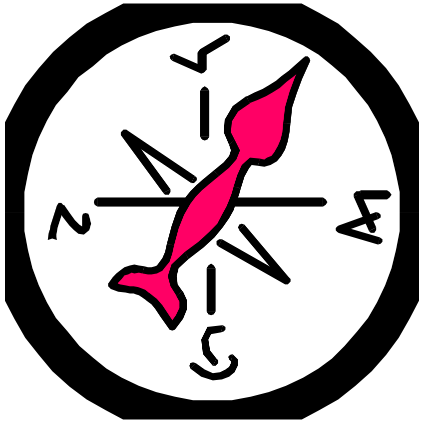
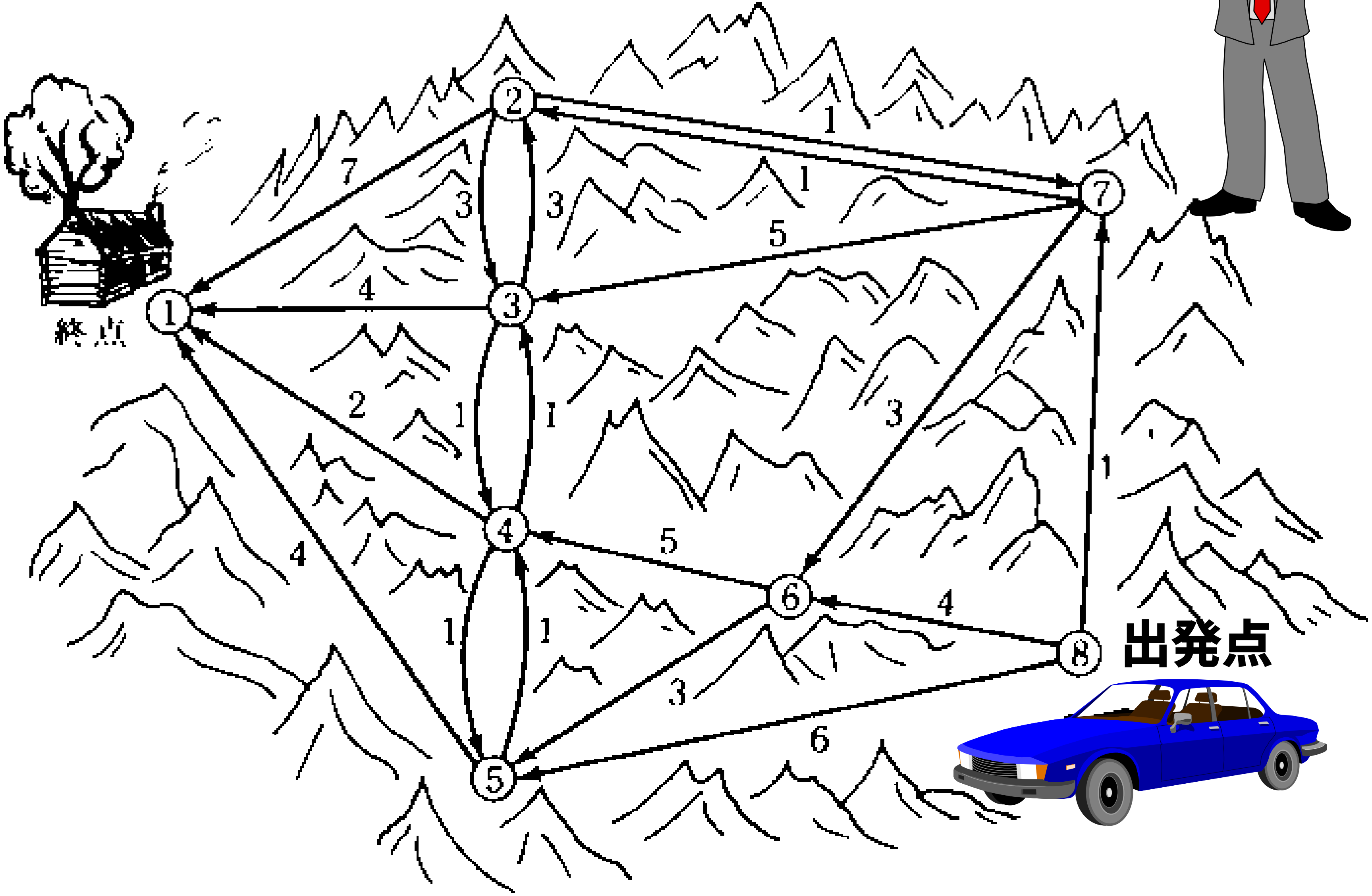


Network Programming II

Shortest path problem

最短路を探せ!

