



# グラフの分解

グラフ構造を  
大雑把に観る方法

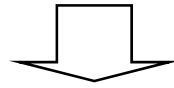


# ここで学ぶこと

- 物事を表現する方法のひとつ：  
グラフ・ネットワーク
- グラフの構造を大雑把に把握する
- ある特徴に沿った把握方法



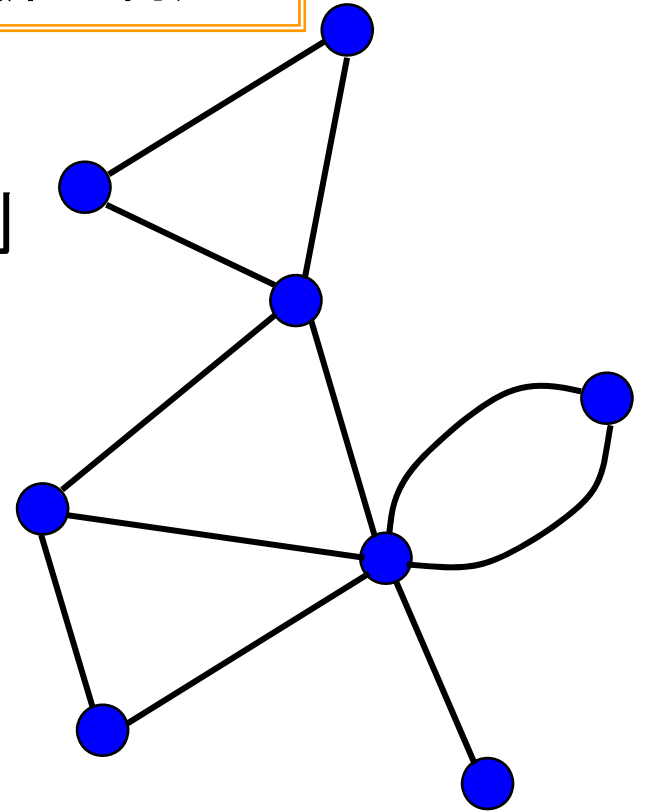
# グラフの分解



表現されているシステムの解析に利用

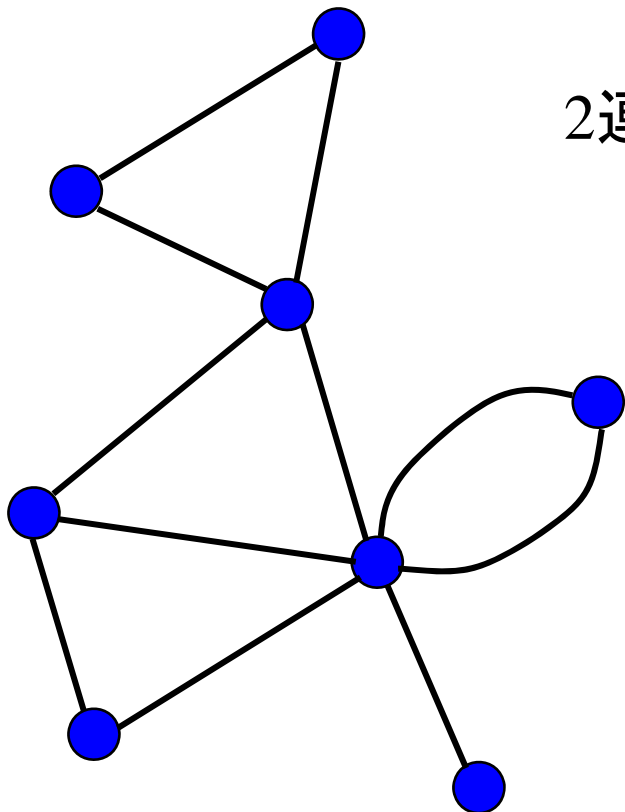
## 用語の準備

- **道** (path): 接続する点と枝の交互列
- 無向グラフが**連結**  
⇔ 任意の2点間に道が存在
- 点 $v$ は**関節点**  
⇔ 連結なグラフから点 $v$ を除くと非連結になる
- 無向グラフが**2連結**  
⇔ 関節点がないグラフ

