



# 最小費用日程計画

低コストで作業を短縮しよう

CPM

# 最小費用日程計画とは



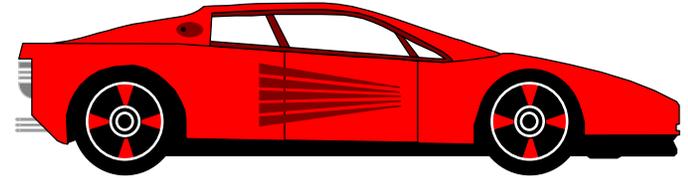
23日も工事がかかる？  
急いでるんだよ。  
17日位でやってくれよ。  
多少金がかかっても  
いいからさー。

気軽に言うなよ。  
無駄な金がかかったら  
文句言うくせに...



- ある一定期間でプロジェクトを完成するために、最も費用のかからない日程を求める

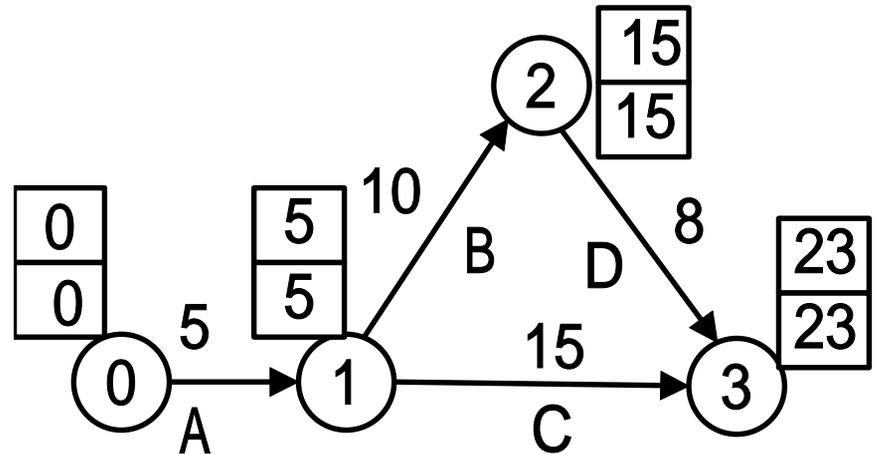
# 例題 2-1



右のようなプロジェクトがある。  
プロジェクト完了時刻の経済的な短縮方法を提案せよ。

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

短縮費用 = 0 の時  
プロジェクト完了時刻=23



# CPMとは

- CPM: Critical Path Method
- 1957-58年 Du Pont社が開発.  
PERTの全機能 + 費用と工期の調節機能

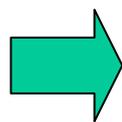
作業時間と費用に  
トレードオフの関係

プロジェクト完了時刻を  
経済的に短縮する手法



# プロジェクト完了時刻短縮時に 考慮すべき作業群

クリティカルパス上の  
作業時間を短縮する

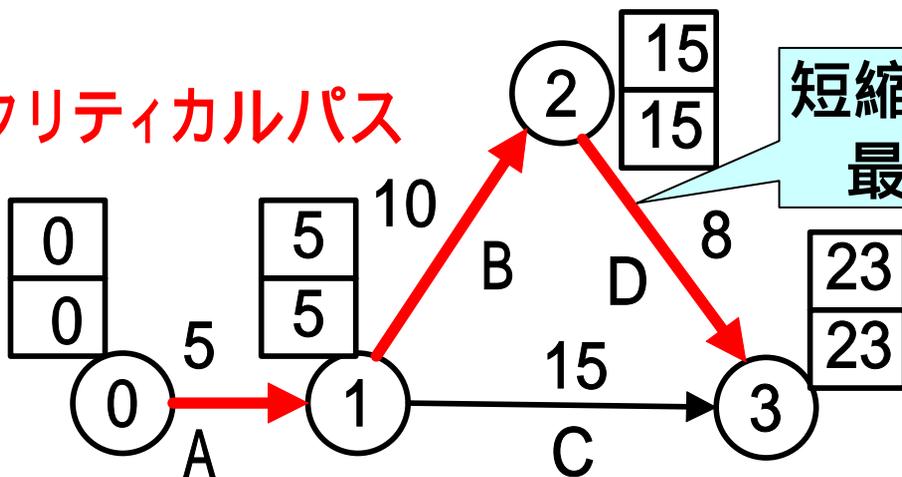


プロジェクト完了  
時刻短縮

どのくらい短縮  
できるの？

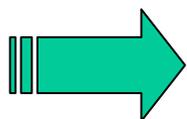
例

太矢印: クリティカルパス



短縮費用: 2百万円/日  
最大4日短縮可能

Q: 現在の状況から作業Dは何日短縮が可能？



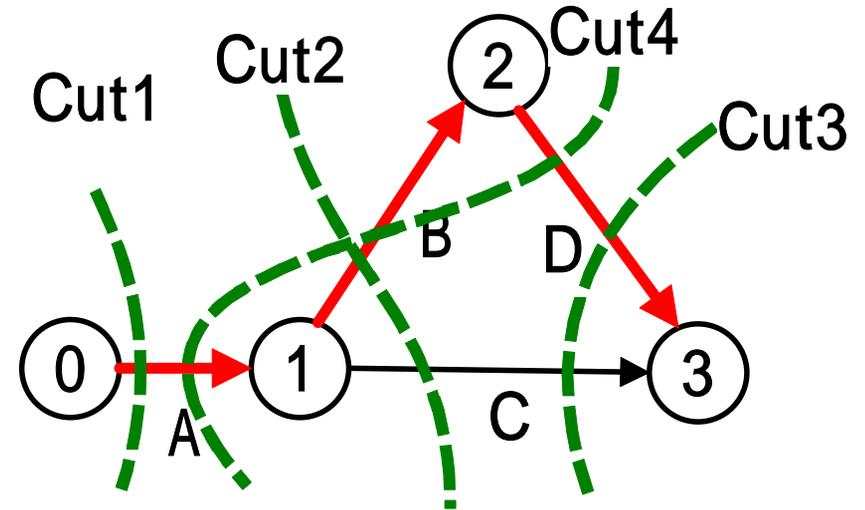
作業短縮時は周囲の作業の情報も考慮すべき

# カット

プロジェクト開始イベントと終了イベントを2分する線上の作業群

例

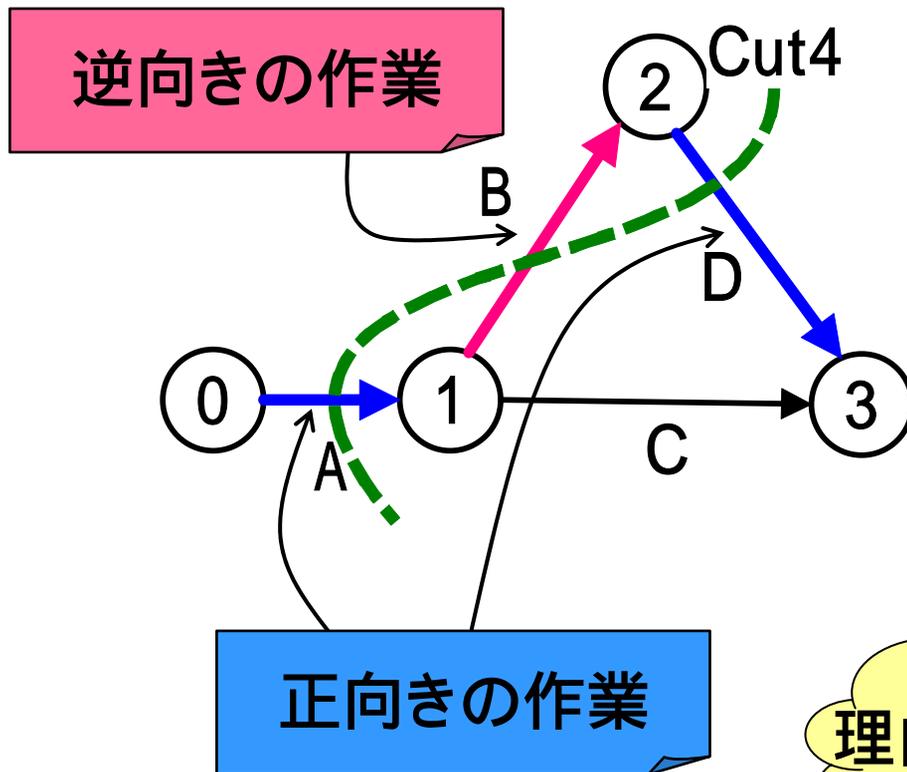
開始イベント側	終了イベント側	
0		cut1
0		cut2
0		cut3
0		cut4



