



配属の数理(2)

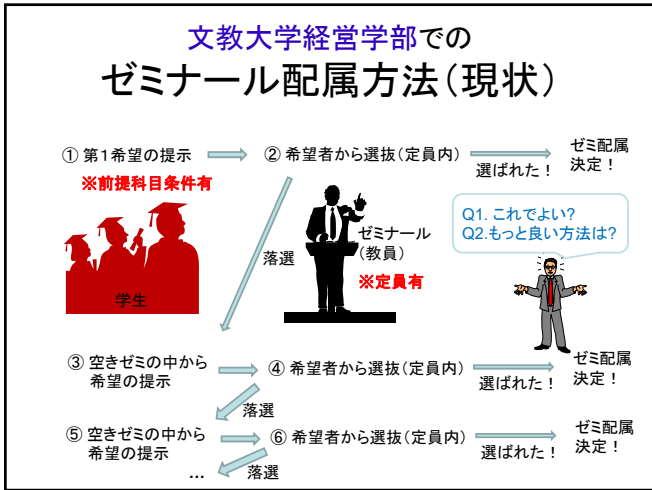
ゼミナールの配属を決めよう

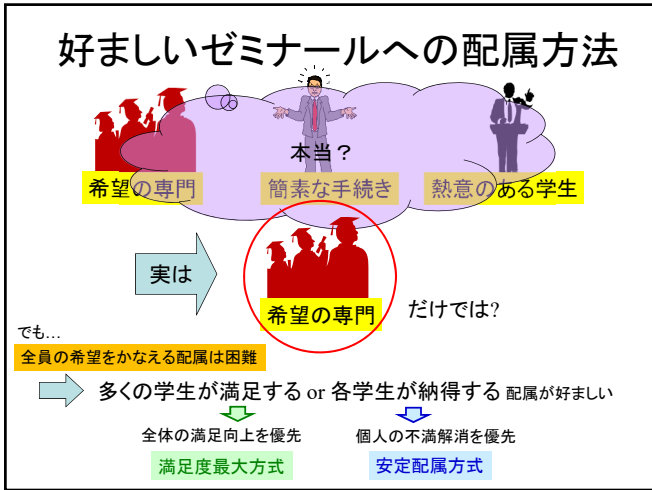
ゼミナールへの配属

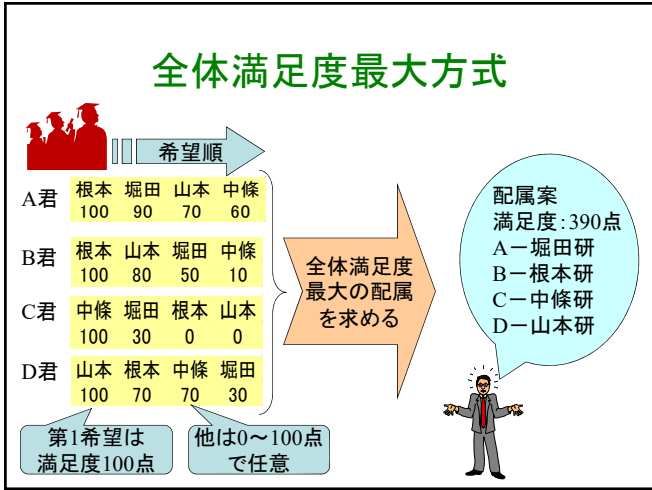


よりよい配属方式の条件(一般論)

- 公平性
 - 結果に対して関係者が納得できる
- 透明性
 - 配属理由(過程・方法)が説明できる
- 簡便性
 - 関係者が理解できる方法である
- 迅速性
 - 配属の出力が短時間で可能