最短路問題



例題6-1 文教中の端末取替

文教中では端末をレンタルで揃える計画である．レンタル料と維持費は以下のように提示されている．

端末レンタル料（から／まで）

	02年	03年	04年	05年	06年
2001年	5	9	13	16	19
2002年		6	10	17	17
2003年			7	15	15
2004年				12	12
2005年					9

(百万円)

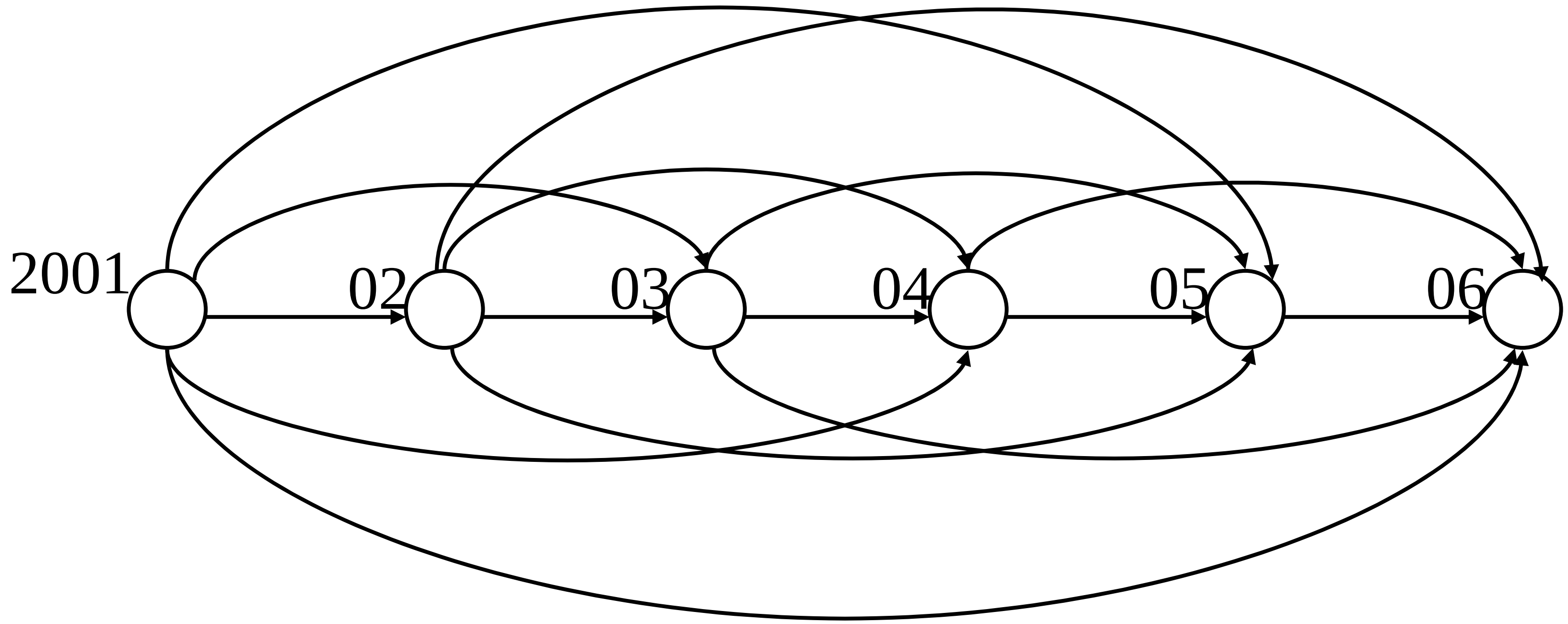
端末維持費

1年間	1
2年間	3
3年間	6
4年間	10
5年間	15

(百万円)

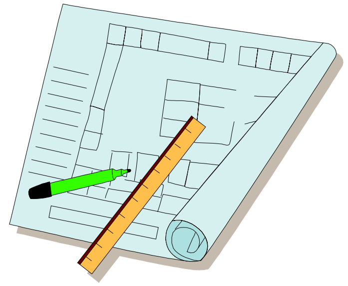
5年間の最も安価な端末取替計画を提案せよ

例題6-1 (続き) ネットワークで表現しよう



•費用最小な取替計画を見つけてみよう
•最短路問題との関連は?

