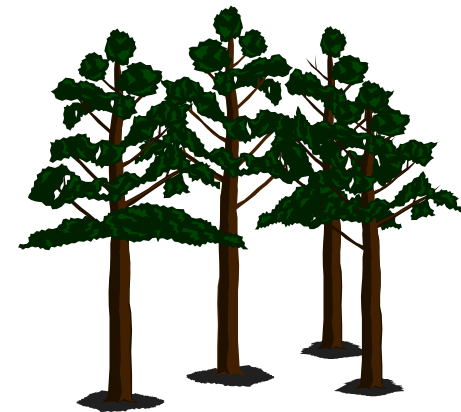




# Network programming I

Minimum spanning tree problem

最適に繋げる方法



# ネットワーク上に生じる様々な問題

- 安価なネットワークの構築 (**最小木問題**)
- 最短ルートの探索 (**最短路問題**)
- 物の効率的な流し方 (**フロー問題**)
  - なるべく多く流す (**最大流問題**)
  - 格安に流す (**最小費用流問題**)
- どこに倉庫を配置するか (**施設配置問題**)

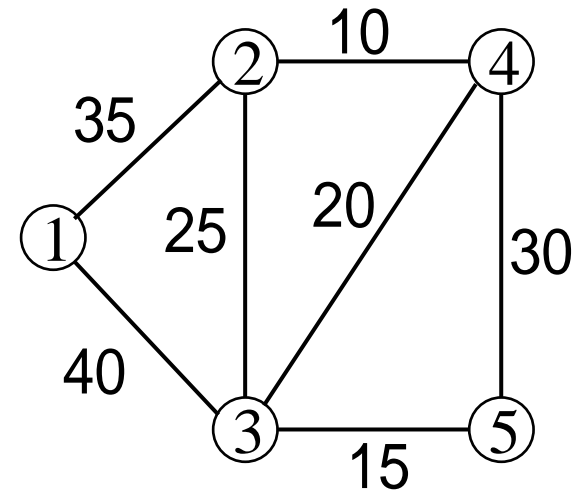
事例は数限りない

**システムのアプローチが有効！**

# 例題5-1 文教町のガス管配置

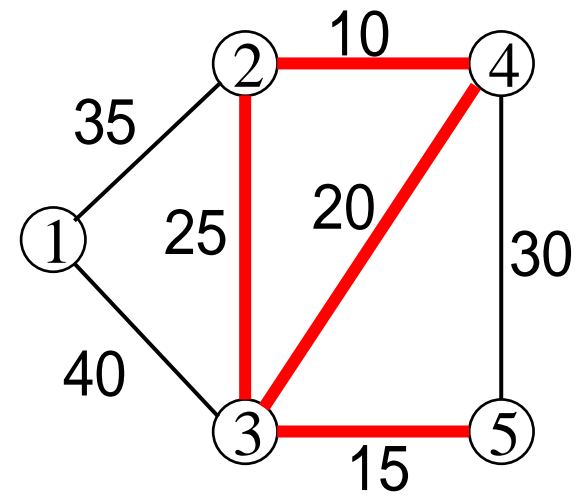
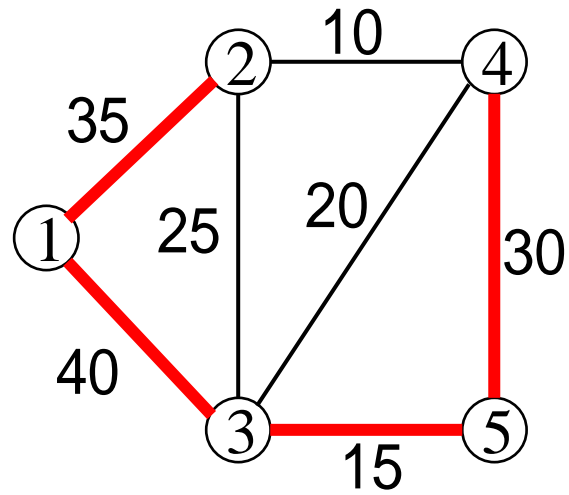
文教町の5件の家にガス管を引く。ガス管を設置できる路線は限られている。