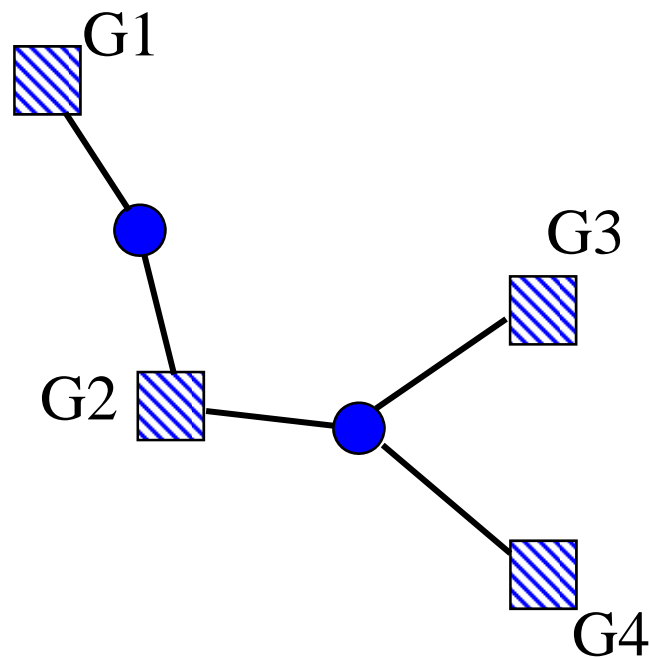
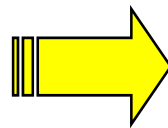