最短路問題の定義



- 問題の設定
  - 枝長 (非負) を持つネットワーク
  - スタート点sとゴール点tが与えられている
- 最短路:点sから点tへの有向道の中でその長さが最小なもの
- 最短路問題:与えられたネットワーク上で最短路を求める問題

最短路問題のタイプ

特殊な問題

- 1始点-1終点間

専用の高速解法があるかどうかは未解決

利用

- 1始点-全点間
- 全点-1終点間

中心的なタイプ
主な解法は次のページ

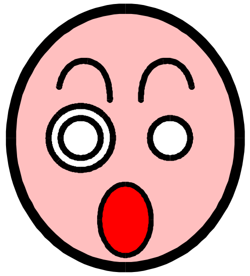
影響

- 全点間

Floyd-Warshall法
Johnsonの繰り返し法

最短路問題に対する主な解法

- ダイクストラ(Dijkstra)法
  - 簡単なルール
  - 負の長さの枝を持つネットワークには不適応
  - データの持ち方を工夫することで高速化可能



- べき乗法
  - 負の長さの枝が存在しても最短路を導ける.

ダイクストラ法

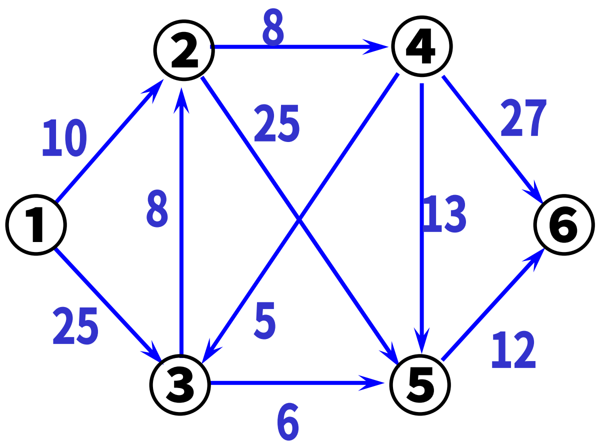
Step 0: d[s]:＝0, d[v]:＝∞ (for all v in V -{s}), p[v]:＝v, F←φ
Step 1: 集合V-Fの中でd[v]最小の点uを見つける.
Step 2: 点uを始点とするすべての枝(u,v)に対して,
d[v]>d[u]+l(u,v)ならば
d[v]:＝d[u]+l(u,v), p[v]=uと更新する.
Step 3: F←F∪{u}と更新する.
V-F=φまたはV-F内の全点でd[v]=∞ならば終了.
そうでなければStep1へ.

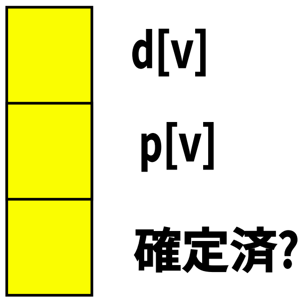
アルゴリズム終了後, d[v]=∞の点vは点sから到達不能.
各点からp[v]を辿れば, 点sからの最短路が見つかる.

