

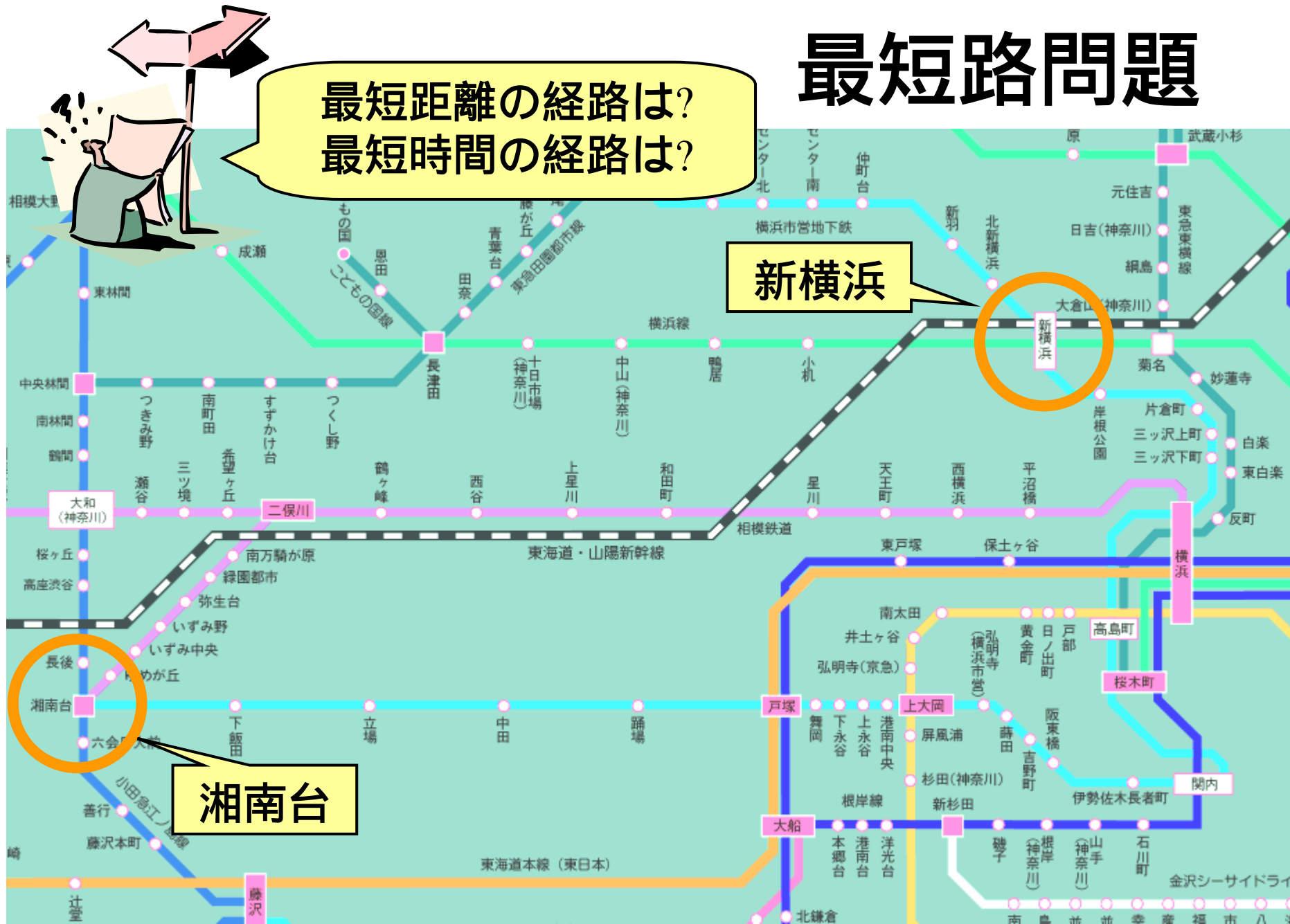
# Network Programming II

Shortest path problem