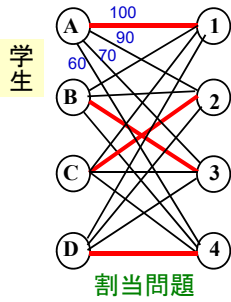




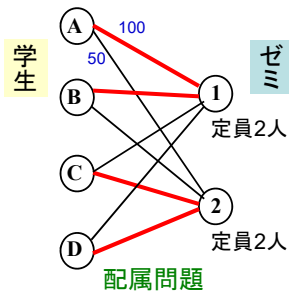
ゼミ定員の考慮

ゼミ定員が1人の場合

ゼミ定員が複数人の場合



ゼミ

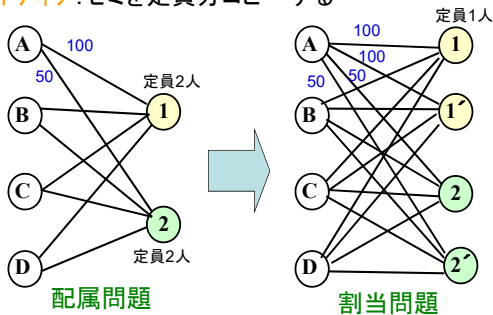


ゼミ

⇒最適配属の導出法は?

配属問題⇒割当問題

アイデア:ゼミを定員分コピーする



※人数不一致の場合は、ダミーで調整

満足度最大配属の決定方法

- 研究室選択ルール(定員, 前提科目など)
- 必要な情報(入力)
 - 各学生の希望ゼミ順序or点数(希望調査)
- 実行に必要な環境
 - 配属問題を解くソフトウェア(Excel, 専用ソルバー)
 - 配属案を求める時間: ほぼ一瞬



演習1 ゼミ配属を決めよう

Aさん	森	堀田	根本
満足度	100	80	40
Bさん	森	堀田	根本
満足度	90	100	70
Cさん	森	堀田	根本
満足度	100	70	50
Dさん	森	堀田	根本
満足度	100	60	80
Eさん	森	堀田	根本
満足度	100	90	10
Fさん	森	堀田	根本
満足度	50	100	90

学生満足度の総和が最大になる配属を求めよ



	ゼミ定員
森ゼミ	2名
堀田ゼミ	2名
根本ゼミ	3名

全体満足度最大方式:改善案

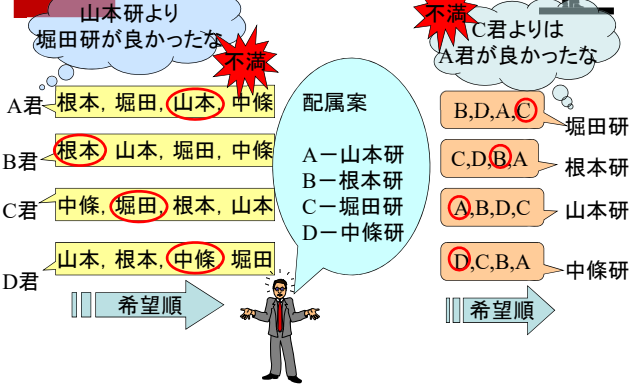
例:満足度の付け方を変更

- 持ち点制
(例)各学生は100点を希望に応じて配分
- 最大・最小固定制
(例)第1希望は100点, 希望しないは0点
- 他には? ⇒ 考えてみよう!





安定配属方式



安定な配属

- 不満を持つペア → 結託することで良いポジションを得る
- 配属が不安定になる
- 安定な配属** ⇔ 「不満を持つペア」がない配属

元問題は男女の結婚を比喩とし「**安定結婚問題**」とよばれる

存在する?

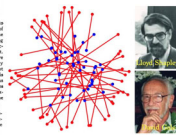
YES

ブロッキング・ペア

安定マッチング

COLLEGE ADMISSIONS AND THE STABILITY OF MARRIAGE

D. Gale and A. R. Myerson



安定マッチング

A君 根本、堀田、山本、中條

B君 根本、山本、堀田、中條

C君 中條、堀田、根本、山本

D君 山本、根本、中條、堀田

希望順 →

安定な配属

A-堀田研
B-山本研
C-根本研
D-中條研

B,D,A,C 堀田研

C,D,B,A 根本研

A,B,D,C 山本研

D,C,B,A 中條研

希望順 →

安定なことを確認しよう!

安定マッチングの見つけ方

- 学生側の希望順
- 重なったらゼミ側希望順

A君 根本、堀田、山本、中條

B君 根本、山本、堀田、中條

C君 中條、堀田、根本、山本

D君 山本、根本、中條、堀田

希望順 →

ゲール・シャプリの解法

B,D,A,C 堀田研

C,D,B,A 根本研

A,B,D,C 山本研

D,C,B,A 中條研

希望順 →

学生優位?ゼミ優位?