⇒**最短路木**

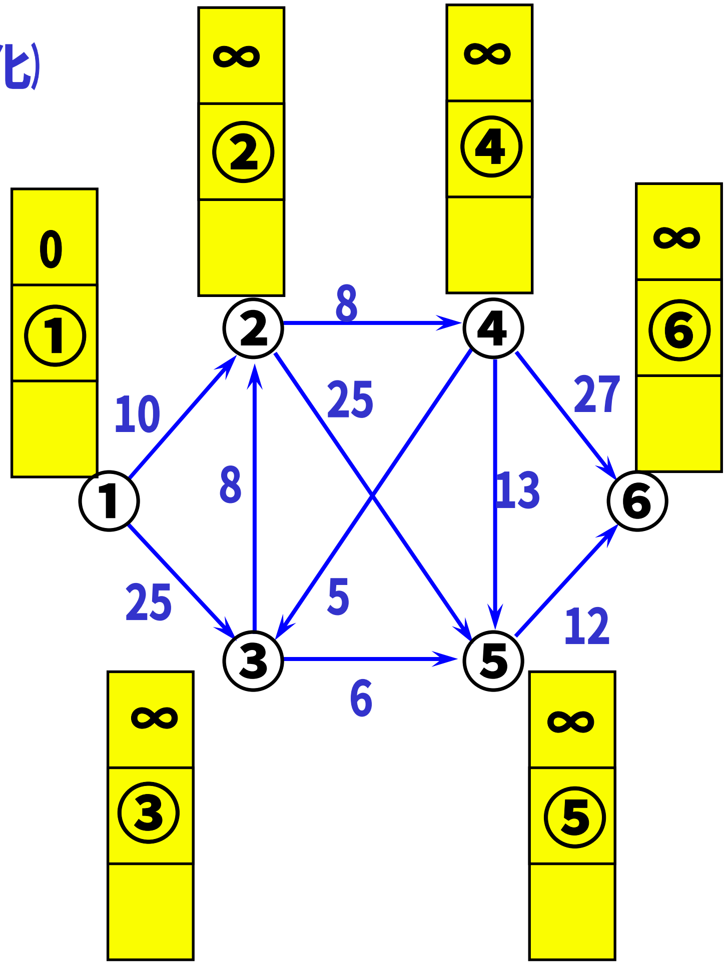
例題6-1

スタート点 s=①
ゴール点 t=⑥



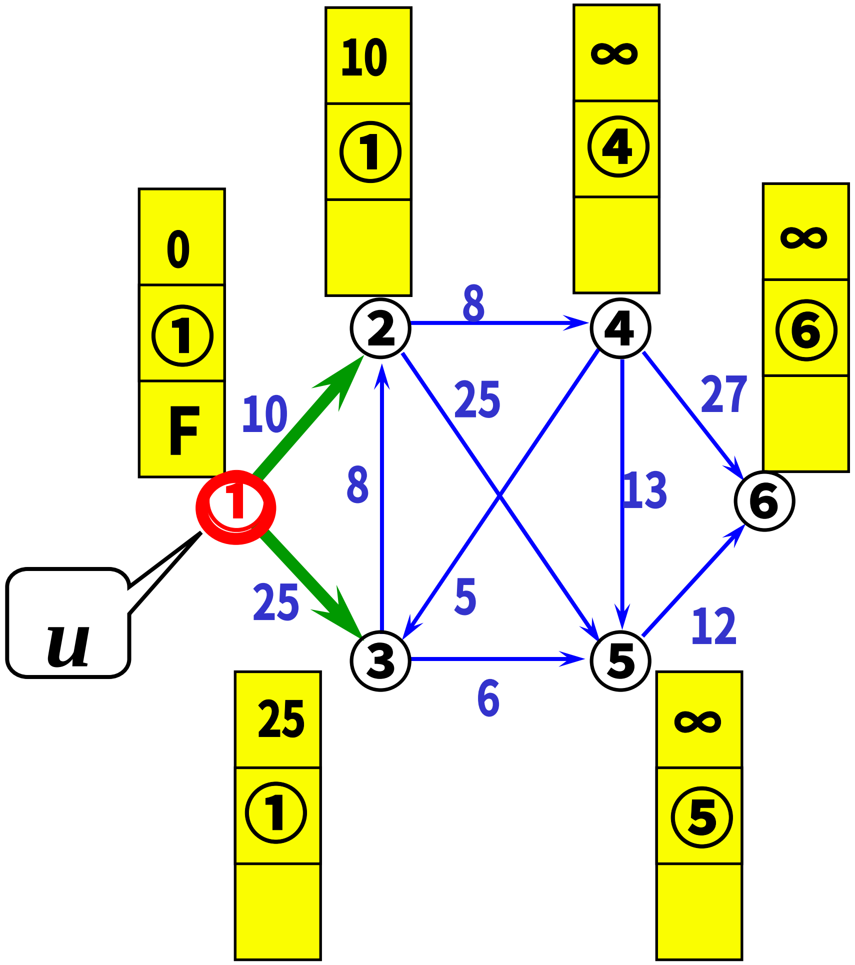


Step 0
(初期化)