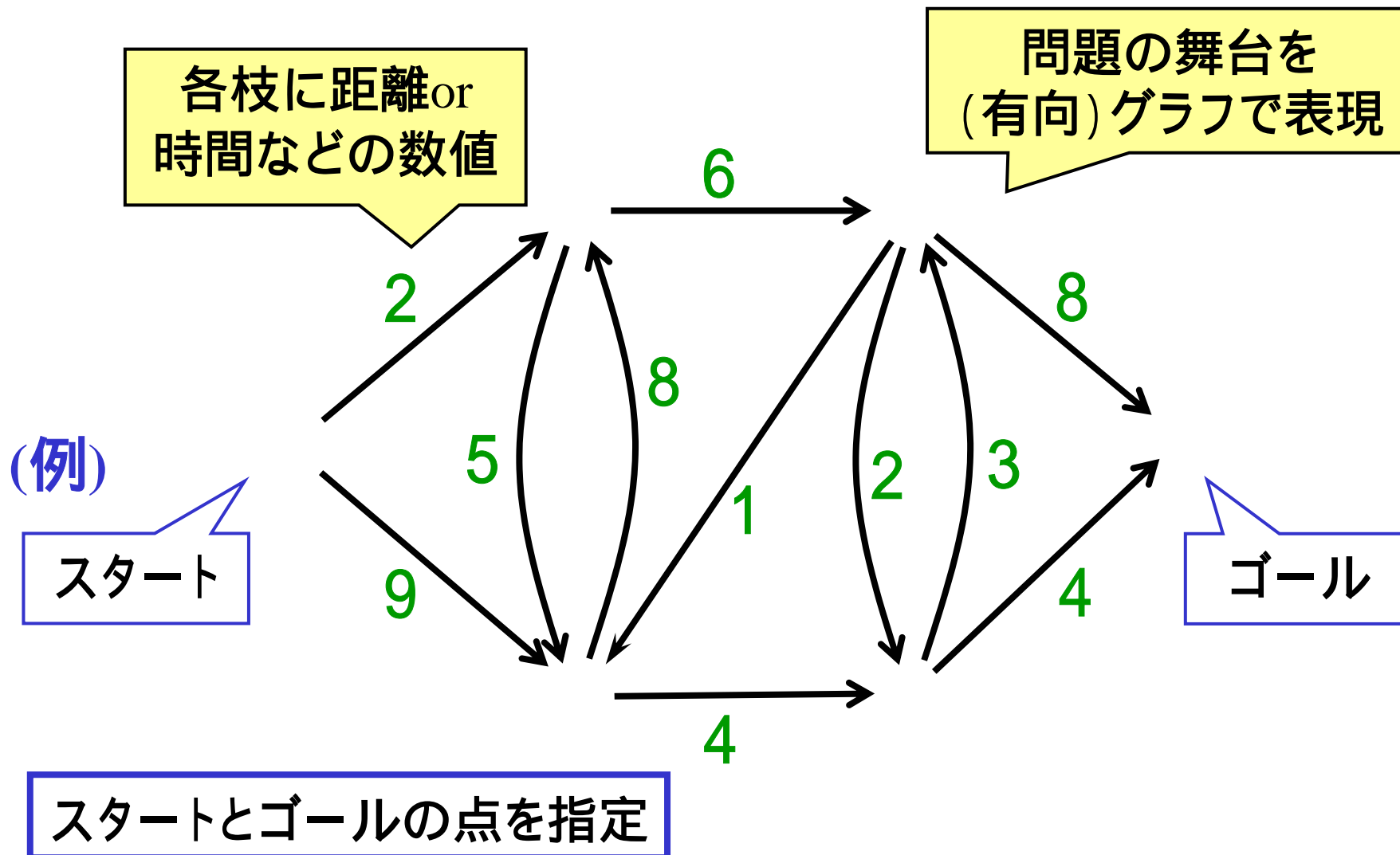
**最短路を探せ!**

# 最短路問題

最短距離の経路は?  
最短時間の経路は?