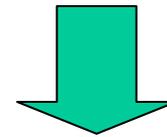
カットはプロジェクト完了時刻を短縮する時にまとめて考慮すべき作業群である。

# カットと作業の向き

例: cut4 上の作業の向き

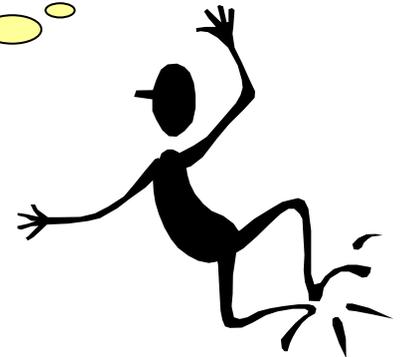


正の向き: カットの開始イベント側から終了イベント側へ



プロジェクト完了時刻短縮を考える際はカット上の作業を向きに応じて考える必要がある

理由は後ほど...

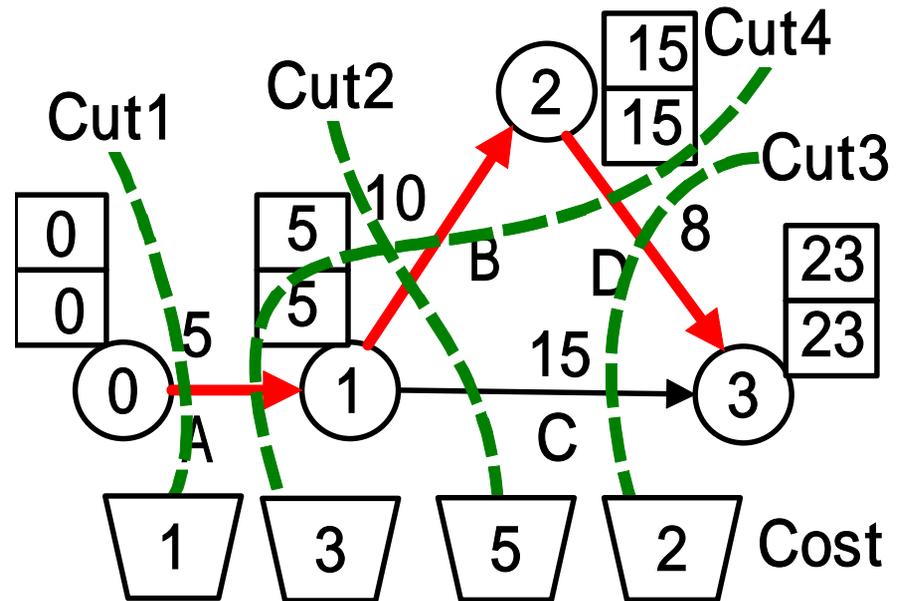


# カットの短縮費用

= (カットに含まれるクリティカルパス上の)  
正の向き作業の短縮費用の合計

— 既に短縮されたことのある逆向きの作業の短縮費用の合計

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

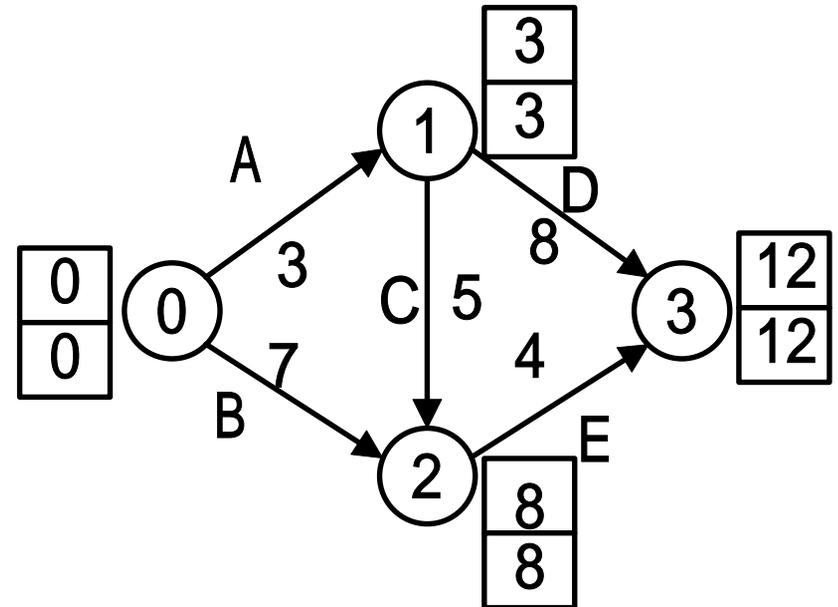


- Minimum Cut(最小カット): 短縮費用最小のCut

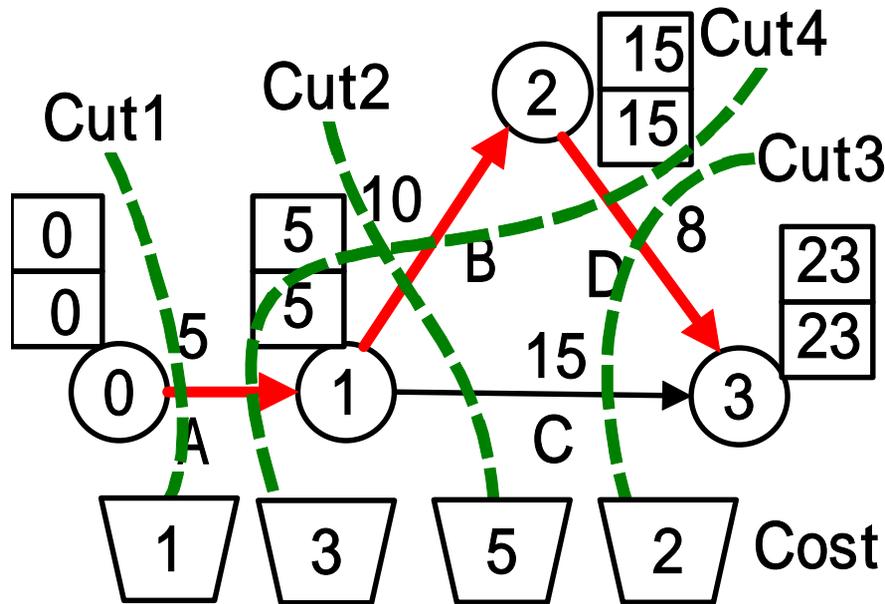
# 練習

- (1) すべてのカットを図示してみよう。
- (2) クリティカルパスを求めよう
- (3) 現在の状況で、すべてのカットに関する短縮費用を求めよう
- (4) 最小カットはどれ？
- (5) 最小カットかつクリティカルパス上の作業に投資することにより短縮できる最大日数は？

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)