1. ゼミ側の希望順
2.重なったら学生側希望順

A君	根本, 堀田, 山本 , 中條	B,D,A,C	堀田研
B君	根本, 山本, 堀田 , 中條	C,D,B,A	根本研
C君	中條, 堀田, 根本 , 山本	A,B,D,C	山本研
D君	山本, 根本, 中條 , 堀田	D,C,B,A	中條研

これも安定

希望順

希望順

ワーク Gale-Shapleyアルゴリズムを使い

(1) 学生優位な安定マッチングを見つけよう

	希望ゼミ順		希望学生順
学生①	C A B	ゼミA	① ② ③
学生②	C B A	ゼミB	③ ① ②
学生③	A C B	ゼミC	③ ② ①

(2) ゼミナール優位な安定マッチングを見つけよう

	希望ゼミ順		希望学生順
学生①	C A B	ゼミA	① ② ③
学生②	C B A	ゼミB	③ ① ②
学生③	A C B	ゼミC	③ ② ①

演習2

(1) 男性優位の安定マッチングを見つけよう

<p>Men's preference lists</p> <p style="text-align: center;">favors</p> <p>m_1 7 6 4 3 2</p> <p>m_2 1 4 5 6</p> <p>m_3 1 3 5 6 7</p> <p>m_4 6 5 4 2 1</p> <p>m_5 5 3 2 1</p> <p>m_6 1 2 3 5</p> <p>m_7 6 5 2 1</p>	<p>Women's preference lists</p> <p style="text-align: center;">favors</p> <p>w_1 7 6 5 4 3 2</p> <p>w_2 1 4 5 6 7</p> <p>w_3 6 5 3 1</p> <p>w_4 4 2 1</p> <p>w_5 2 3 4 5 6 7</p> <p>w_6 1 2 3 4 7</p> <p>w_7 3 1</p>
--	--

演習2

(2)女性優位の安定マッチングを見つけよう

Men's preference lists	Women's preference lists
m_1 7 6 4 3 2	w_1 7 6 5 4 3 2
m_2 1 4 5 6	w_2 1 4 5 6 7
m_3 1 3 5 6 7	w_3 6 5 3 1
m_4 6 5 4 2 1	w_4 4 2 1
m_5 5 3 2 1	w_5 2 3 4 5 6 7
m_6 1 2 3 5	w_6 1 2 3 4 7
m_7 6 5 2 1	w_7 3 1

安定配属の決定方法

- ゼミ選択ルール(定員, 前提科目条件など)
- 必要な情報(入力)
 - 各学生の希望学生順序(希望調査)
 - 各研究室の希望学生順序(希望提出)
- 必要なしくみ
 - 安定配属を求める簡単なプログラム
 - 配属案を求める時間: ほぼ一瞬

二つの方法の特徴

	満足度最大方式	安定配属方式
配属ルール	簡単	簡単
必要時間	調査期間+入力+調整	調査期間(学生・教員)+入力
ズルの可能性	無理	無理
必要なデータ	学生の希望	学生・教員の希望
個々の満足	?	不満はない
全体の満足	最大	?
実用上の利点	定員超過・欠員時の指針が得やすい	必ず配属案を得られる
実用上の欠点	未配属者の可能性	希望調査の手間

⇨ どちらが好ましいかは状況による

演習8

• より良い【ゼミ配属】の仕組みを考えてみよう

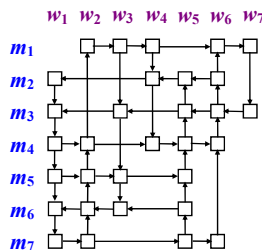
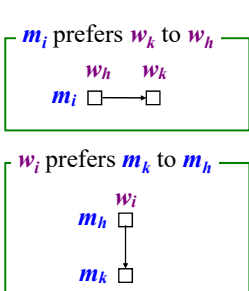


正解は無いよ

寄り道 結婚グラフ

(Ratier 1996)