グラフの分解: 例1

# 無向グラフの2連結成分分解



2連結成分: 2連結な極大部分グラフ

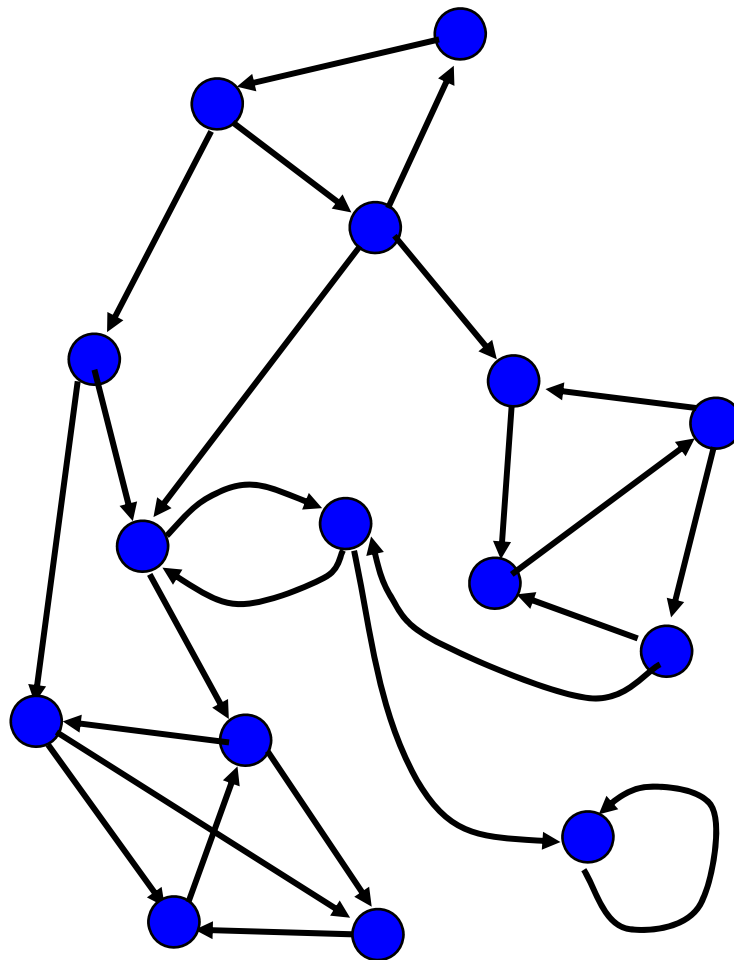


## グラフの分解: 例2

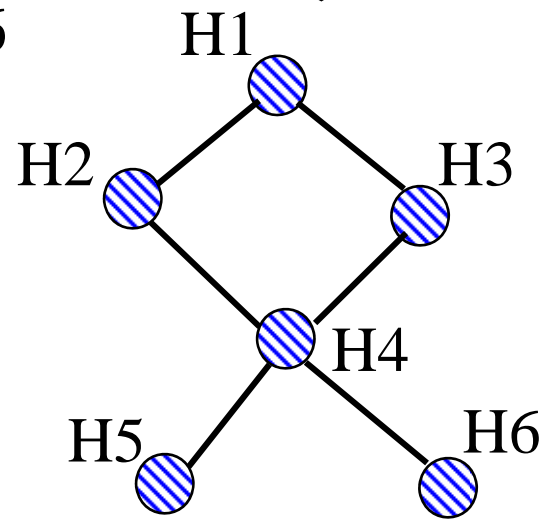
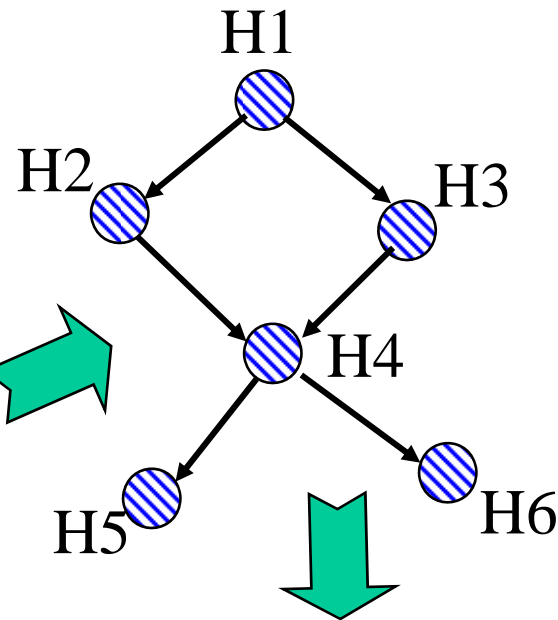