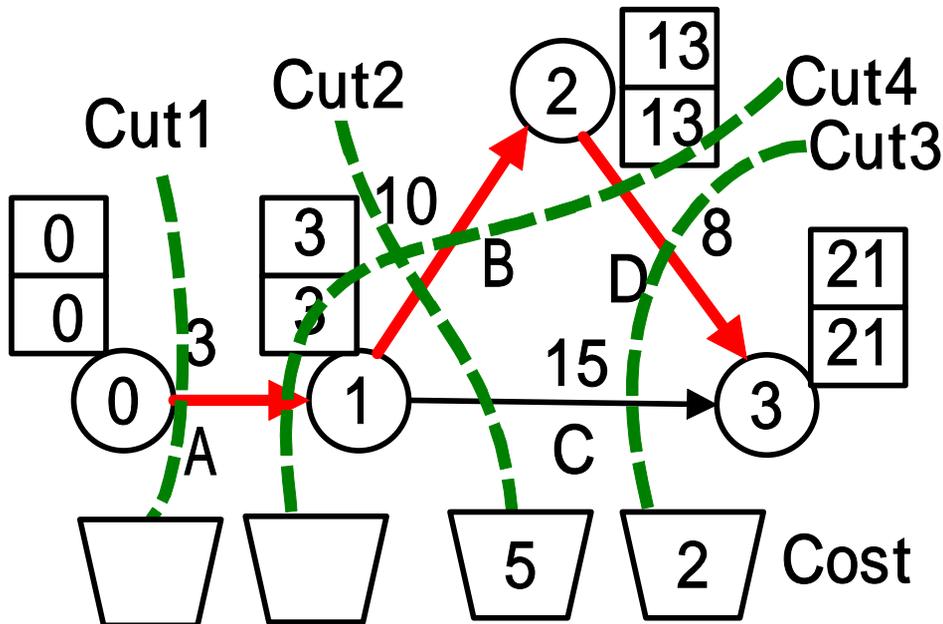
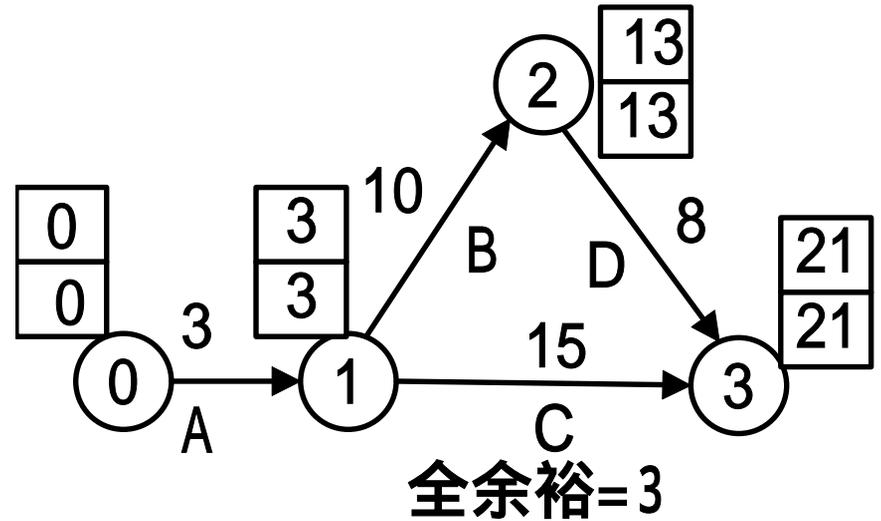
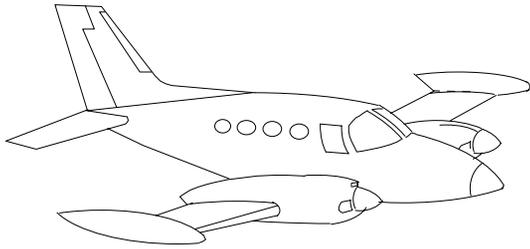
# 例題2-1 ( 続き ) CPMで解いてみよう



Minimum Cut はCut1  
作業Aを短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

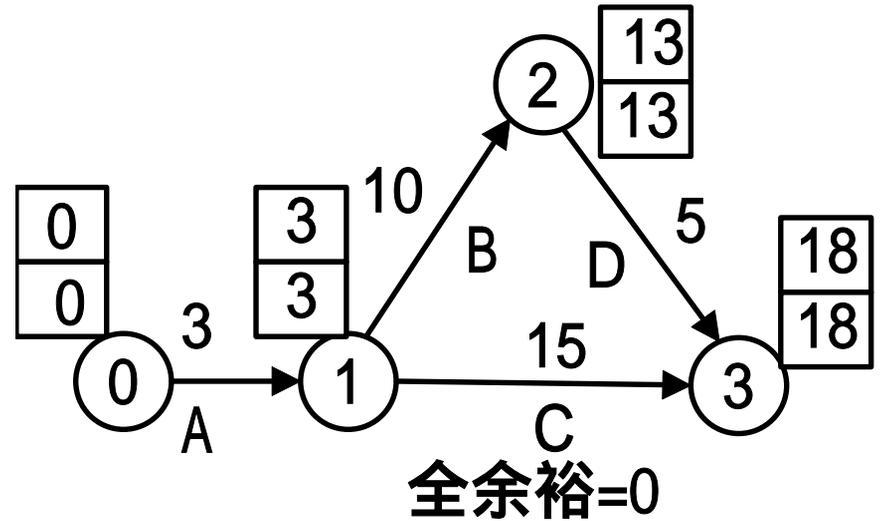
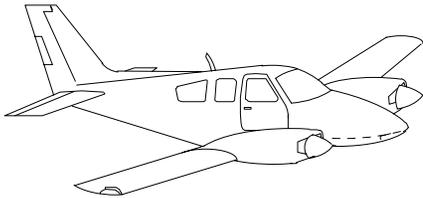
# 例題 2-1 (続き) 作業 A 短縮後



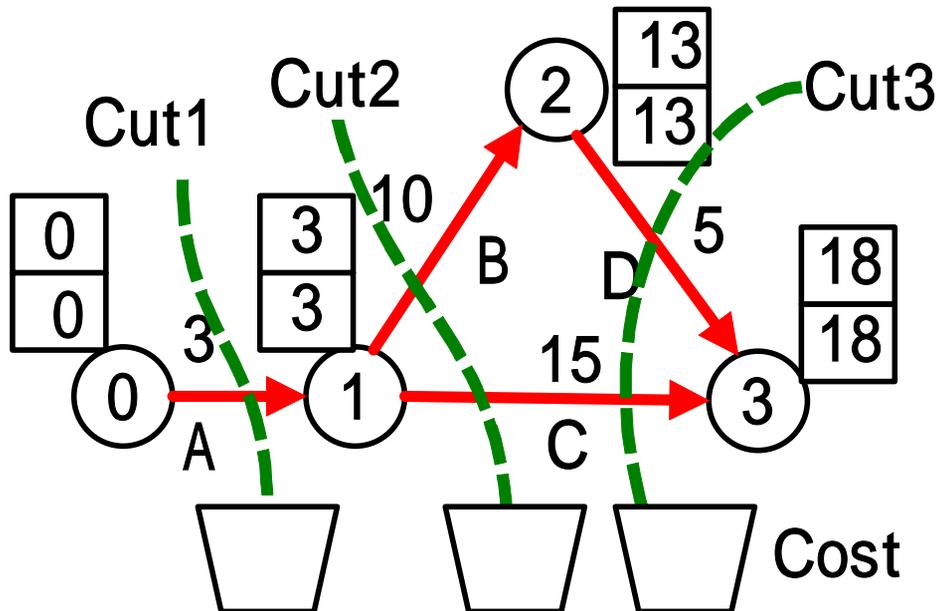
Minimum Cut は Cut 3  
作業 D を短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題 2-1 ( 続き ) 作業 D 短縮後