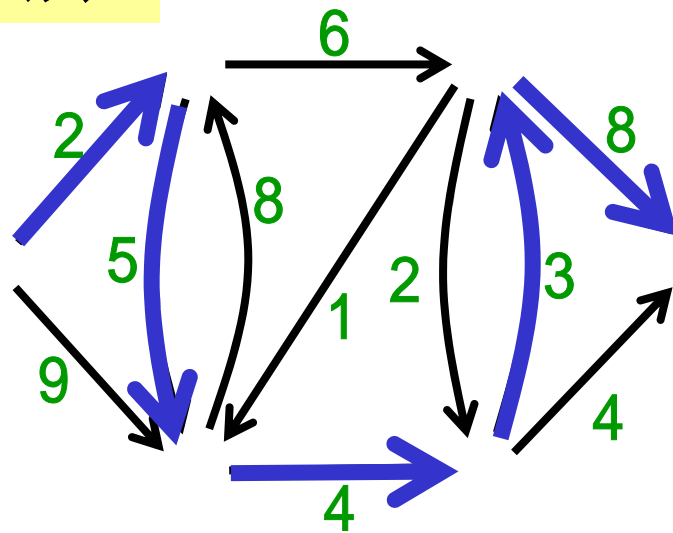
# 最短路問題のネットワーク表現



# パス(経路)とその長さ

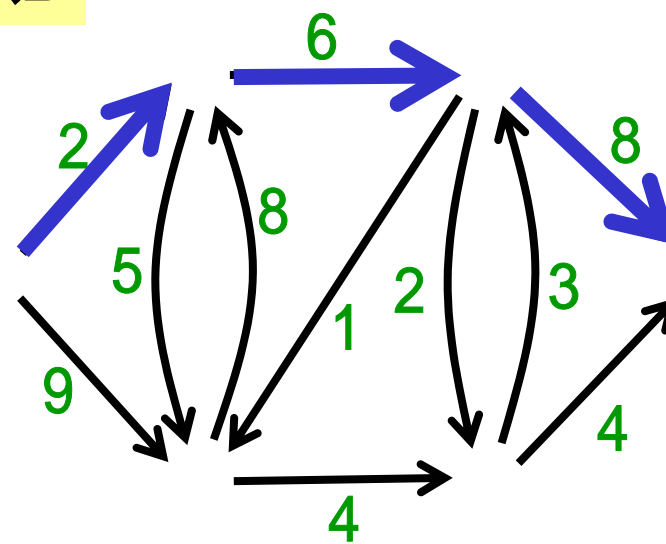
**パス(経路)**: ある点とある点を結ぶ枝の列(向きに注意!)