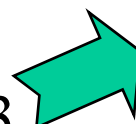
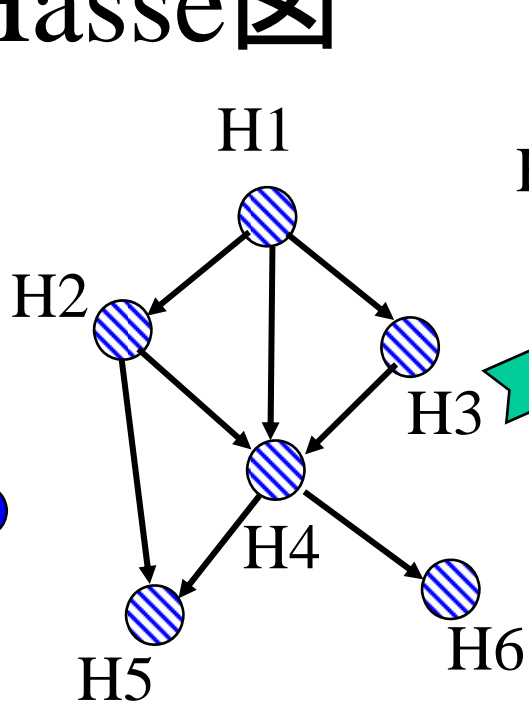
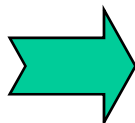
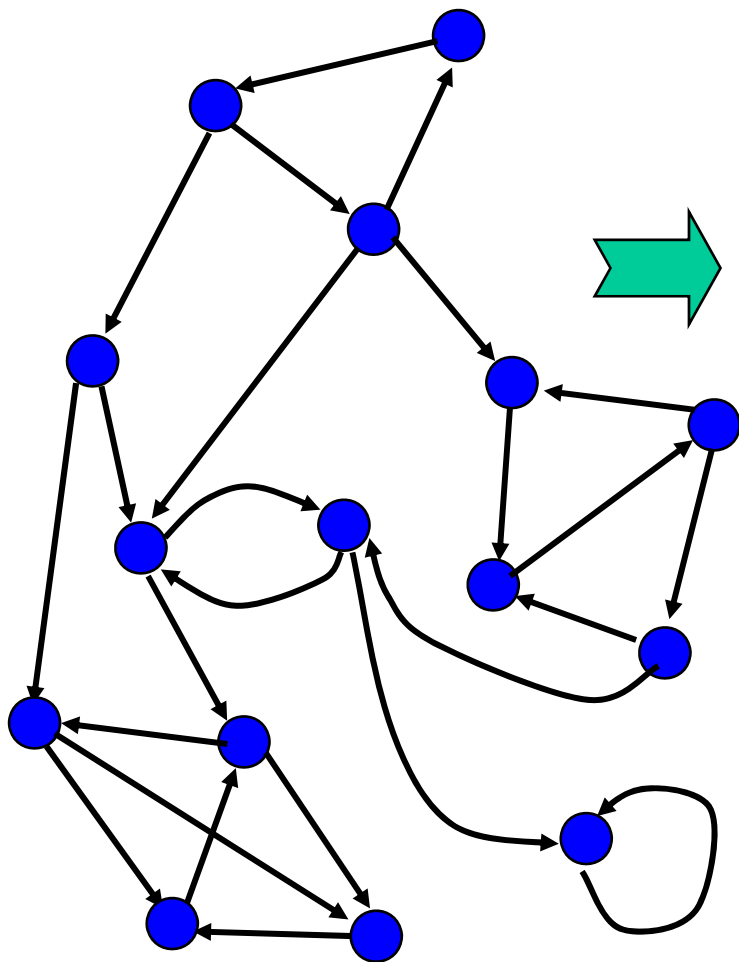
# 有向グラフの強連結成分分解