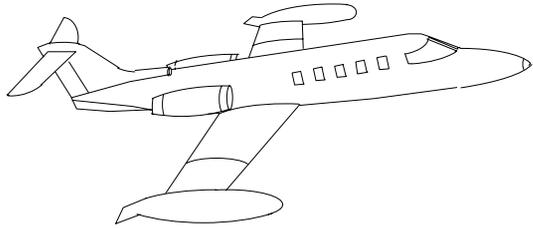
Cut4は省略



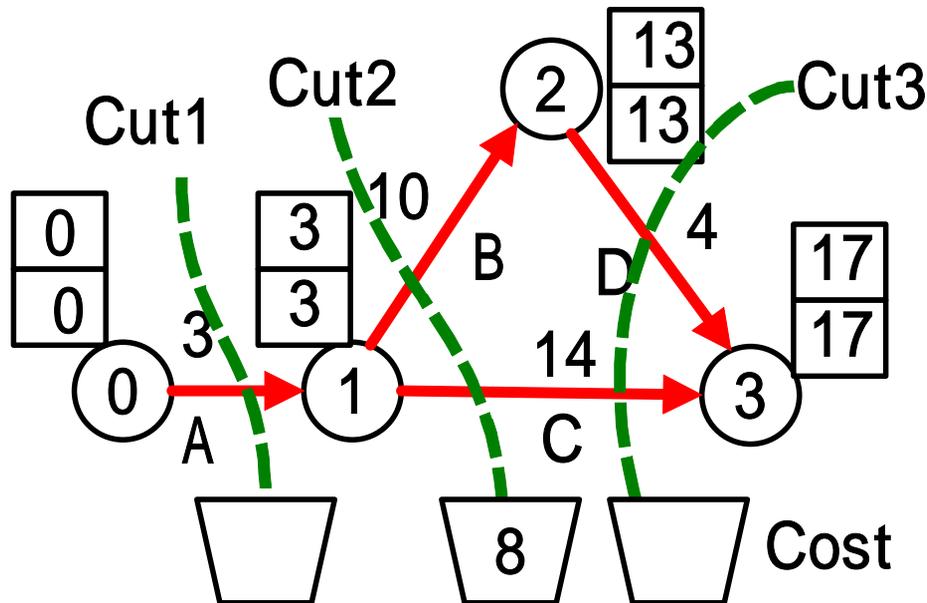
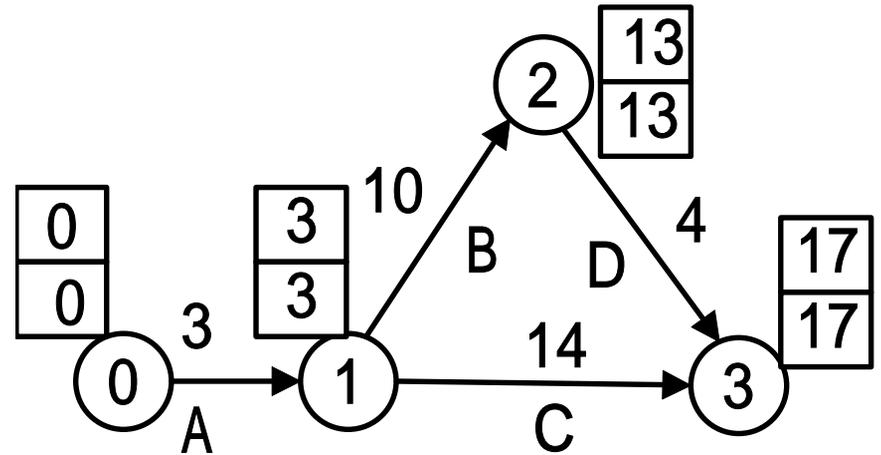
Minimum Cut はCut 3  
作業 C と D を同時に短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題 2-1 (続き) 作業 C・D 短縮後



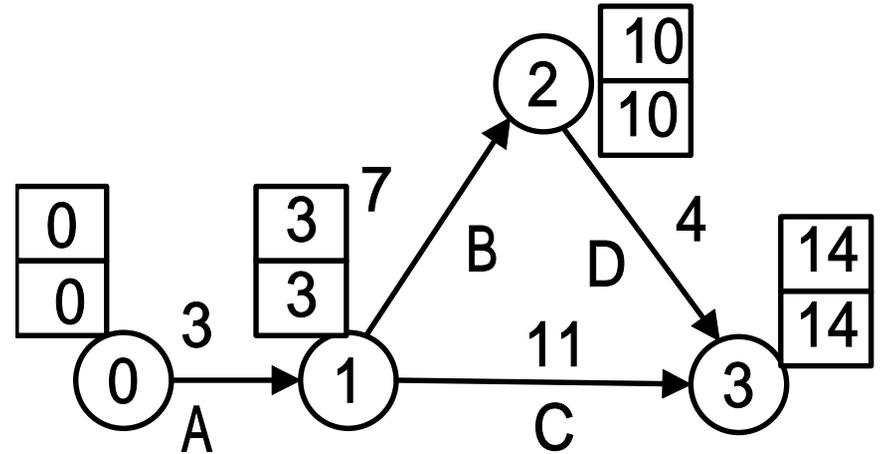
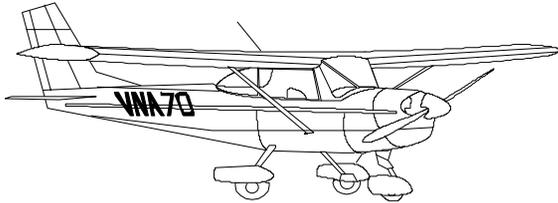
Cut4は省略



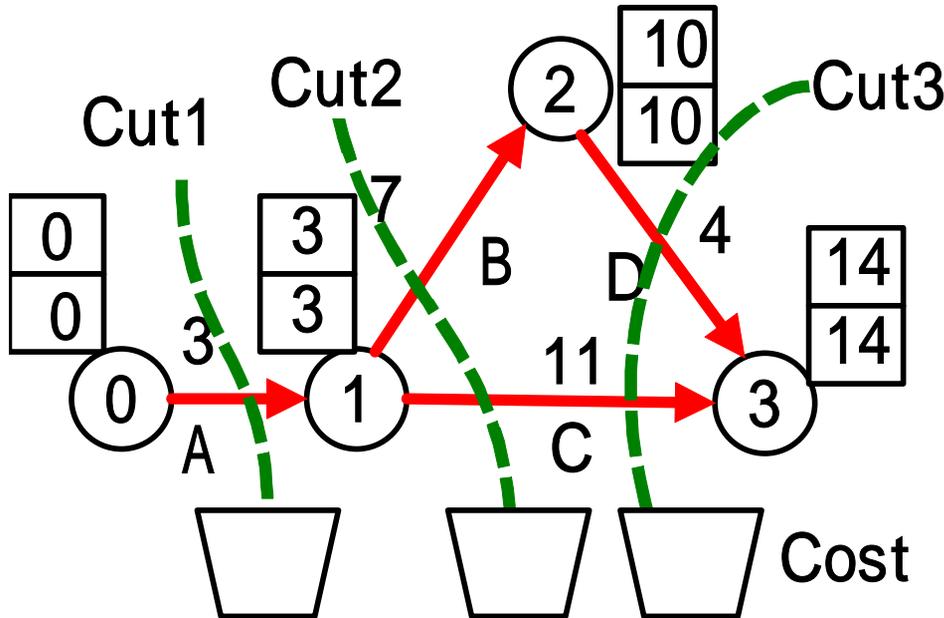
Minimum Cut はCut 2  
作業 B と C を同時に短縮

- 最大何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題 2-1 (続き) 作業 B・C 短縮後



Cut4は省略

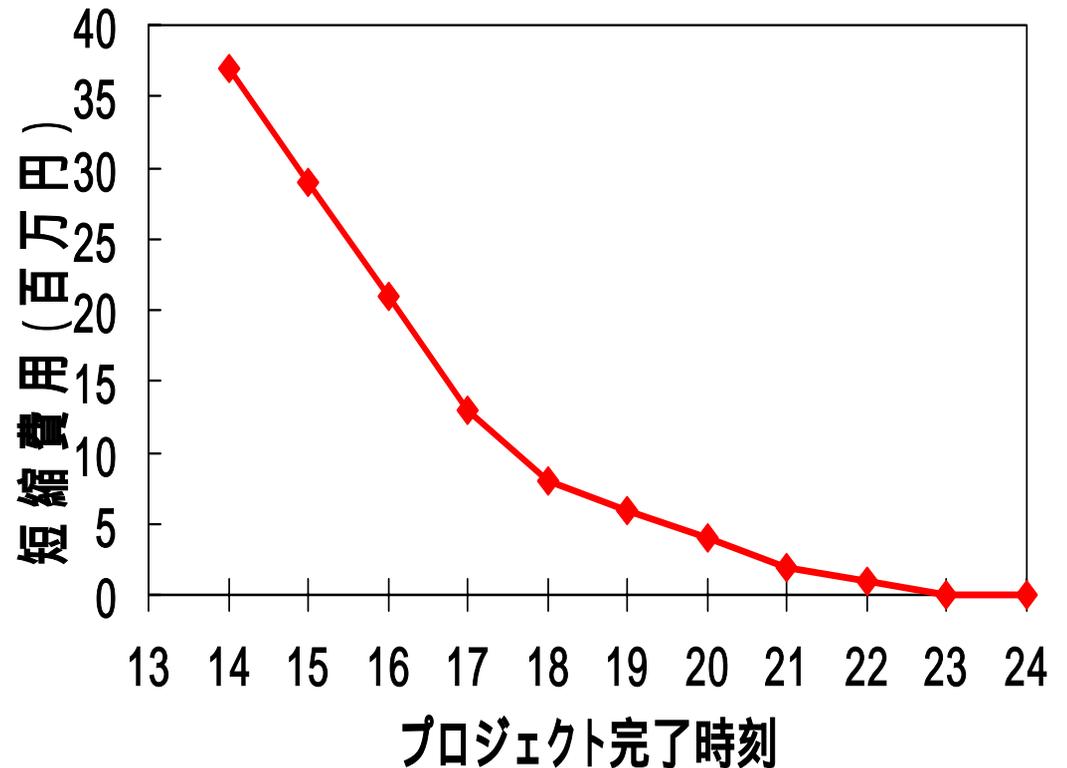


この後はどこを短縮しても効果はない。(なぜ?)