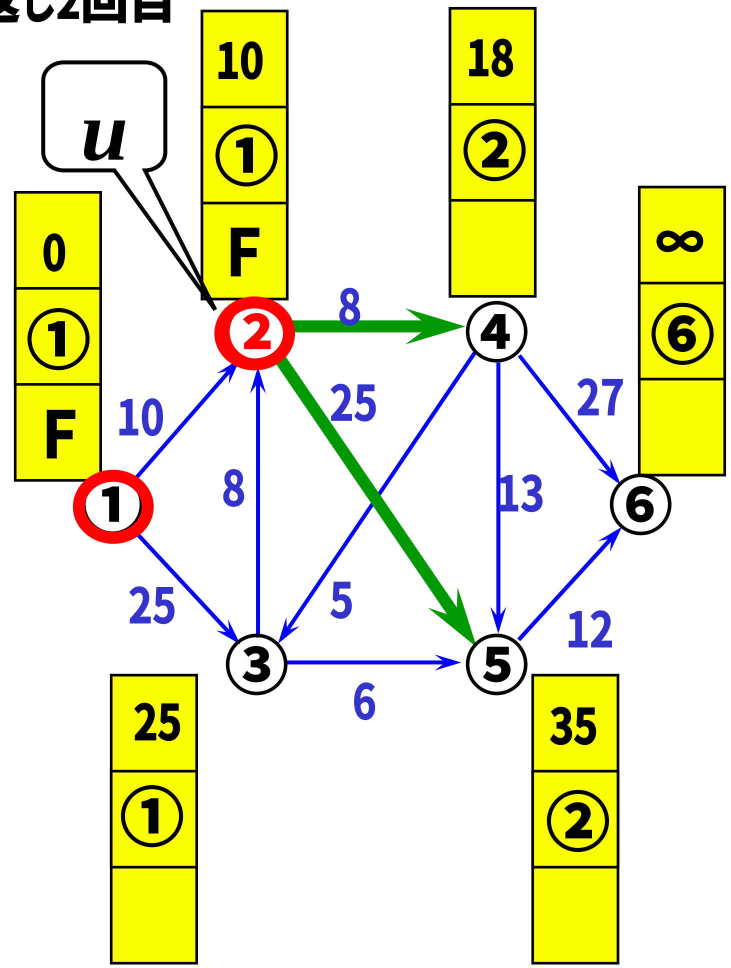


Step1,2&3

繰り返し1回目

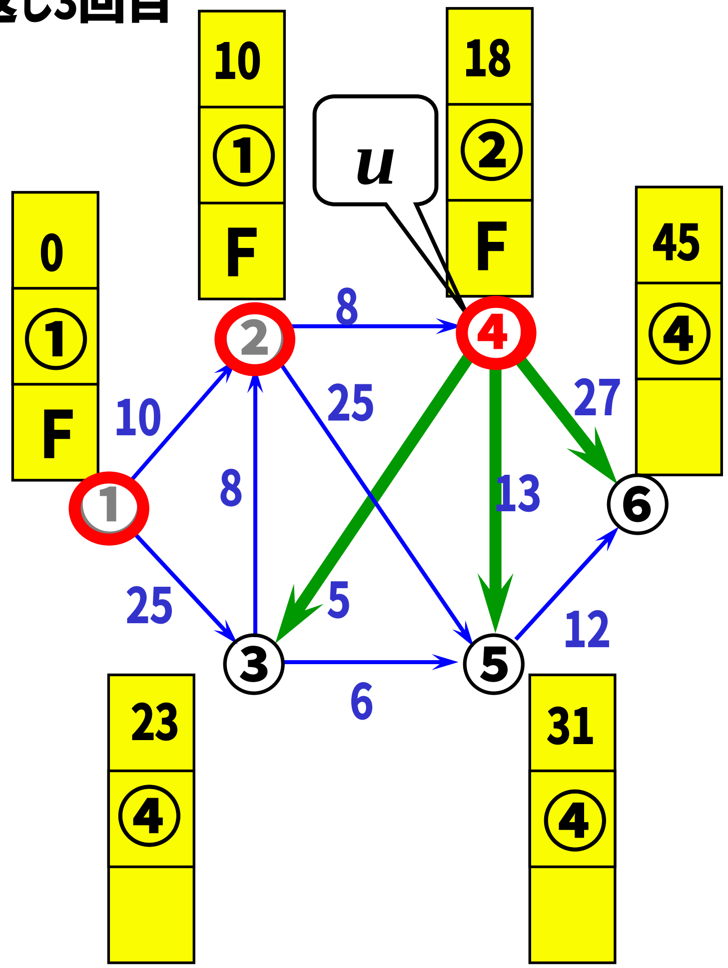