### 用語の準備

- **有向道**: すべて同じ向きの枝からできている道
- 有向グラフが**強連結**  
⇔ 任意の2点間に両方向の有向道が存在
- **強連結成分**  
⇔ 強連結な極大部分グラフ



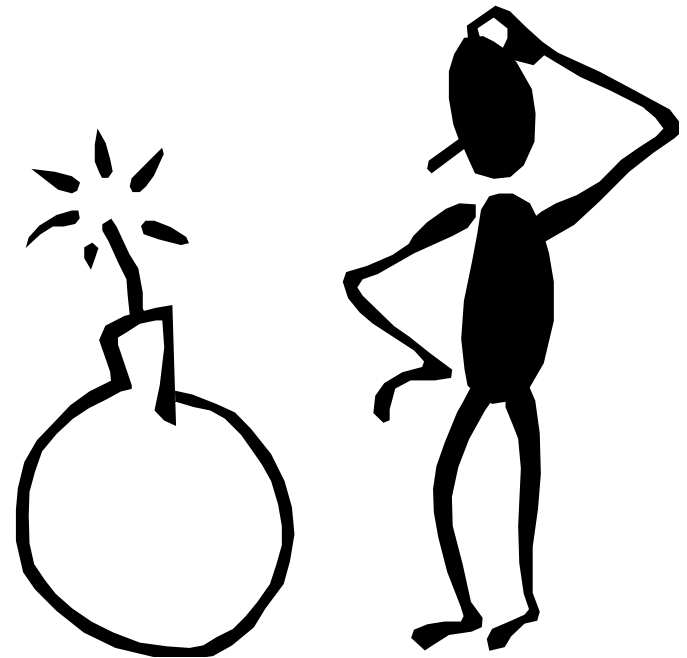
# Hasse図



システムの  
半順序関係を  
示している

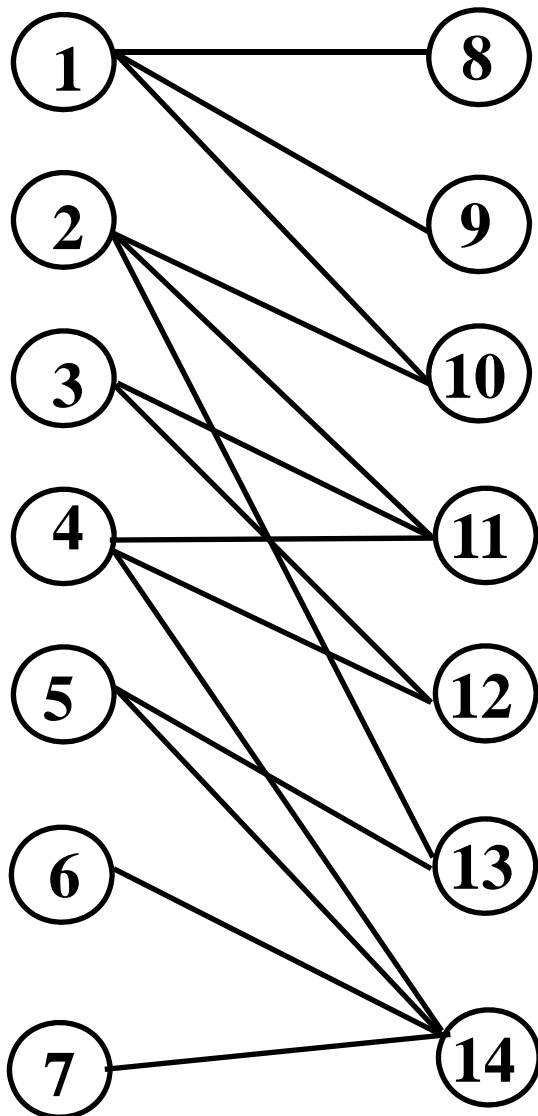
## 2連結成分，強連結成分の求め方

- 2連結成分分解，強連結成分分解共に，  
深さ優先探索を利用し可能
  - より効率的な解法を作ってみよう!!