経済的に5件の家へガスを供給するにはどのようにガス管を設置すれば良いだろう。



枝: 設置可能路線  
数字: 設置コスト

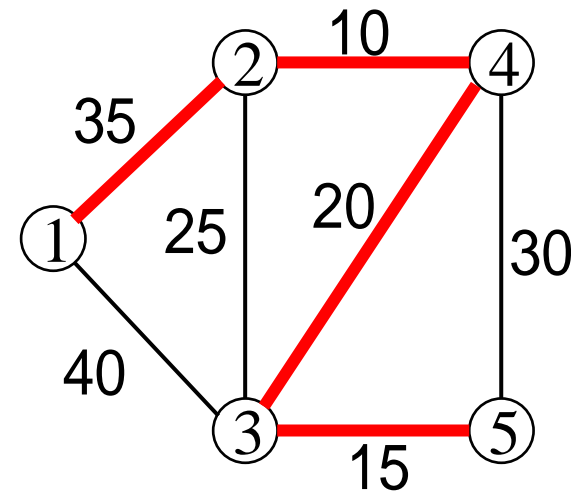
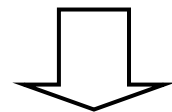
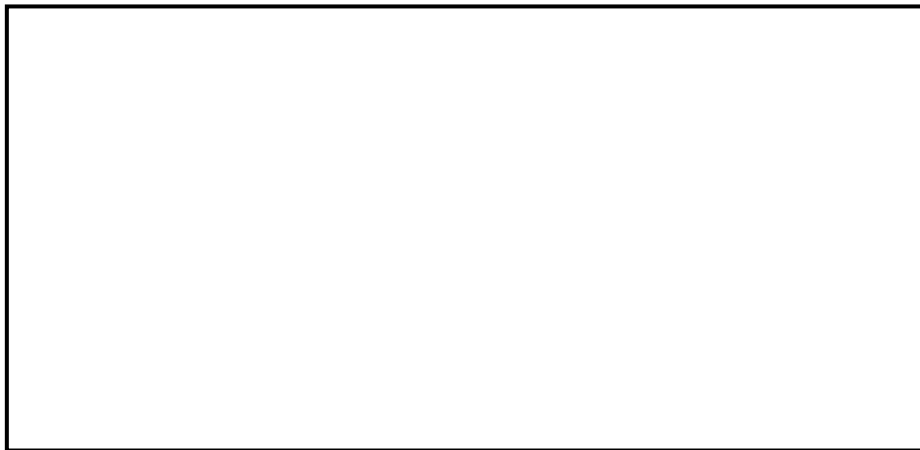
# 最適でない例