繰り返し2回目

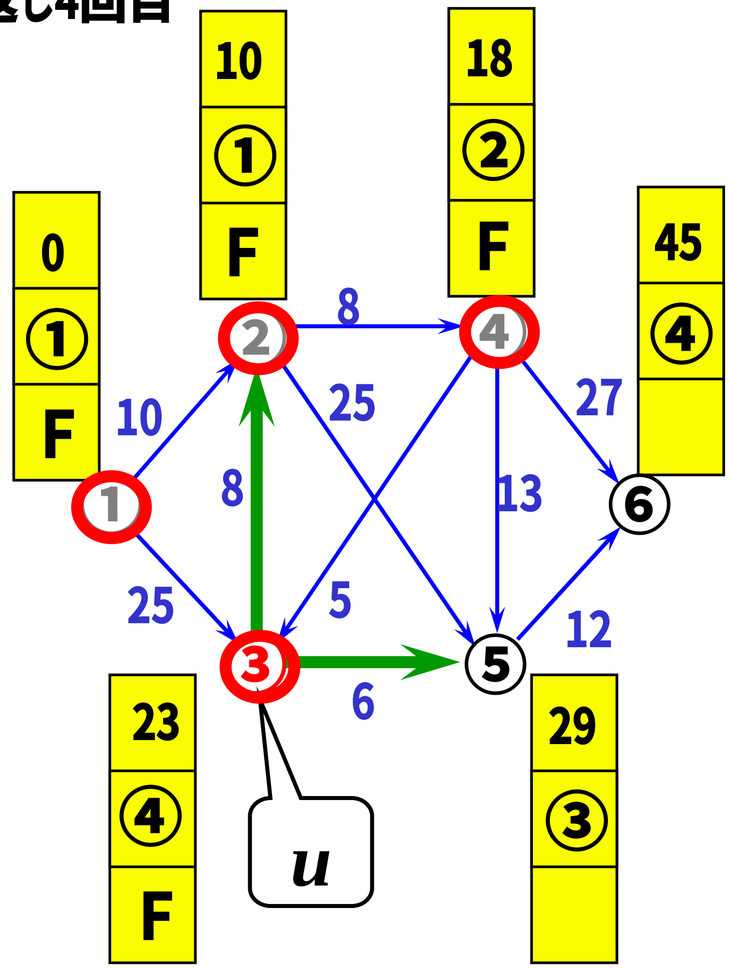


Step1,2&3(続き)