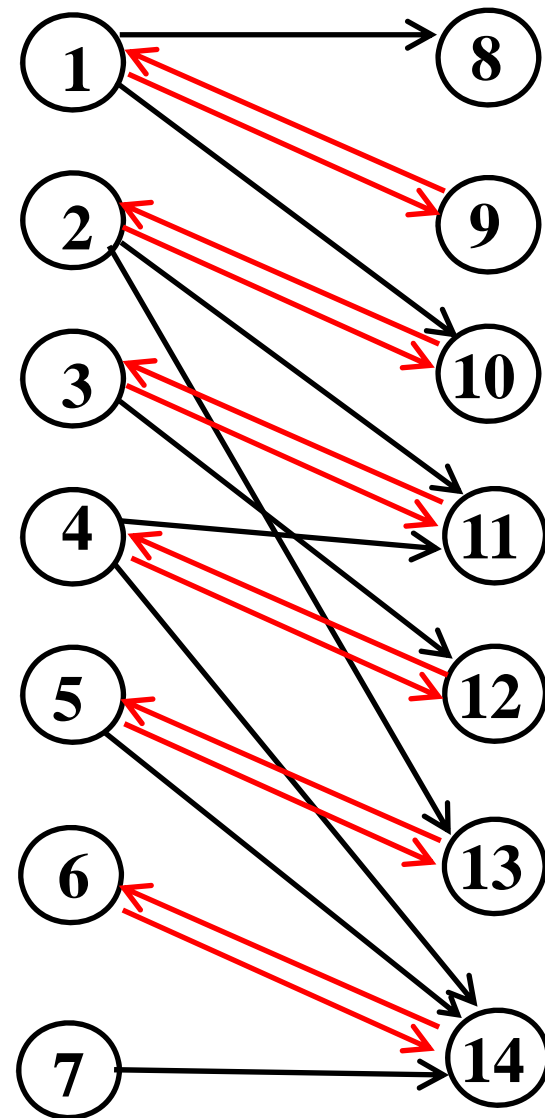
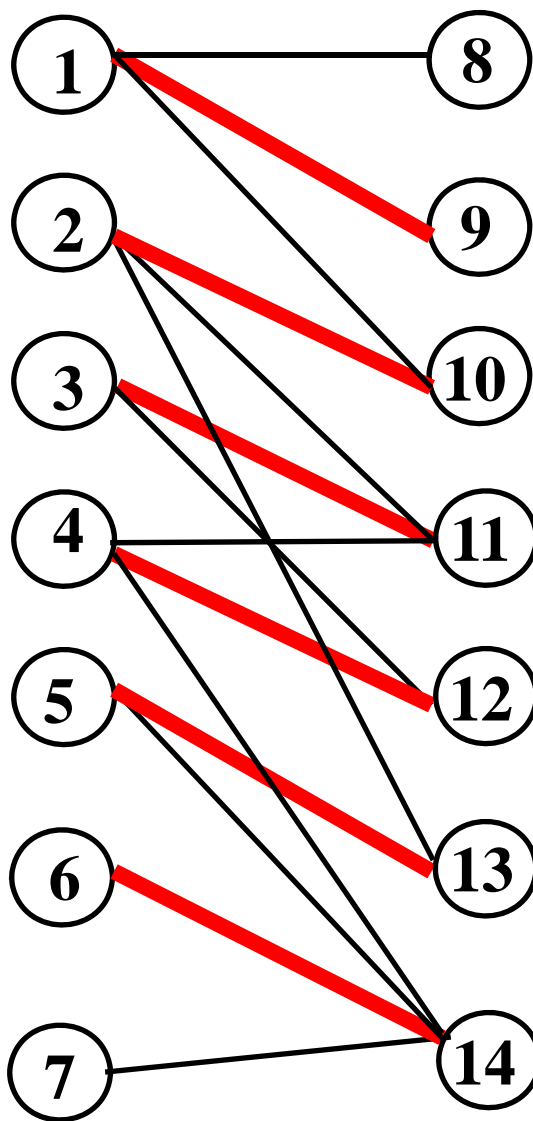


