

2023 年度
最適化モデル分析
小テスト(2 回目)

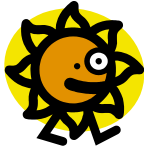
教室受験の解答上の注意

- ✚ 解答用紙は 4 枚綴りになっている。解答に適した解答用紙を選び、どの問題の解答かを必ず明示し記述のこと。
- ✚ 必要に応じて解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述すること。
- ✚ 解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。

問題 1 の配点で 100 点です。

問題 2 はエクストラ追加問題です。解答すると追加点数が加えられます。問題 1 を早く終えた場合はチャレンジしてみてください。





問題 1

ある会社では 3 種類の液体原料（原料 A, B, C）から 2 種類の粉末製品（製品 P, Q）を製造し販売を計画している。今までのデータによると、これらの製造にかかる原料と売値のデータは表 1 のとおりである。

表 1：製品製造にかかる原料と売値に関するデータ

	粉末製品 P	粉末製品 Q	貯蔵量
原料 A	3kl/t	2kl/t	120kl
原料 B	1kl/t	2kl/t	140kl
原料 C	2kl/t	5kl/t	100kl
売値	30 万円/t	10 万円/t	

なお、粉末製品 P, Q の製造に使用する原料 A は 120kl, 原料 B は 140kl, 原料 C は 100kl を貯蔵している。現状では原料 A, B, C の追加はできないので、貯蔵量の中で製品 P, Q を製造する必要がある。以下の問いに答えよ。

(1) 表 1 のデータから総売上が最大となる生産計画を策定したい。製品 P, Q の生産量を各々 $x_1(t)$, $x_2(t)$ と変数で表現し、線形計画問題として定式化せよ。

(2) 上記(1)で記述した線形計画問題をシンプレクス法で解いた時、シンプレクス表は次の通り適切にピボットを選択し掃き出し操作を 1 回行ったところ最適解を得た。この時に、ピボットとした部分を○で囲み、掃き出し操作が分かるよう導出過程を明示せよ。

基底変数	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	定数項
s_1	0	3	2	1	0	0	120
s_2	0	1	2	0	1	0	140
s_3	0	2	5	0	0	1	100
Z	1	-30	-10	0	0	0	0

記憶部

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

↓【ピボットを選択し、掃き出し操作を実施】

基底変数	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	定数項
x_1	0	1	2/3	1/3	0	0	40
s_2	0	0	4/3	-1/3	1	0	100
s_3	0	0	11/3	-2/3	0	1	20
Z	1	0	10	10	0	0	1200

記憶部

1/3	0	0	0
-1/3	1	0	0
-2/3	0	1	0
10	0	0	1

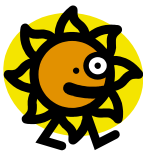
- (3) 総売上が最大となる生産計画(製品 P,Q の生産量)とその時の総売上が提示せよ。
- (4) 原料 B の限界価値は「0」である。なぜ原料 B には価値が生じないのかを問題設定に沿って説明せよ。
- (5) 原料 A の貯蔵量は 120kl であるが、ある企業から原料 A を購入しないかとの提案が届いた。総売上増加の観点から、原料 A の追加購入に伴う費用が 1 kl あたりいくらまでならこの提案を受諾する妥当性があるか、理由を添えその判断基準を示せ。
- (6) 小問(5)にて提示した判断基準が有効な原料 A の追加量の範囲を示せ。導出過程を記述すること。
- (7) 新製品として、1t 製造するのに原料 A を 4kl、原料 B を 6kl、原料 C を 8kl 使用し完成する製品 R を開発した。この製品 R は 1t あたり 35 万円の売値が期待される。各原料の貯蔵量に変わらない中で総売上増の観点から、この製品 R の製造を開始すべきかを理由を添え判断せよ。
- (8) 製品 P の需要が増加傾向で、現状の 1t あたりの売値 10 万円/t から 18 万円/t に上昇すると予想される。製品 P の販売環境には変化はない。この製品 Q の売値の変化予想に応じて小問(3)で求めた生産計画を変更する必要があるか理由を添え判断せよ。

(9) 小問(1)で示した線形計画問題のラグランジュ緩和問題を示せ。その際、ラグランジュ変数としては y_1, y_2, y_3 を使用せよ。導出過程を記述すること。

(10) 小問(1)で示した線形計画問題を主問題としたときの双対問題を示せ。その際、双対変数としては y_1, y_2, y_3 を使用せよ。導出過程を記述すること。

(11) 小問(10)で示した双対問題の最適解と最適値を示せ。

(12) 小問(10)で示した双対問題で使った双対変数の単位を示せ。また、主問題の設定に沿った双対変数と双対問題に対する適切な解釈を記述せよ。



問題 2 (エクストラ問題) ※追加の点数となります

次の線形計画問題の(1)最適解と最適値を 2 段階シンプレクス法にて求めよ。導出過程も記述すること。また、(2)実行可能領域を図示し、2段階シンプレクス法での導出の過程を図上に示せ。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && z = x_1 + 2x_2 \\ &\text{subject to} && x_1 - x_2 \geq 2 \\ & && 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ & && x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$