繰り返し3回目

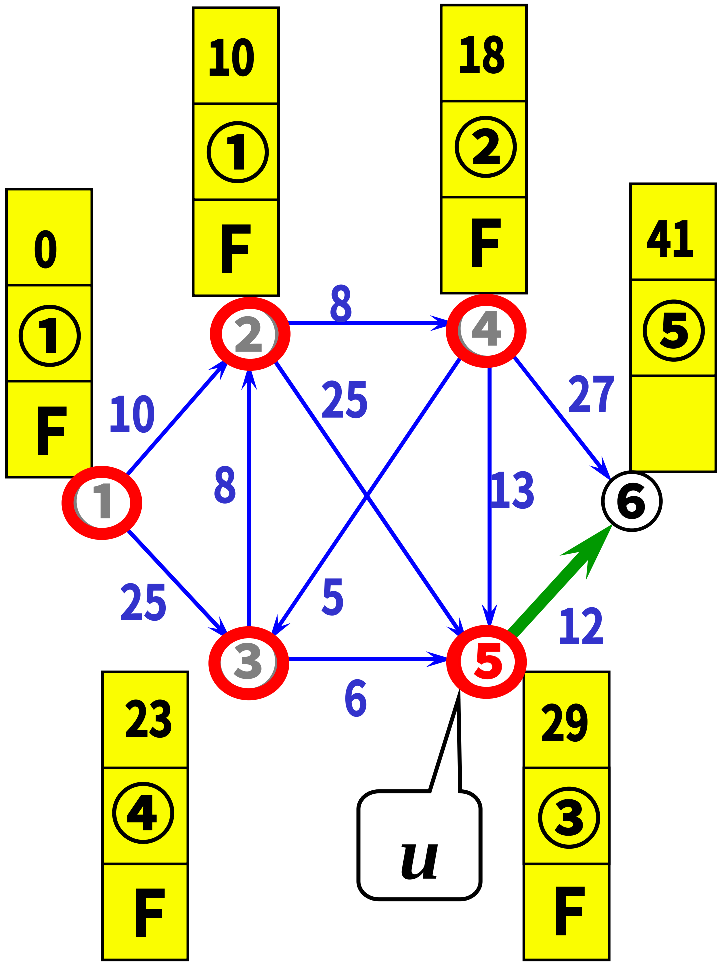


繰り返し4回目

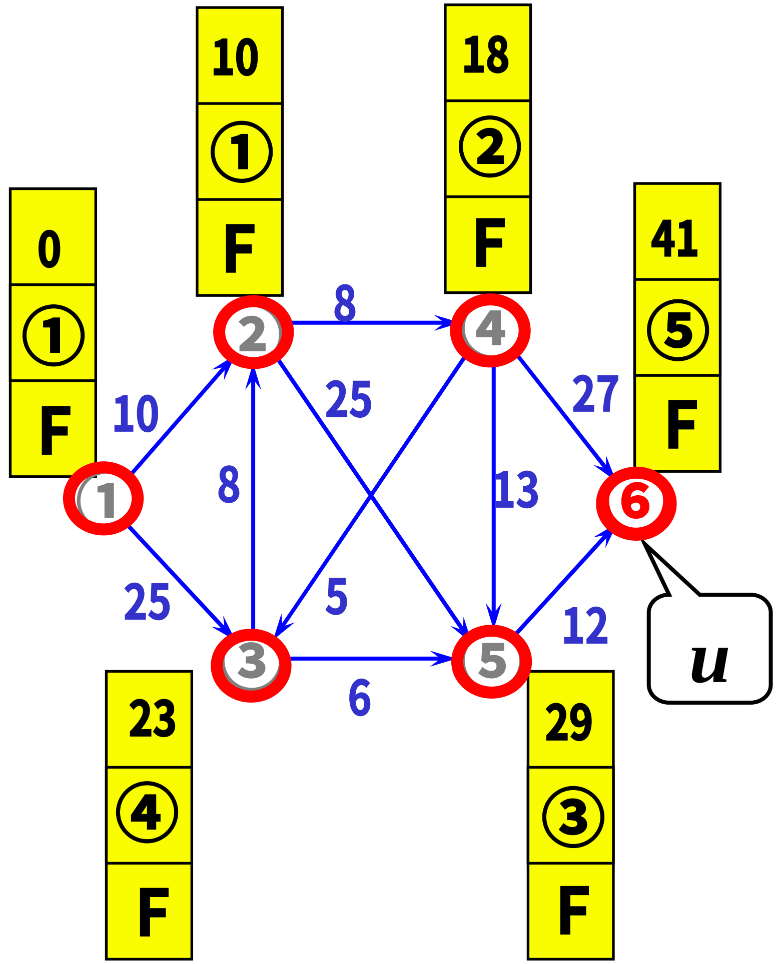


Step1,2&3(続き)