なぜ最適でないのか？

# 最適であるための条件

- 右のつなぎ方は最適である、なぜか？
- 最適なつなぎ方が満たす条件は？



最適なつなぎ方を見つけるにはどんな方策が考えられる？

# 最小木問題



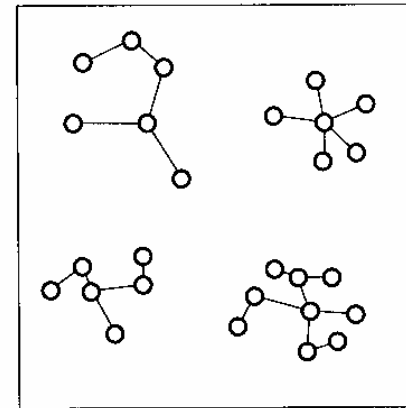
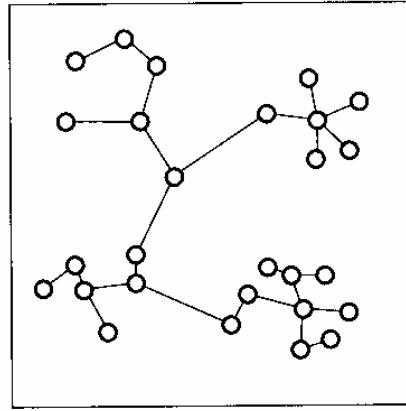
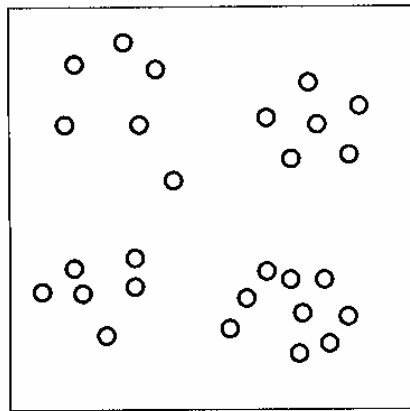
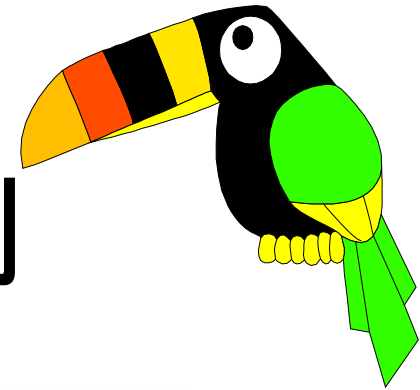
- 用語

- 全張木 (Spanning tree) : 全点を張る木
- 全張木の重み = 全張木の枝の重みの総和
- 最小木 (minimum spanning tree)  
: 重み最小の全張木

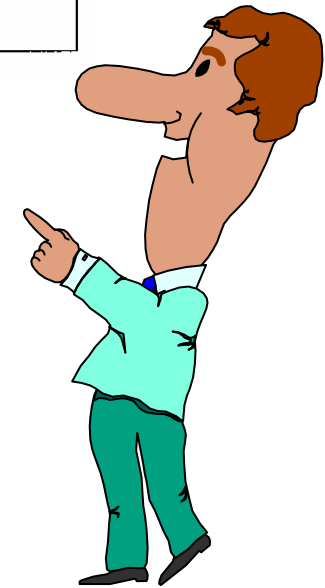
- 最小木問題

- 与えられたネットワーク上の最小木を見つける
- 多くの応用例がある (考えてみよう!)