# 例題 2-1 ( 続き ) まとめると

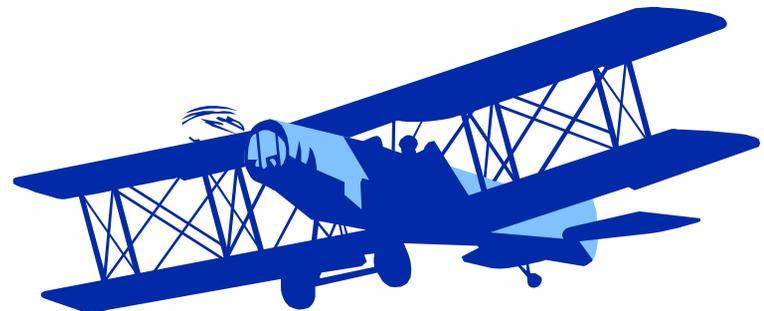
短縮日数	短縮作業	プロジェクト完了時刻	短縮費用(百万円/日)	短縮費用(百万円)
0		23	0	0
1	A	22	1	1
2	A	21	1	2
3	D	20	2	4
4	D	19	2	6
5	D	18	2	8
6	C,D	17	5	13
7	B,C	16	8	21
8	B,C	15	8	29
9	B,C	14	8	37
10	短縮不可能			

プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係



# CPMの概略

- 短縮可能な限り以下を繰り返す。
  - 各種時刻情報を算出する  
(クリティカル・パスの情報は特に重要)
  - Minimum Cutを見つける
  - Minimum Cutの作業に費用を投入し可能な限り作業日程の短縮を行う



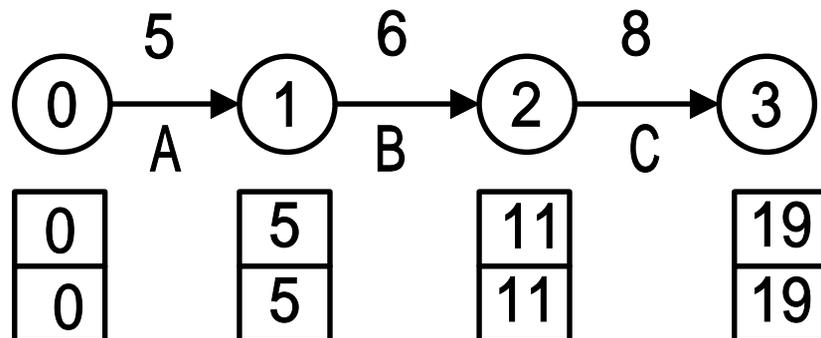
# 演習2-1

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	200(万円)
B	A	6	5	500(万円)
C	B	8	4	100(万円)



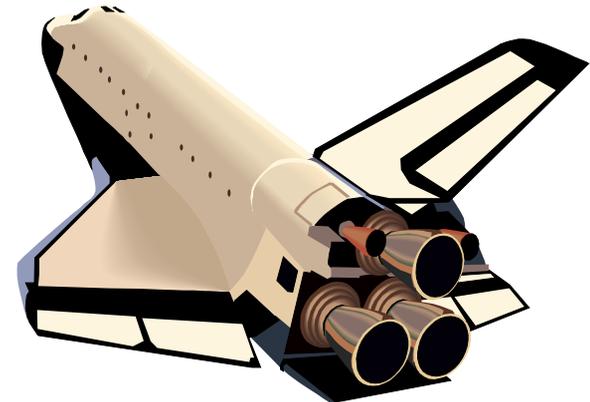
短縮費用 = 0 の時  
プロジェクト完了時刻 = 19



# 演習2-2

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	1
B	なし	6	3	2
C	A	3	2	4
D	B	8	5	1
E	C,D	2	1	4
F	C,D	6	3	3
G	E	8	5	3

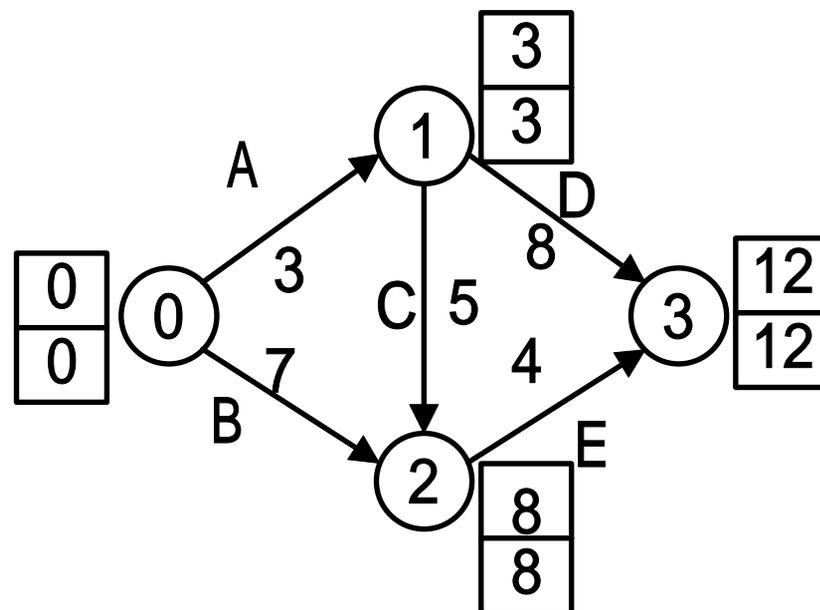


# 例題2-2 逆向き作業を含んだカット

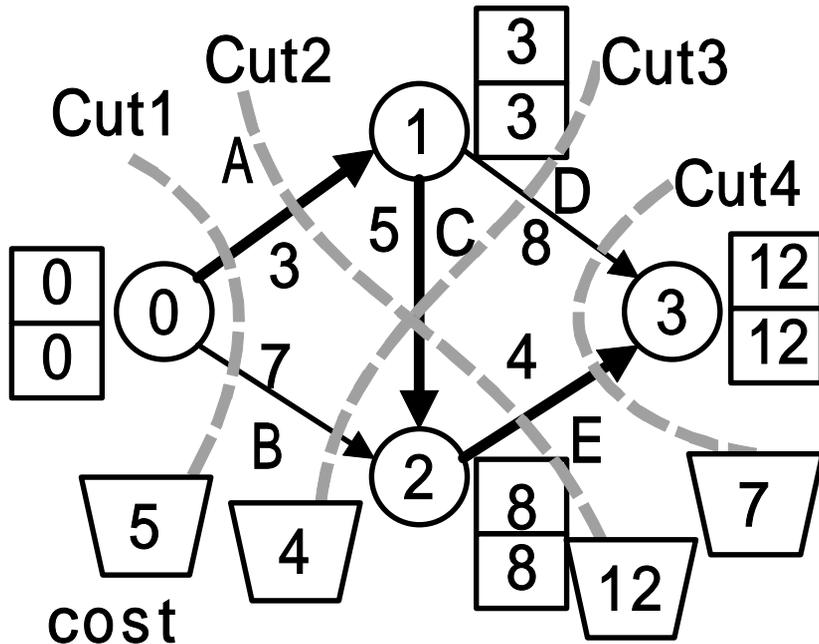
一度短縮を決めた作業を，延ばした場合がよい時もある．

- 以下のプロジェクトの，プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係を見てみよう．

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	4	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