パスA



パスの長さ:  $2+5+4+3+8=22$

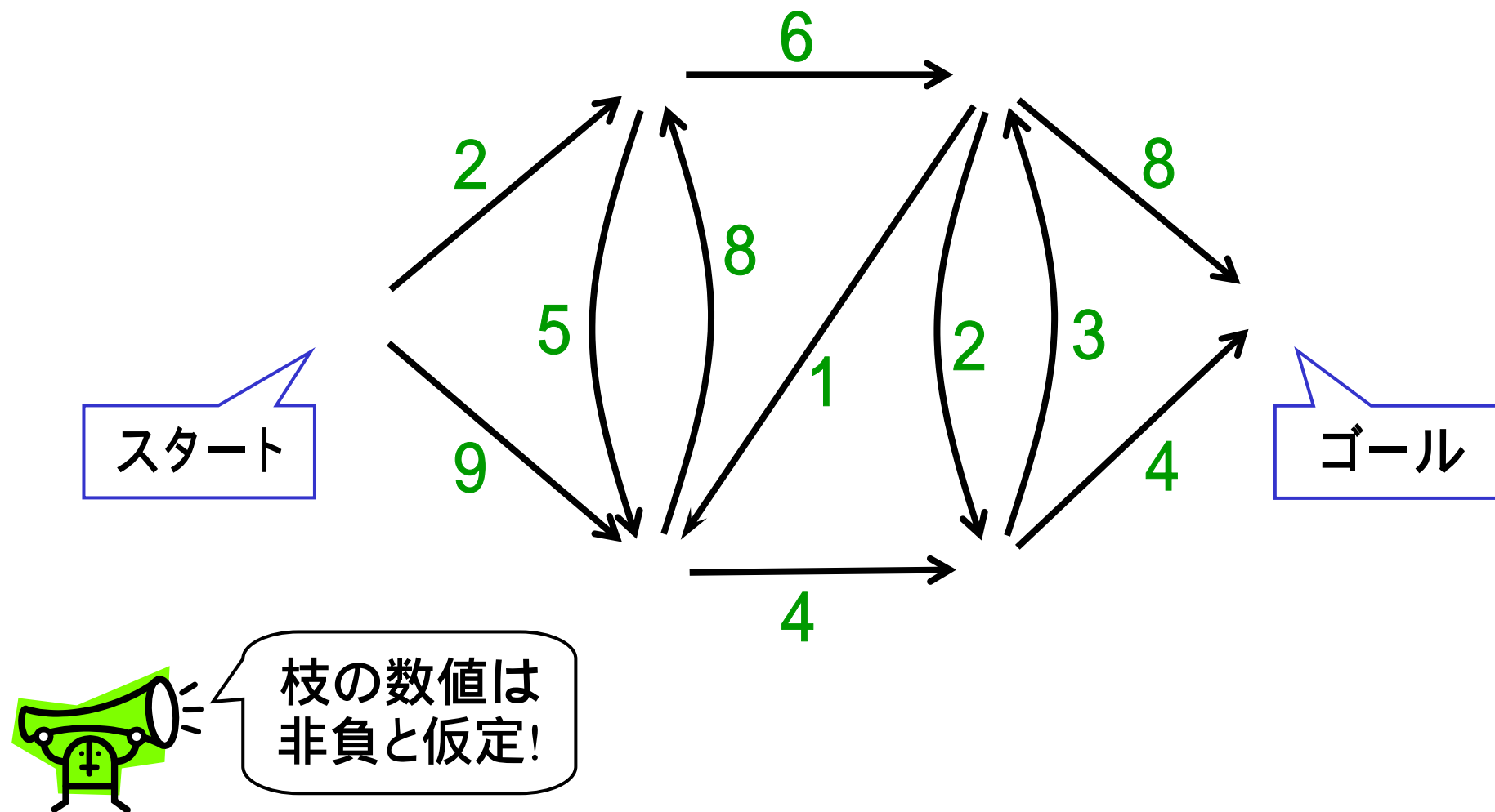
パスB



$2+6+8=16$

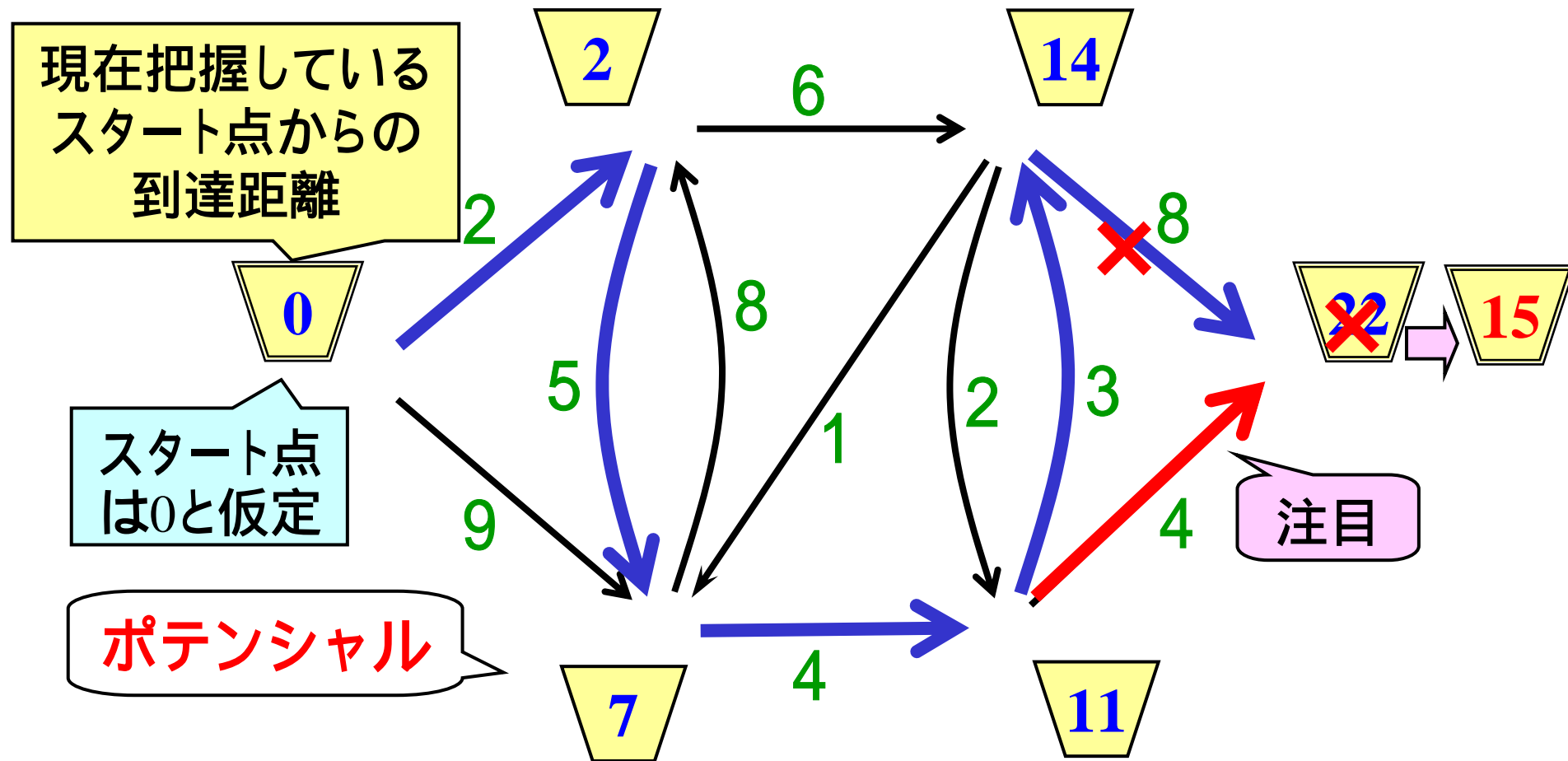
- スタートとゴールを結ぶパスは多数
- その中で長さが最短のパス = **最短路**