# グラフの分解: 例3

## 2部グラフ



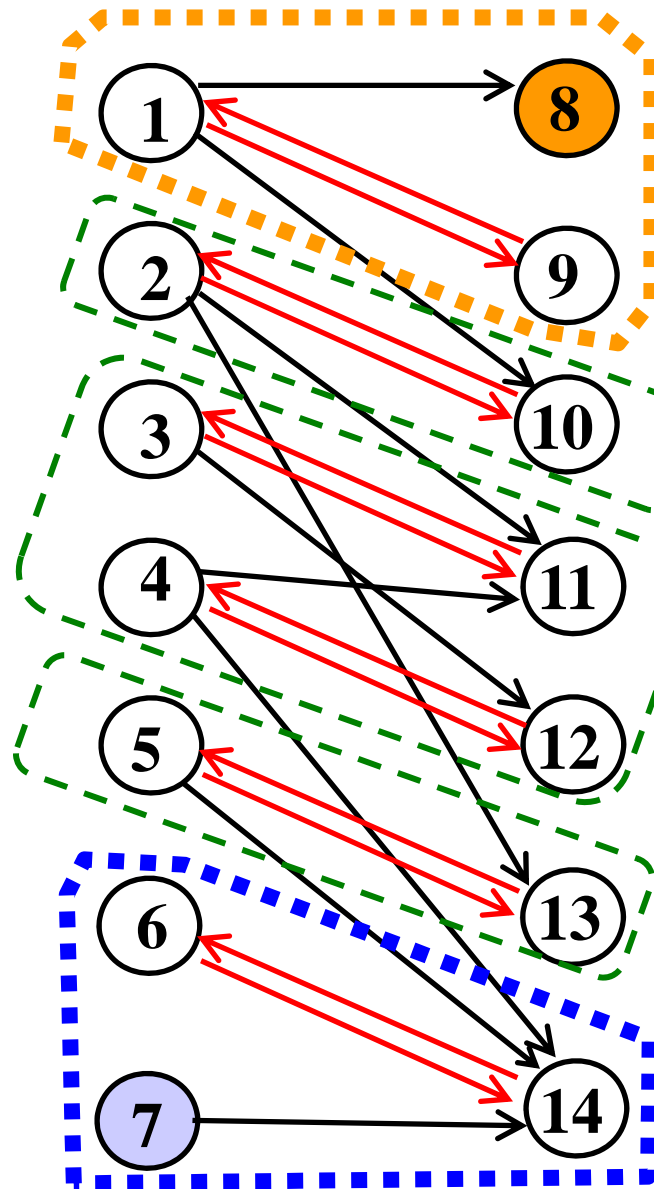
# DM分解(準備)