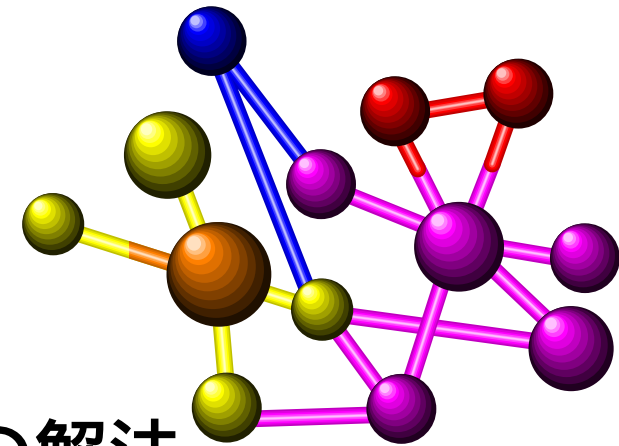
# 最小木問題の利用例



クラスター分析



# 最小木の求め方



- 現在までに提案されている主な解法
  - Kruskalの解法
  - Primの解法

どちらも簡単なルールの繰り返しで高速に最小木を求める

## Kruskalの解法

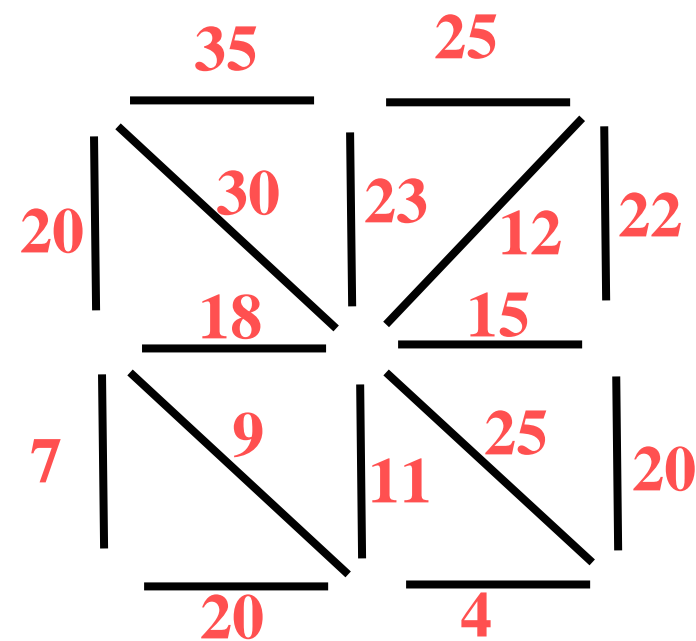
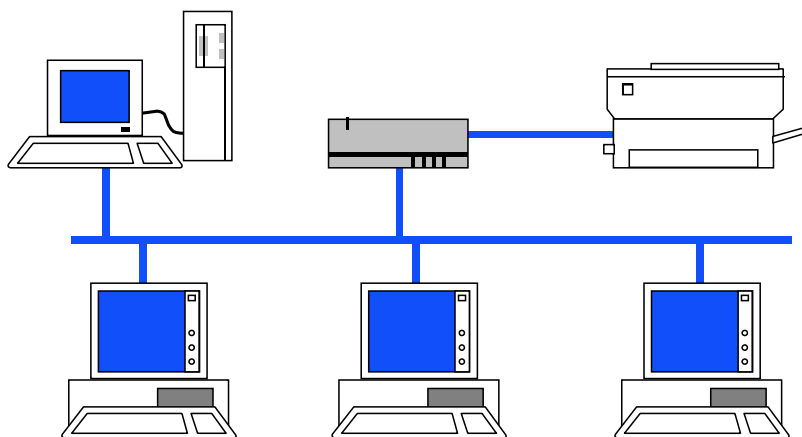
1.  $T = \emptyset$
2. 枝の重みの小さい順に以下の(\*)を行う.
  - (\*)  $T$ に枝を加えた時に,  $T$ に閉路ができなければその枝を $T$ に加える.

最終的に得られた $T$ が最小木



# 演習5-1 文教中LAN設置計画

文教中にLANを敷設することになった。コスト面から設置に用いるケーブル総延長を短くしたい。どこにLANケーブルを設置すれば良いか提案せよ。



点:部屋  
枝:設置可能路線  
数字:設置に必要なケーブル長

## 演習5-2 Arc additions and deletions

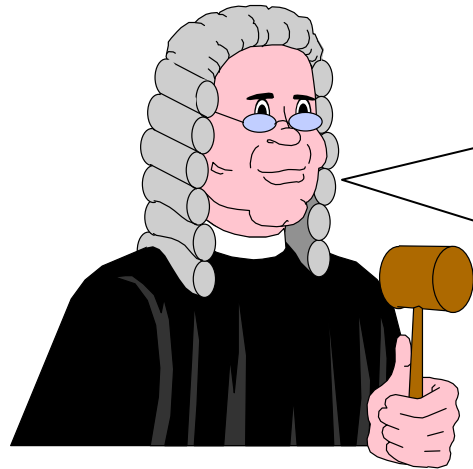
あるネットワーク上で最小木 $T^*$ が得られている。

- (1) ネットワーク上のある枝 $(i,j)$ が取り外された。  
新たに最初から最小木を再計算する方法以外に最小木を再構築する方法を提案せよ。
- (2) ネットワーク上に重み $c_{ij}$ を持つ枝 $(i,j)$ が付加された。  
上記同様, 最小木の再構築方法を提案せよ。