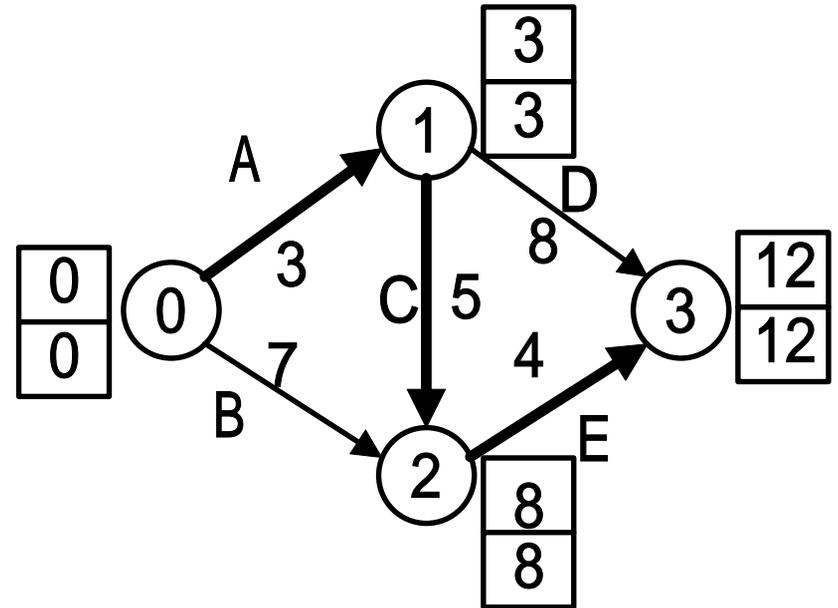


# 例題2-2 ( 続き ) カットを探す



cost

作業Bの全余裕: 1日  
 作業Dの全余裕: 1日

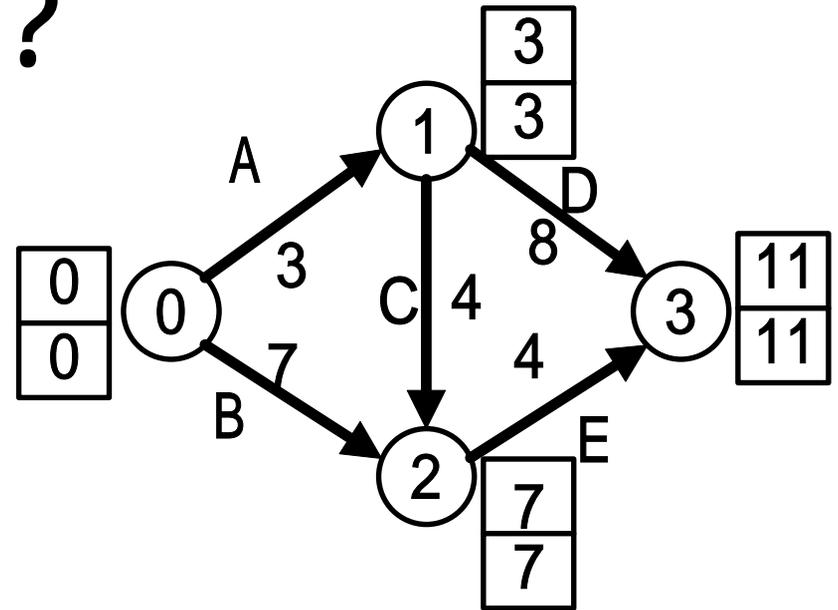
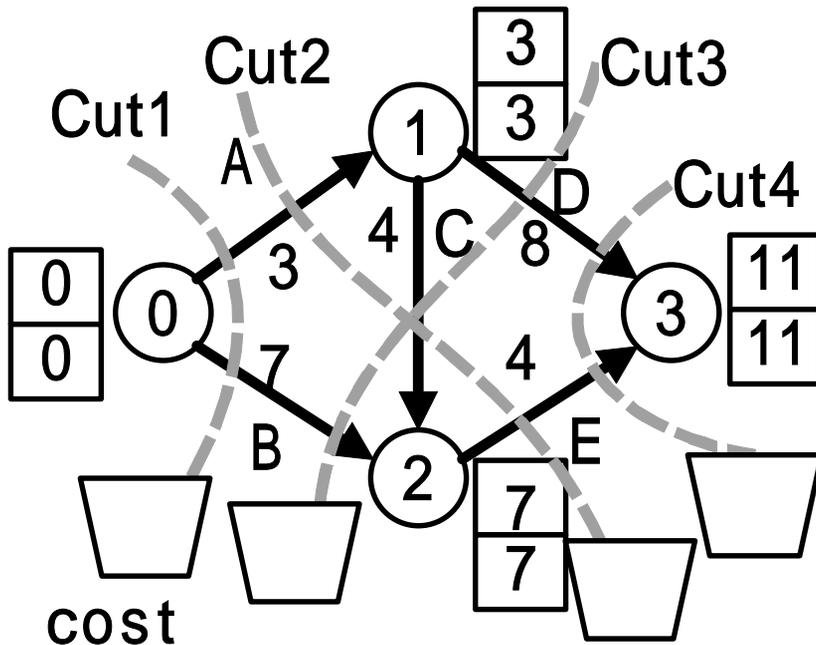


Minimum Cut はCut3  
 作業Cを短縮

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題2-2 ( 続き ) Minimum Cut は？

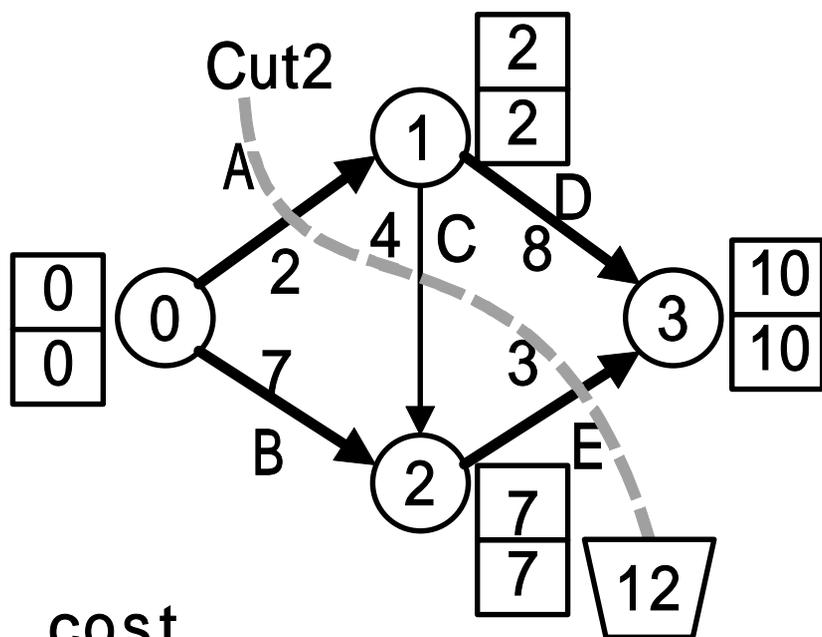
すべての作業がクリティカル



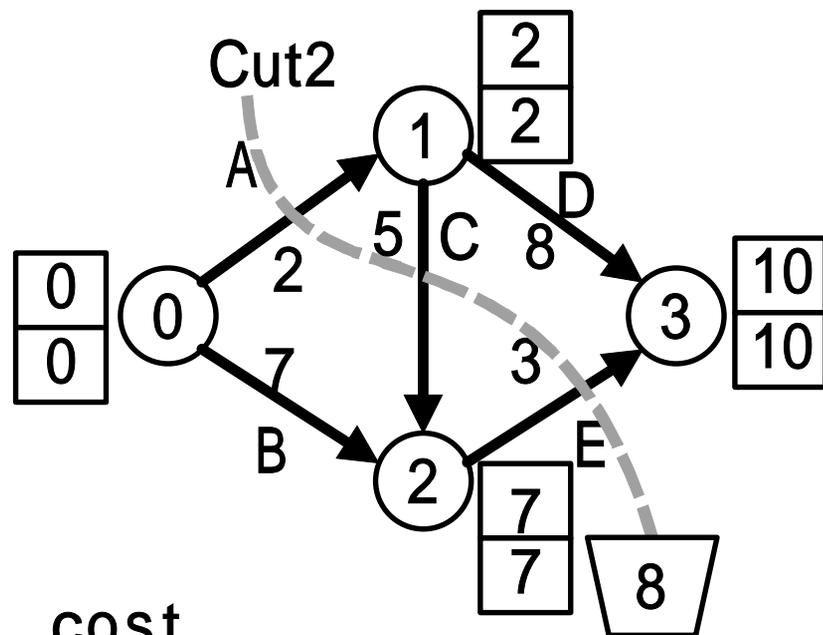
Minimum Cut は？

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題2-2(続き) 逆向きのクリティカルな作業がカットに含まれる場合