# Dulmage-Mendelsohn分解(DM分解)

マッチしていない点  
に到達可能



DM分解から得られる情報

左側点数の完全マッ  
チングを持つ

成分間の枝は  
どんな最大マッチング  
にも含まれない

各成分内で  
左(右)側点数の  
完全マッチングを持つ

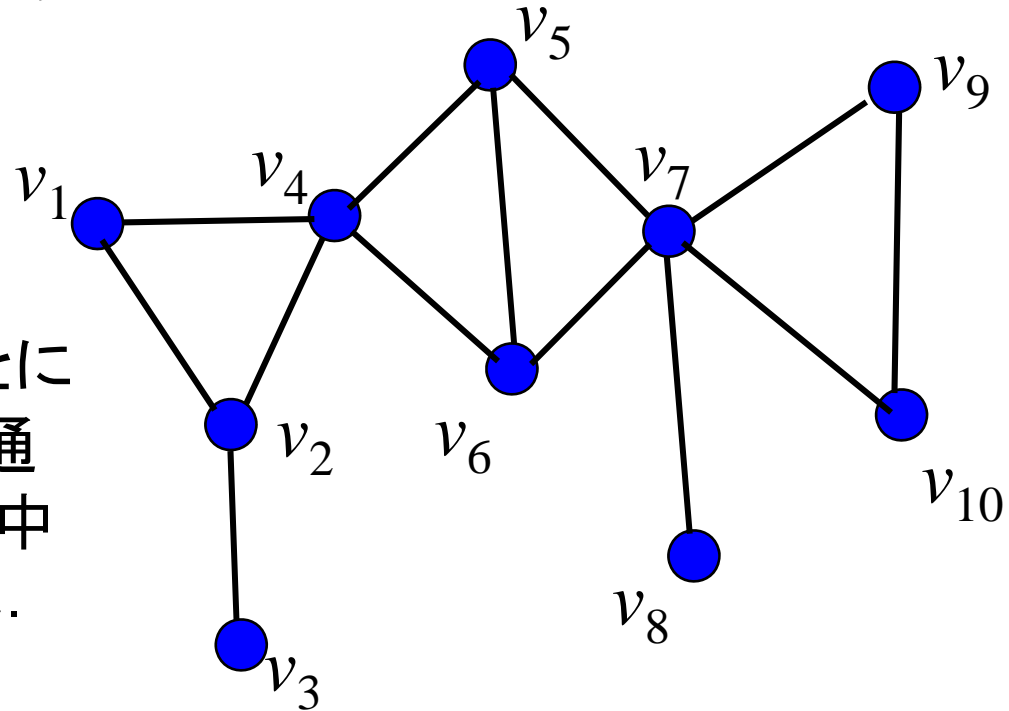
右側の点数の完全マ  
ッチングを持つ

強連結成分分解

マッチしていない点  
から到達可能

# 演習3-1 2連結成分分解

右図のような通信網がある。  
点は中継局を示す。

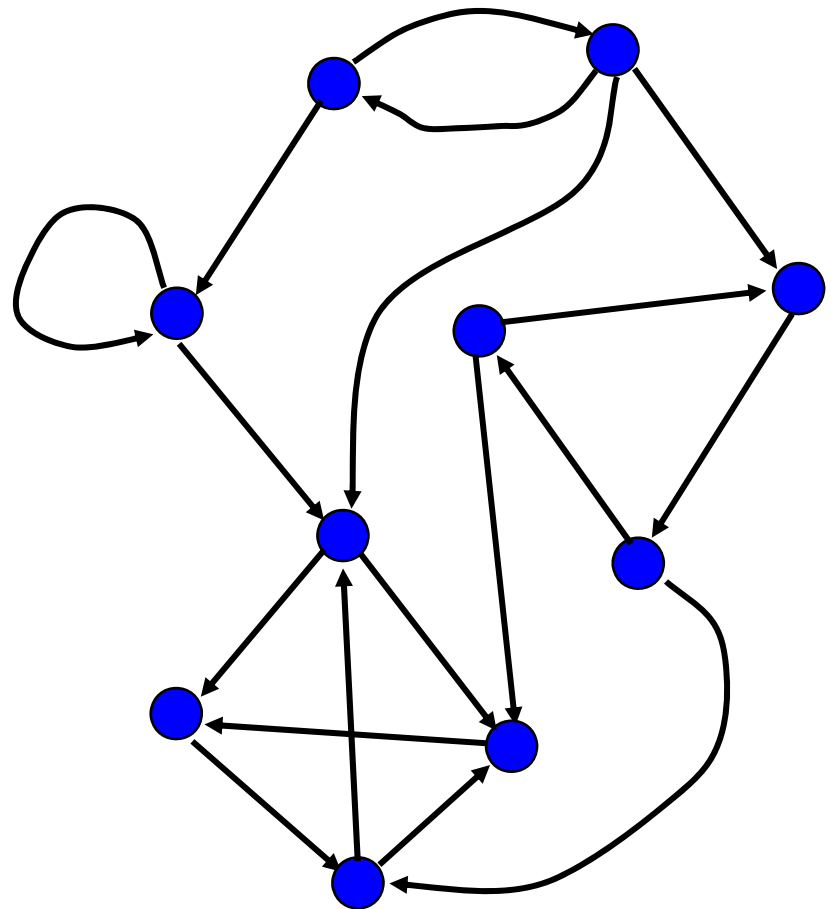


(1) 機能が停止することにより、他の中継局間の通信にまで影響を及ぼす中継局はどれか指摘せよ。

(2) 通信の信頼性を高めるためには新たにどのような線をどこに引けばよいか。適切な設置計画を提案せよ。

# 演習3-2 強連結成分分解

右の有向グラフの  
Hasse図を作成しなさい



# 演習3-3



ダンスパーティーの希望は  
次の図のとおり

- ① 最大で何組マッチングができる？
- ② 最大マッチングで  
いつでもマッチされる人は？
- ③ 最大マッチングで  
マッチされない可能性がある人は？
- ④ 最大マッチングで  
決してマッチングされないペアは？