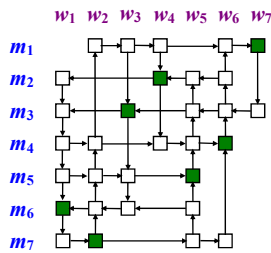
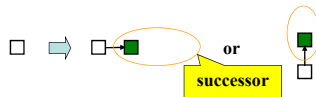
• 安定結婚問題はグラフでも表現できる



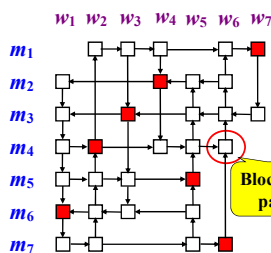
演習2のグラフ表現

The arcs implied by transitivity are omitted.

寄り道 グラフでの安定の意味



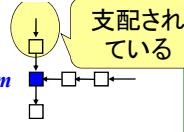
安定(Stable matching)



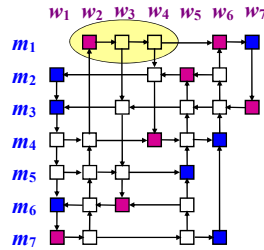
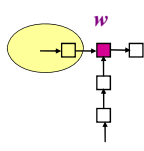
安定でない(Unstable matching)

