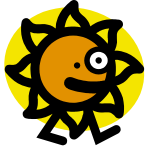


2018 年度
最適化モデル分析
小テスト(第 2 回目)

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが、どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には、解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

ある会社では、2種類の漢方(粉)薬 P, Q のみを製造し販売している。どちらも人気で、製造分はすべて売れる。以下の情報を基に、次の問いに答えよ。

- 漢方薬 P, Q とともに外部からリースした機械 A, B の両方を用いて製造する。
 - リース契約の要件とし、機械 A は週あたり 45 時間以内、機械 B は週あたり 40 時間以内で稼働可能である。その制限時間を越える場合は別途相談(要費用)のこと。
 - 漢方薬 P の製造には、1kg あたり機械 A を 3 時間、機械 B を 1 時間の使用を要する。漢方薬 Q の製造には、1kg あたり機械 A を 1 時間、機械 B を 2 時間の使用を要する。
 - 現在の売値は、漢方薬 P が 1kg あたり 6 万円、漢方薬 Q が 1kg あたり 5 万円である。
- (1) この会社の売上総額を最大にしたい。漢方薬 P の週あたりの製造量を x_1 (kg)、漢方薬 Q の週あたりの製造量を x_2 (kg) と変数を定め、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 表 1 は小問(1)の問題をある人がシンプレクス法で解いたメモである。このメモが導出されるシンプレクス法の(基底に対する逆行列導出部分も含む)過程をすべて記述せよ。

表 1: ある人のシンプレクス表のメモ

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項	増加限界
x_1	0	1	0	2/5	-1/5	10	2/5 -1/5 0
x_2	0	0	1	-1/5	3/5	15	-1/5 3/5 0
z	1	0	0	7/5	9/5	135	7/5 9/5 1

- (3) 表 1 を参考にし、漢方薬 P, Q の最適な製造量とそのときの売上総額を答えよ。
- (4) 機械 A の稼働時間が週 45 時間までのままで変えず、機械 B の稼働可能時間のみが週 40 時間から 1 時間増えた場合、売上総額はいくら増えるか。
- (5) 小問(4)で求めた売上高の増える割合が有効な使用可能時間増減の範囲を示せ。
- (6) 機械 B のリース契約(週 40 時間に制限)は変更できず、機械 A に関しては追加料金を払うことで稼働時間を延長できそうである。機械 A の稼働時間を 1 時間延長し増産を図りたいが、売上総額を増やす範囲で追加料金として払える時間当たりの限度額はいくらか。
- (7) 漢方薬 P, Q に加え、漢方薬 R の生産を企画している。漢方薬 R の生産には、1kg あたり機械 A を 2 時間、機械 B を 3 時間の使用を要する。漢方薬 R の売値は 1kg あたり 8 万円を想定している。漢方薬 R 生産による売上総額の増減を判断せよ。
- (8) 漢方薬 Q の需要が高まり、売値を 1kg あたり 10 万円に変更できそうだ。小問(3)で求めた最適な生産計画を変更する必要があるか理由とともに判断せよ。変更する必要がある場合は、変更後の生産計画も提示せよ。
- (9) 小問(1)で定式化した線形計画問題のラグランジュ緩和問題をラグランジュ変数として y_1, y_2 を用いて記述せよ。
- (10) 小問(1)で定式化した線形計画問題の双対問題を双対変数として y_1, y_2 を用いて記述せよ。
- (11) 双対問題の最適解と最適値を答えよ。

- (12) 小問(10)で定式化した双対問題で用いた変数の単位を示せ。
- (13) ここでの問題設定の下での双対問題の適切な解釈を記述せよ。
- (14) 小問(1)で示した主問題の実行可能解 (x_1, x_2) と小問(10)で示した双対問題の実行可能解 (y_1, y_2) が得られている。これらが最適解であるための相補性条件を示せ。



問題 2

以下の問いに答えよ。

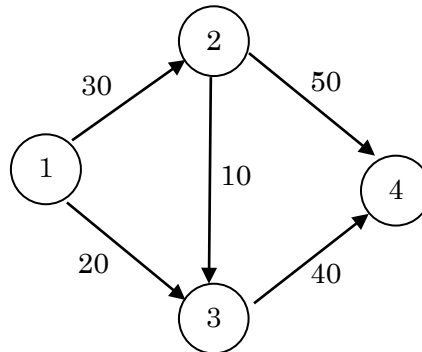
【A】

- (1) つぎの線形計画問題を 2 段階シンプレクス法で解け。※導出過程も示すこと。

$$\begin{aligned} \max. \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

【B】

- (2) 以下のネットワークで各枝に付してある数値は距離(km)を示している。点 1 から点 4 までの最短路を求めたい。この最短路問題を 0-1 整数計画問題(IP)として定式化せよ。



- (3) 小問(2)にて記述した 0-1 整数計画問題 (IP) での各変数の整数条件を非負制約に置き換える緩和問題を問題(P)と呼ぶことにする。問題 (IP) から問題 (P) の作り方はなんと呼ばれるか。
- (4) 小問(3)にて導出した問題(P)の双対問題(D)を記述せよ。
- (5) 小問(4)にて記述した双対問題(D)の最適解をベルマン=フォード法で求めたい。ベルマン方程式を記述し、その最適解を示せ。
- (6) 小問(5)にて導出した双対問題(D)の最適解から整数計画問題(IP)の最適解を導出せよ。

(計算用紙) 以下余白