- 最短路を見つける問題: **最短路問題**

# 例題1 最短路を求めよ



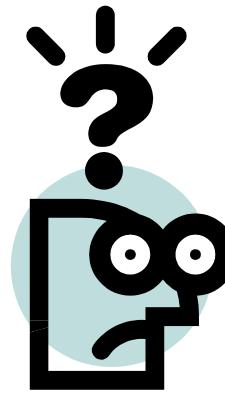
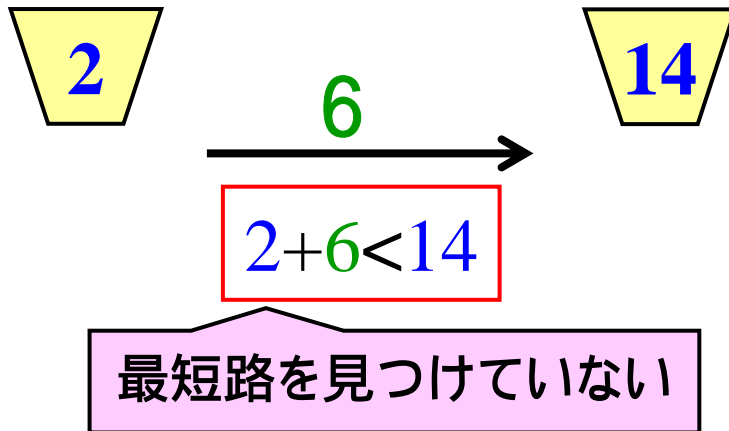
# 例題1(続) 最短路ではないパス

なぜ最短路ではない?