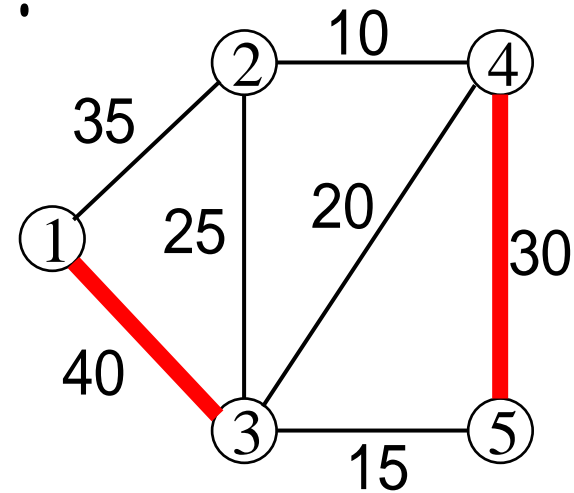
ヒント: 今まで有していた最小木 $T^*$ の情報を有効に活かそう

## 演習5-3 Spanning tree containing specific arcs

- あるネットワーク上に閉路を作っていない特別な枝が何本か指定されている。
- それらの枝をすべて含む最小木を求めたい。適切な解法を提案せよ。



例えば、右のネットワークで太い枝を含む最小木はどのように求められるかな？



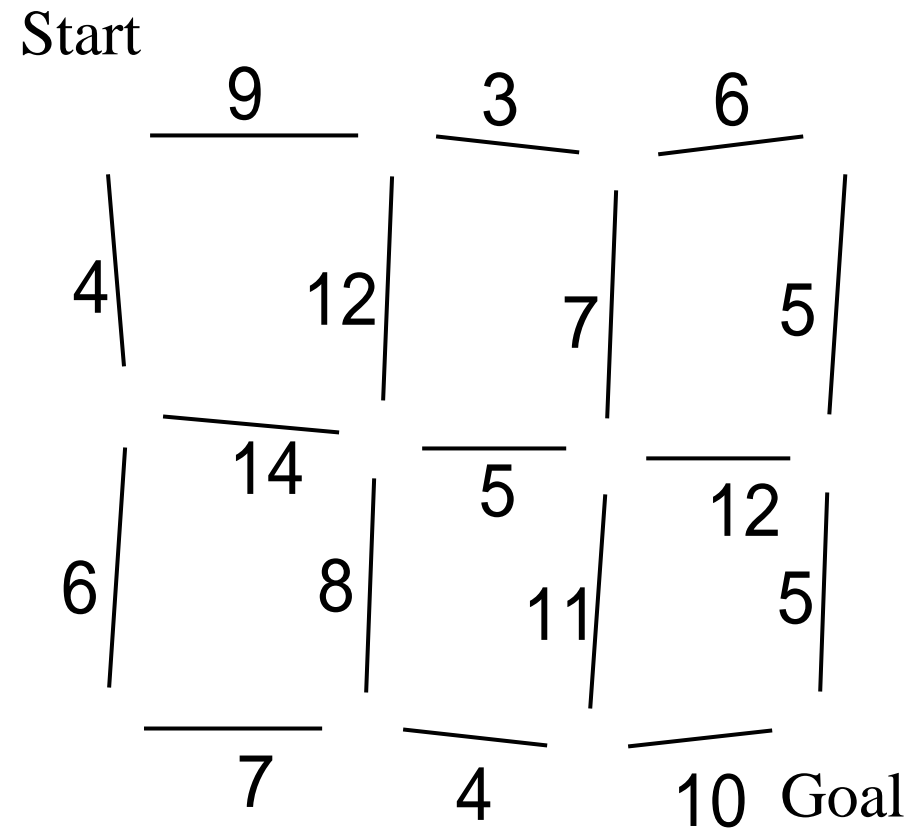
## 演習5-4 砂漠横断

右の図のようなオアシスが点在する砂漠を横断する。

オアシス間の最大距離が最短の道を使いたい。

どこを通っていく？

(Minimax path 問題)



点: オアシス, 枝: 道, 数字: 距離