寄り道 安定でない部分は取り除こう

男性最良点

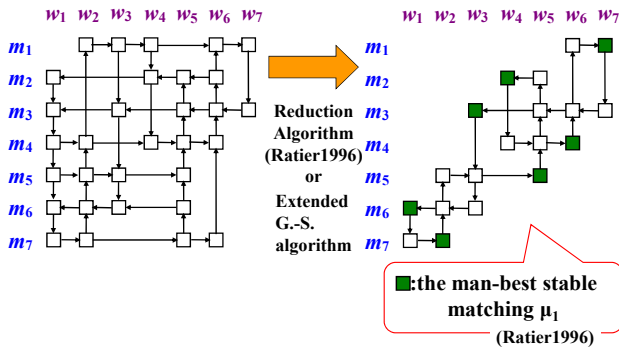


女性最良点



寄り道 本質部分のみのグラフ

Both have the same set of stable matching



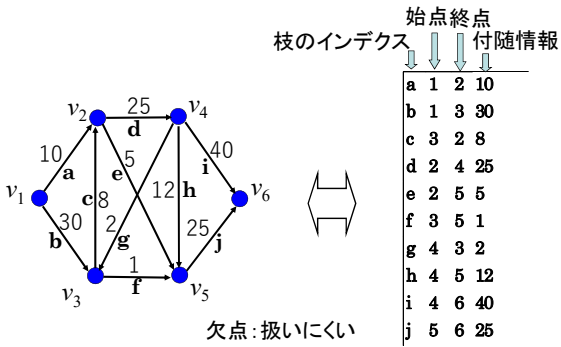
豆知識 グラフ, ネットワークの表現

表現方法	利点	欠点
描画表現	目での理解容易	計算機不向き 情報伝達曖昧
数値表現	計算機向き 情報伝達確実	目での認識不向き

- ネットワークのデータ
- 隣接行列での表現
- 接続行列での表現
- リスト表現

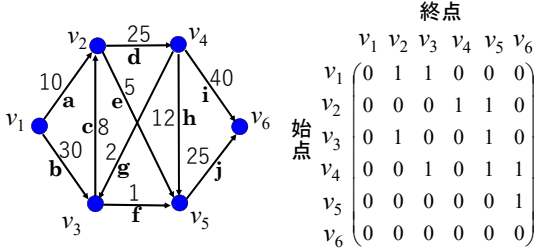


ネットワークのデータ



隣接行列での表現

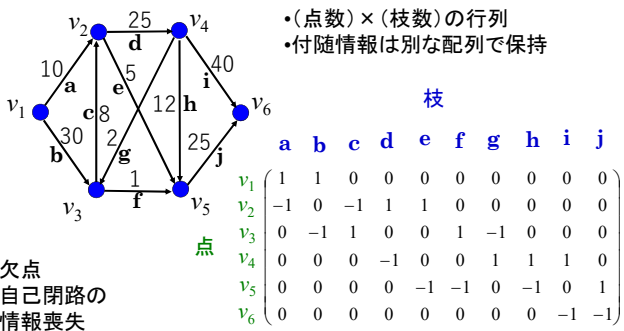
- (点数) × (点数)の行列
- 付随情報は別な配列で保持



欠点 並列枝の情報喪失

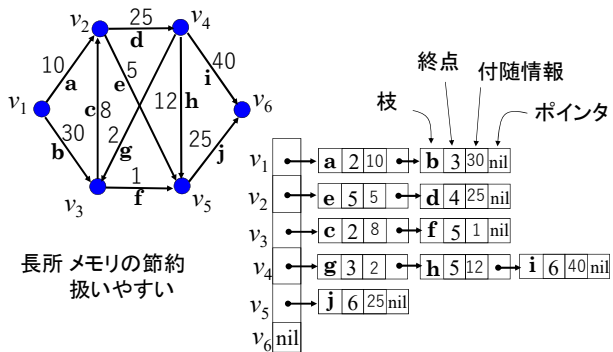
接続行列での表現

- (点数) × (枝数)の行列
- 付随情報は別な配列で保持



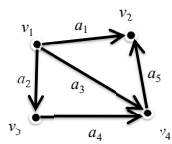
欠点 自己閉路の情報喪失

リスト表現



まとめ: ネットワークの主な数値表現

用途により表現を使い分ける



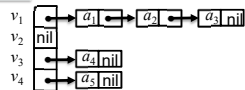
隣接行列

$$\begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

接続行列

$$\begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

リスト表現

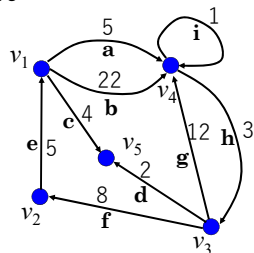


演習9

右のグラフを以下の方法で表現せよ。

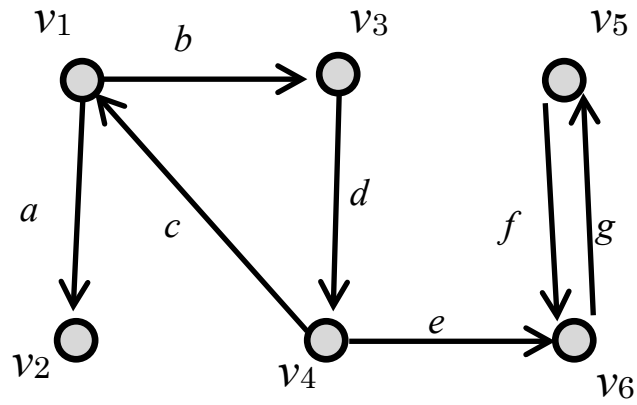
- (1) 隣接行列
- (2) 接続行列
- (3) リスト表現

なお、各表現において不都合が生じる場合は、それがどのような状況でおきるのか考察せよ。



演習 10

次の有向グラフに関して以下の問いに答えよ.



- (1) 接続行列とリスト表現の 2 種類での表現を示せ.
- (2) 強連結成分分解を施し, その結果を Hasse 図で表現せよ.
- (3) 点 v_1 を始点とし奥優先探索を実施した場合の探索木と後順を図で示せ.

演習 11

4つの病院に4人の研修医を一人ずつ配属する. 各病院の研修医に対する選好順序と, 各研修医の行きたい病院に関する選好順序を調査した結果が以下の表3である. 次の3つの問いに答えよ.

[2-1]病院優位な安定マッチングを求めよ.

[2-2]病院優位でもなく研修医優位でもない安定マッチングを一つ示し, さらにそれが安定マッチングである根拠を説明せよ.

表3：希望調査の結果

病院から各研修医に対する選好順序					研修医から各病院に対する選好順序				
	1番	2番	3番	4番		1番	2番	3番	4番
病院①	b	c	a	d	研修医 a	①	②	④	③
病院②	b	a	c	d	研修医 b	③	④	②	①
病院③	d	c	b	a	研修医 c	②	④	①	③
病院④	a	b	d	c	研修医 d	④	③	②	①