繰り返し5回目

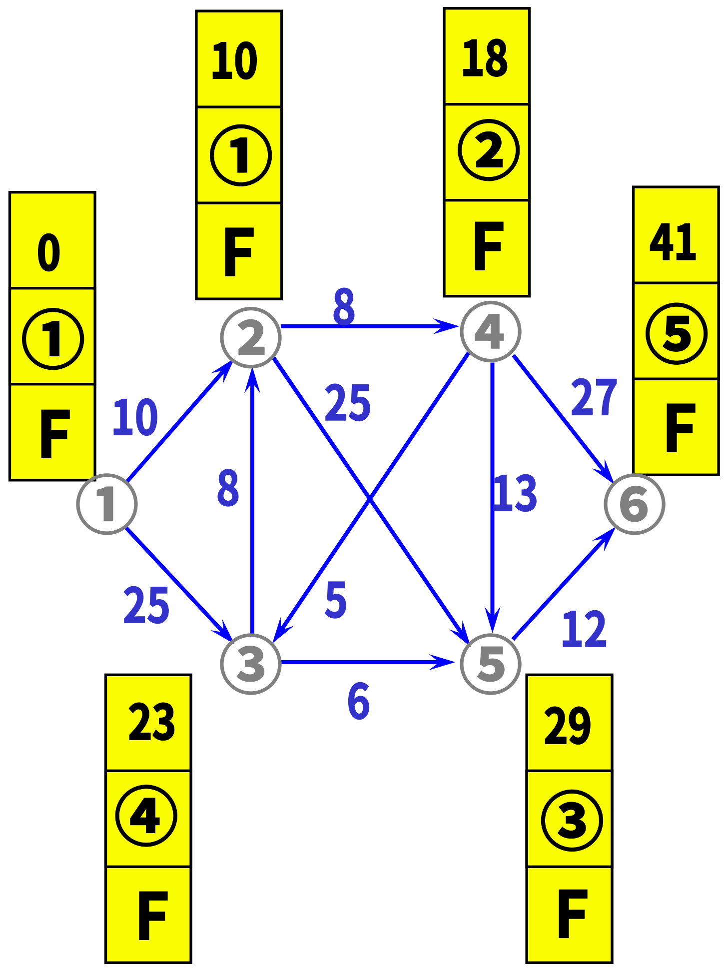


繰り返し6回目



Step3

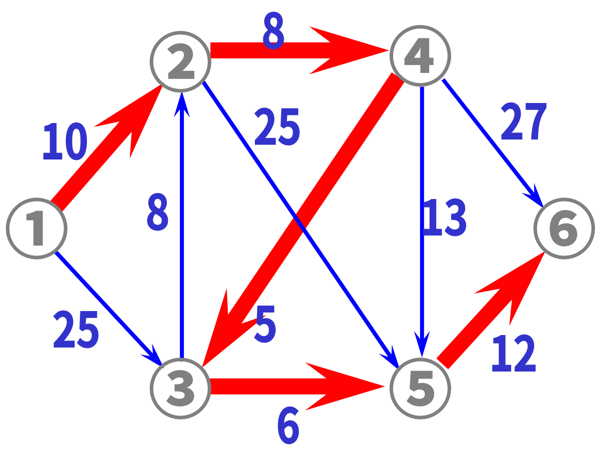
繰り返し6回目



V-F=φ

終了

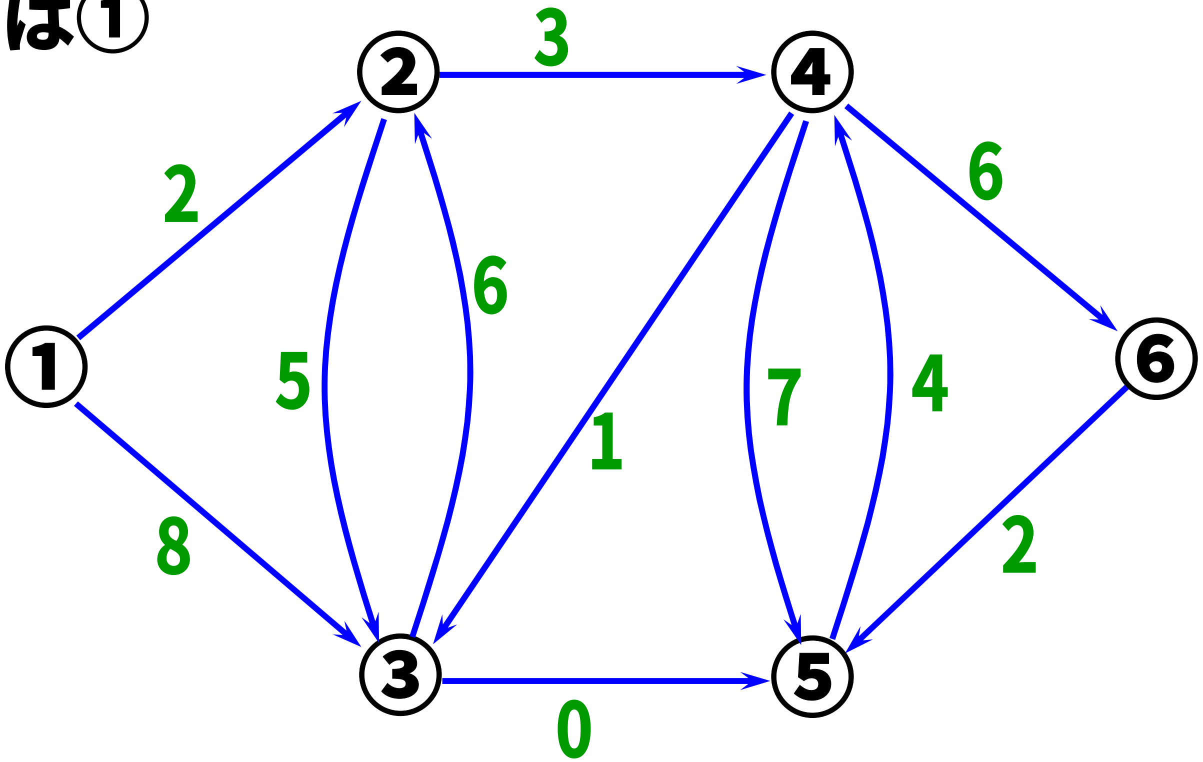
①を根とした最短路木



最短路の長さは41

演習6-1 最短路を見つけよう

スタート点は①



- 点①を根とした最短路木は?
- 点①から点⑥への最短路は？その長さは?

ダイクストラ法の高速実現法

選択する点uを高速に発見する

- 集合V-Fを配列でなくリスト構造で保持する．(走査する点数を減らす)
- 集合Fの要素をdの値により整列しておく．
  →整列アルゴリズムの知識が必要

効率的実装に

基本的なアルゴリズム+
データ構造の知識は
不可欠

演習6-2

- 山荘までの最短路を求めてみよう
- 例題6-1（文教中の端末取替）を解いてみよう