換

券Z15枚で1個のAと交換

券Y12枚で1個のBと交換

券Z10枚で1個のBと交換

※交換する商品にも券が付く

券Z40枚で1個のCと交換

キャンペーン内容

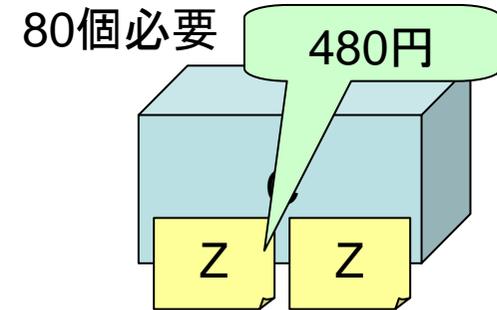
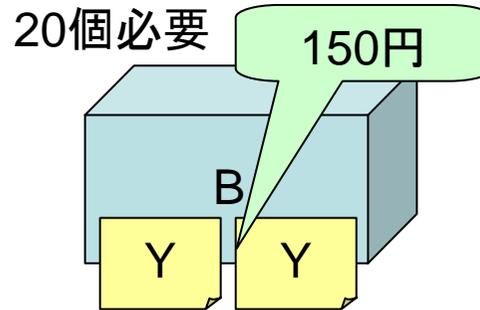
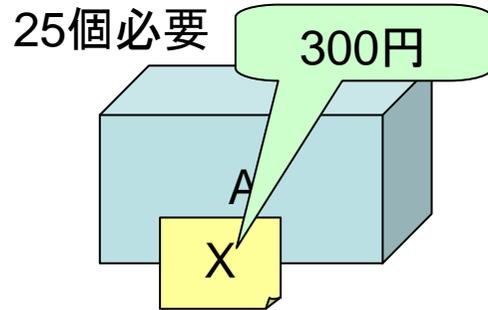
25個必要

20個必要

80個必要

最も安く必要数を購入するプランを考えたい。定式化せよ。  
LINDOに入力し最適案を導出してみよう。

# 演習2 解答例



必要量

$$x_A + y_{XA} + y_{YA} + y_{ZA} \geq 25$$

$$x_B + y_{YB} + y_{ZB} \geq 20$$

$$x_C + y_{ZC} \geq 80$$

(購入個数) + (特典取得個数)  $\geq$  (必要量)

交換条件

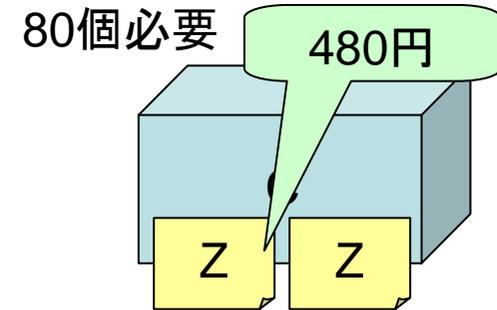
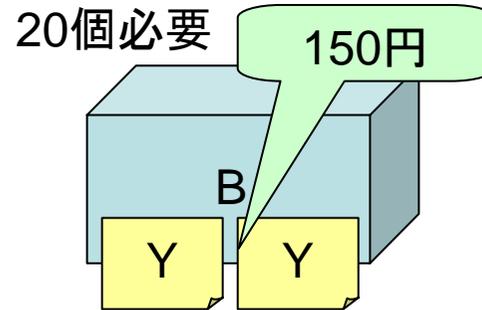
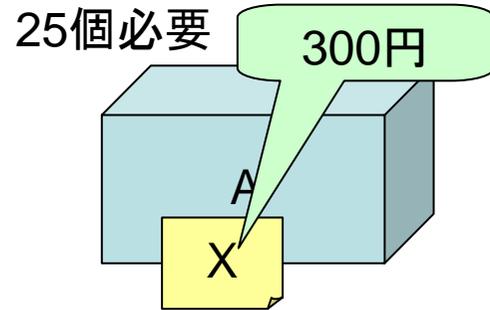
$$x_A + y_{XA} + y_{YA} + y_{ZA} \geq 12y_{XA}$$

$$2x_B + 2y_{YB} + 2y_{ZB} \geq 20y_{YA} + 12y_{YB}$$

$$2x_C + 2y_{ZC} \geq 15y_{ZA} + 10y_{ZB} + 40y_{ZC}$$

(券の枚数)  $\geq$  (交換率)  $\times$  (交換個数)

# 演習2 解答例(続)



事前必要量

$$x_A + (y_{XA} - 1) + y_{YA} + y_{ZA} \geq 12y_{XA}$$

$$2x_B + 2y_{YB} + 2y_{ZB} \geq 20y_{YA}$$

$$2x_C + 2y_{ZC} \geq 15y_{ZA}$$

$$2x_B + 2(y_{YB} - 1) + 2y_{ZB} \geq 12y_{YB}$$

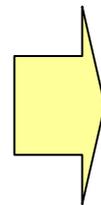
$$2x_C + 2y_{ZC} \geq 10y_{ZB}$$

$$2x_C + 2(y_{ZC} - 1) \geq 40y_{ZC}$$

事前に必要枚数の券が必要

# LINDO画面

```
MAX  
D:\doc\lecture\数...  
min 300a+150b+480c  
st  
a+xa+ya+za>=25  
b+yb+zb>=20  
c+zc>=80  
11xa-a-xa-ya-za<=0  
20ya+10yb-2b-2zb<=0  
15za+10zb+38zc-2c<=0  
a-11xa+2ya+2za>=1  
2b+2yb+2zb-20ya>=0  
2c+2zc-15za>=0  
2b-10yb+2zb>=2  
2c+2zc-10zb>=0  
2c-38zc>=2  
end  
gin a  
gin b  
gin c  
gin xa  
gin ya  
gin yb  
gin za  
gin zb  
gin zc
```



MAX Reports Window

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 44550.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
A	11.000000	300.000000
B	19.000000	150.000000
C	80.000000	480.000000
XA	2.000000	0.000000
YA	2.000000	0.000000
YB	0.000000	0.000000
ZA	10.000000	0.000000
ZB	1.000000	0.000000
ZC	0.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	3.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	12.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	10.000000	0.000000
11)	38.000000	0.000000
12)	150.000000	0.000000
13)	158.000000	0.000000

## 演習3

ある製紙会社では

- 幅540cm, 長さ50mの紙ロールを生産

これから

- 幅150cm, 長さ50mの紙ロールを10本
- 幅120cm, 長さ50mの紙ロールを20本
- 幅 70cm, 長さ50mの紙ロールを30本

作りたい. 最小限必要な紙ロールの数は何本?