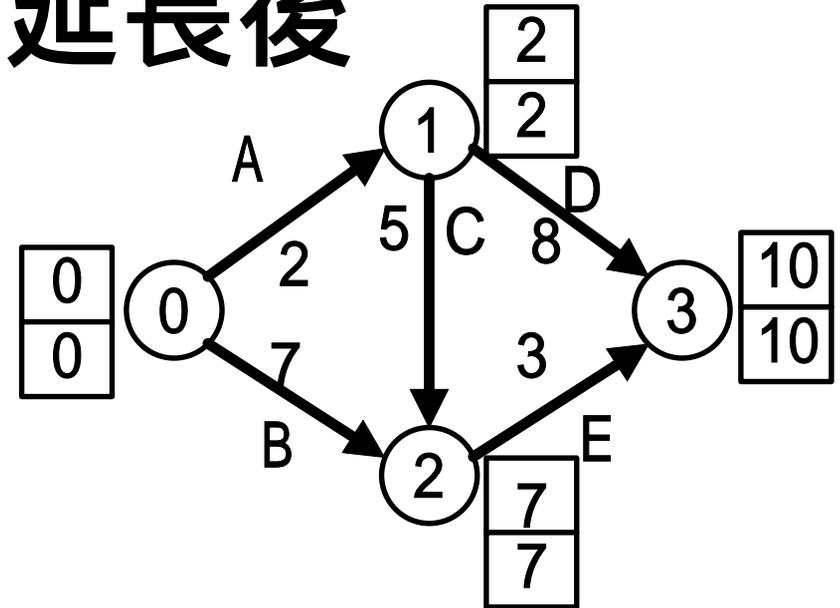
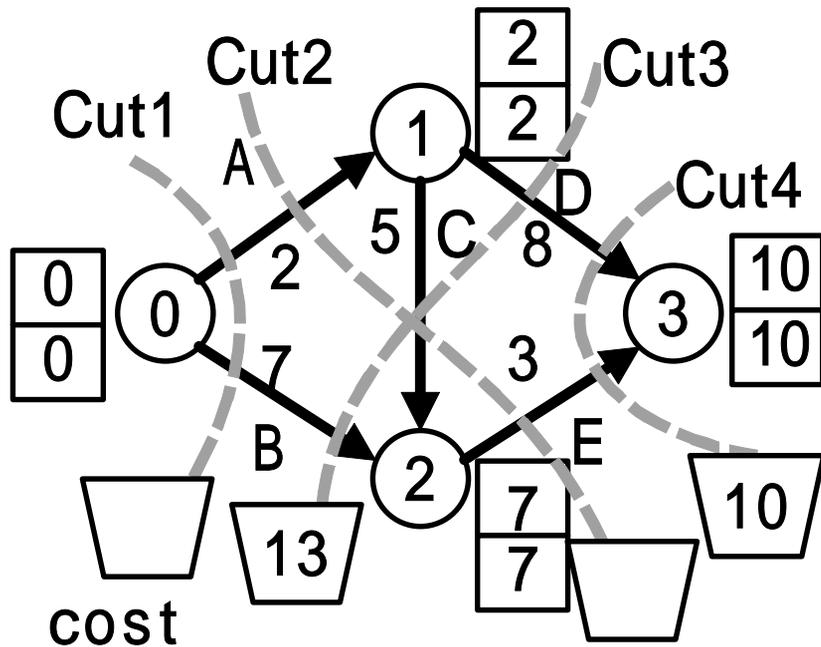
cost  
作業A, Eを1日短縮した場合



cost  
作業A, Eを1日短縮  
+ 作業Cを1日再延長した場合

逆向きの作業が過去に短縮された時は考慮する必要がある

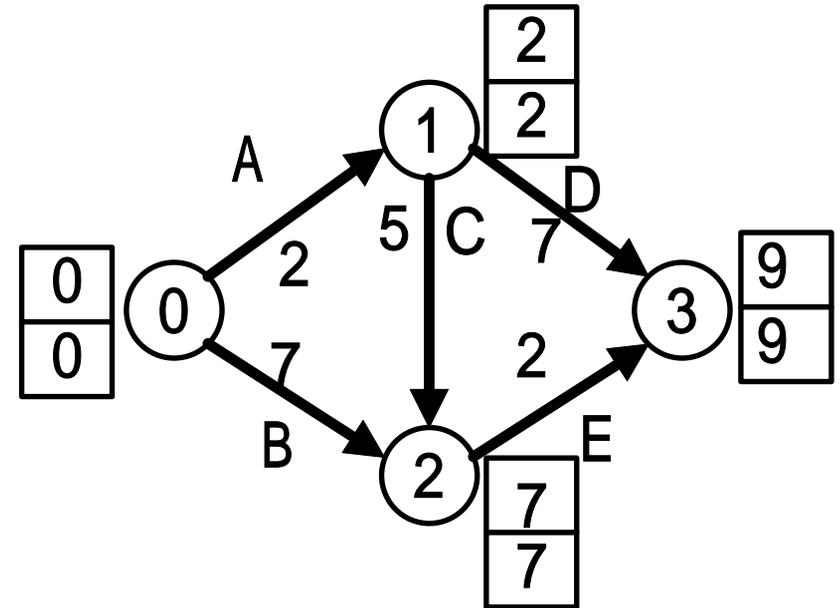
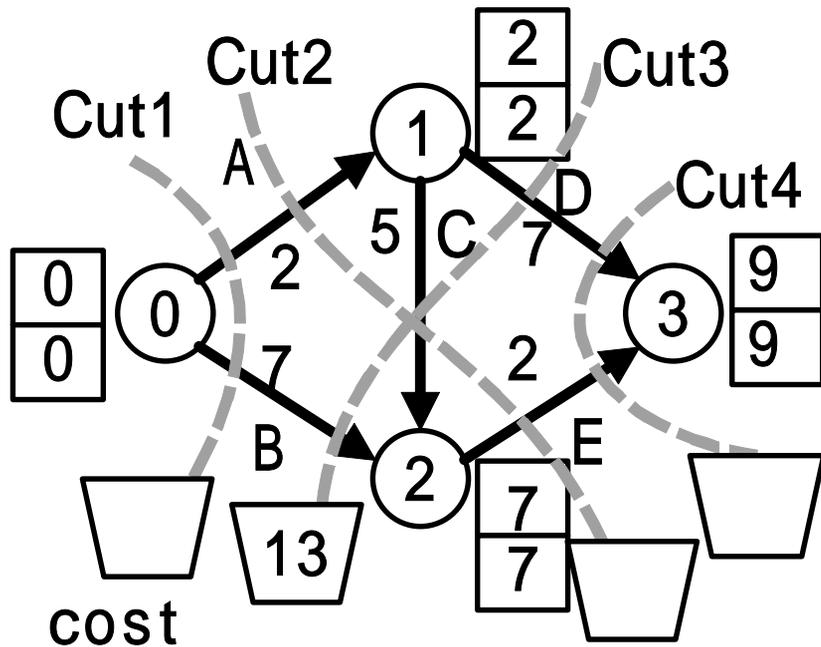
# 例題2-2 ( 続き ) 作業 A・E 短縮 + 作業 C 再延長後



Minimum Cut は Cut4

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

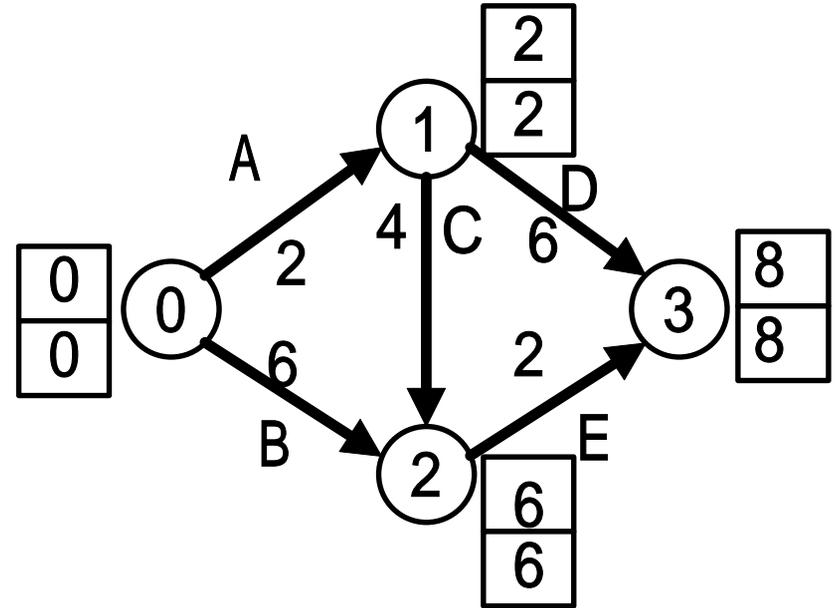
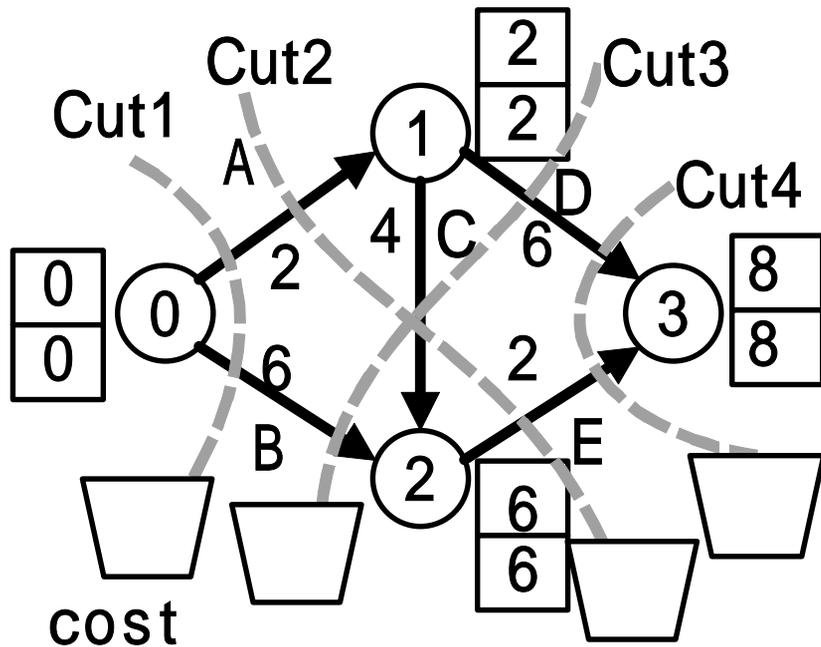
# 例題2-2 ( 続き ) 作業 D・E 短縮後



Minimum Cut は Cut 3

- 何日短縮できる？
- 短縮費用は？

# 例題2-2(続き) 作業B・C・D短縮後



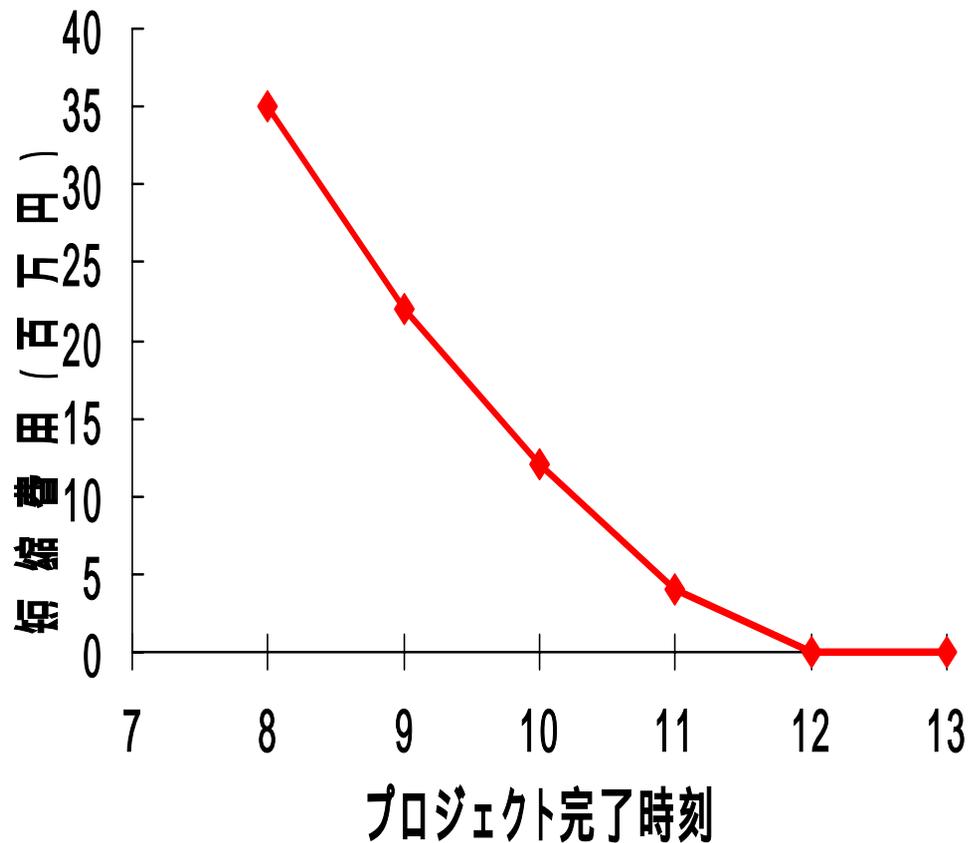
これ以上のプロジェクト  
完了時刻の短縮はできない

# 例題 2-2 ( 続き ) まとめ

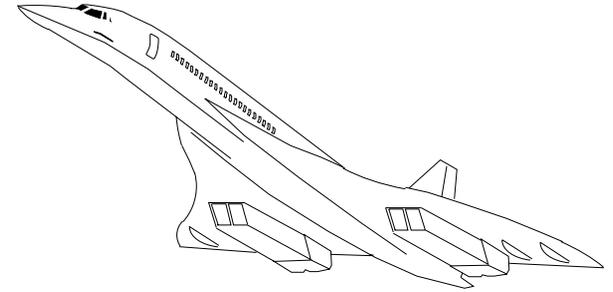
短縮日数	短縮作業	再延長作業	プロジェクト完了時刻	短縮費用(百万円)
0			12	0
1	C		11	4
2	A,E	C	10	12
3	D,E		9	22
4	B,C,D		8	35
5	短縮不可能			



プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係



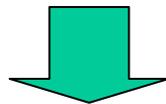
# まとめ



- CPMにより、最小費用日程計画を求めることができる。
- 逆向き作業を含むカットの扱いには注意する。

## 最小カットの求め方

図を見ながら最小カットを搜していく方法では、プロジェクトが複雑になった場合限界がある



「ネットワーク計画」の手法を用いて最小カットを見つけると効率がよい。

# 演習2-3

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	10	6	70
B	なし	13	10	50
C	A	9	6	20
D	A	6	5	90
E	D	9	7	30
F	B,C	8	6	30
				(万円)