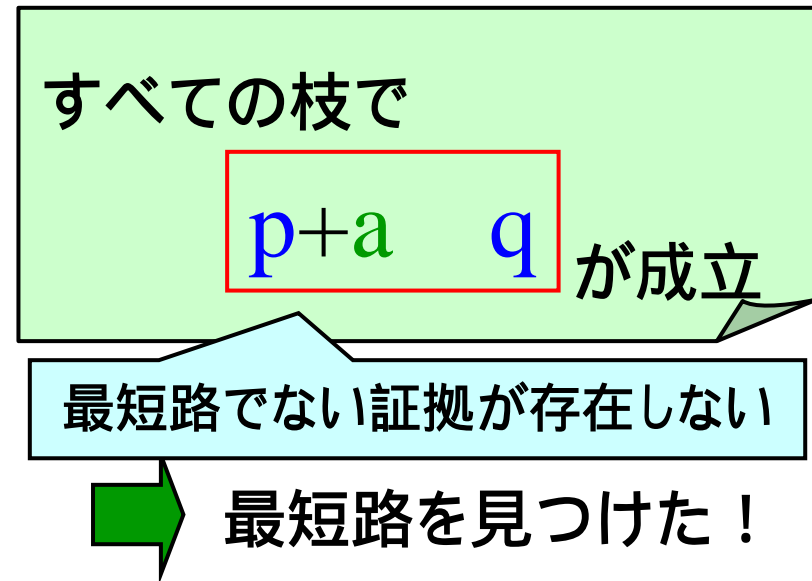
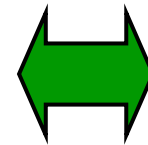
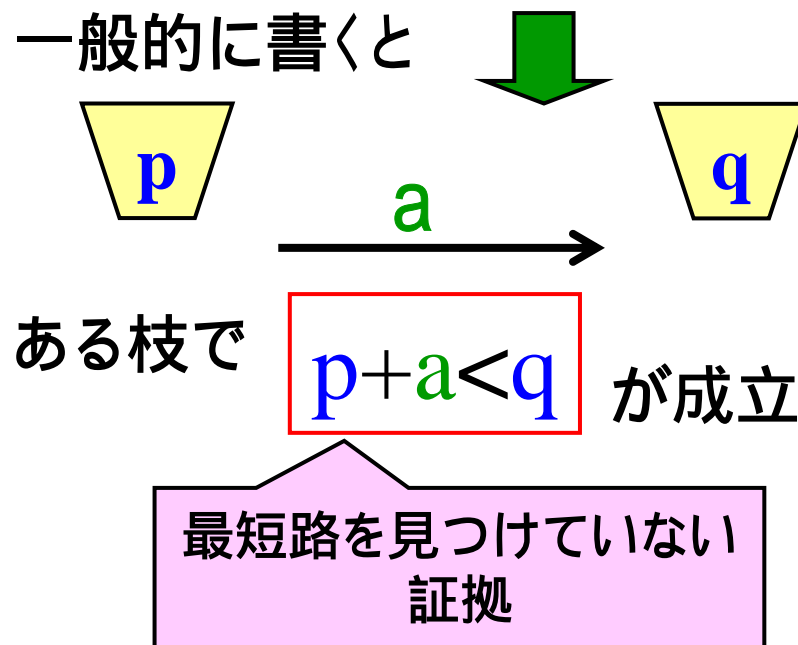


最短路を見つけた ポテンシャルはどういう状況を満足している？

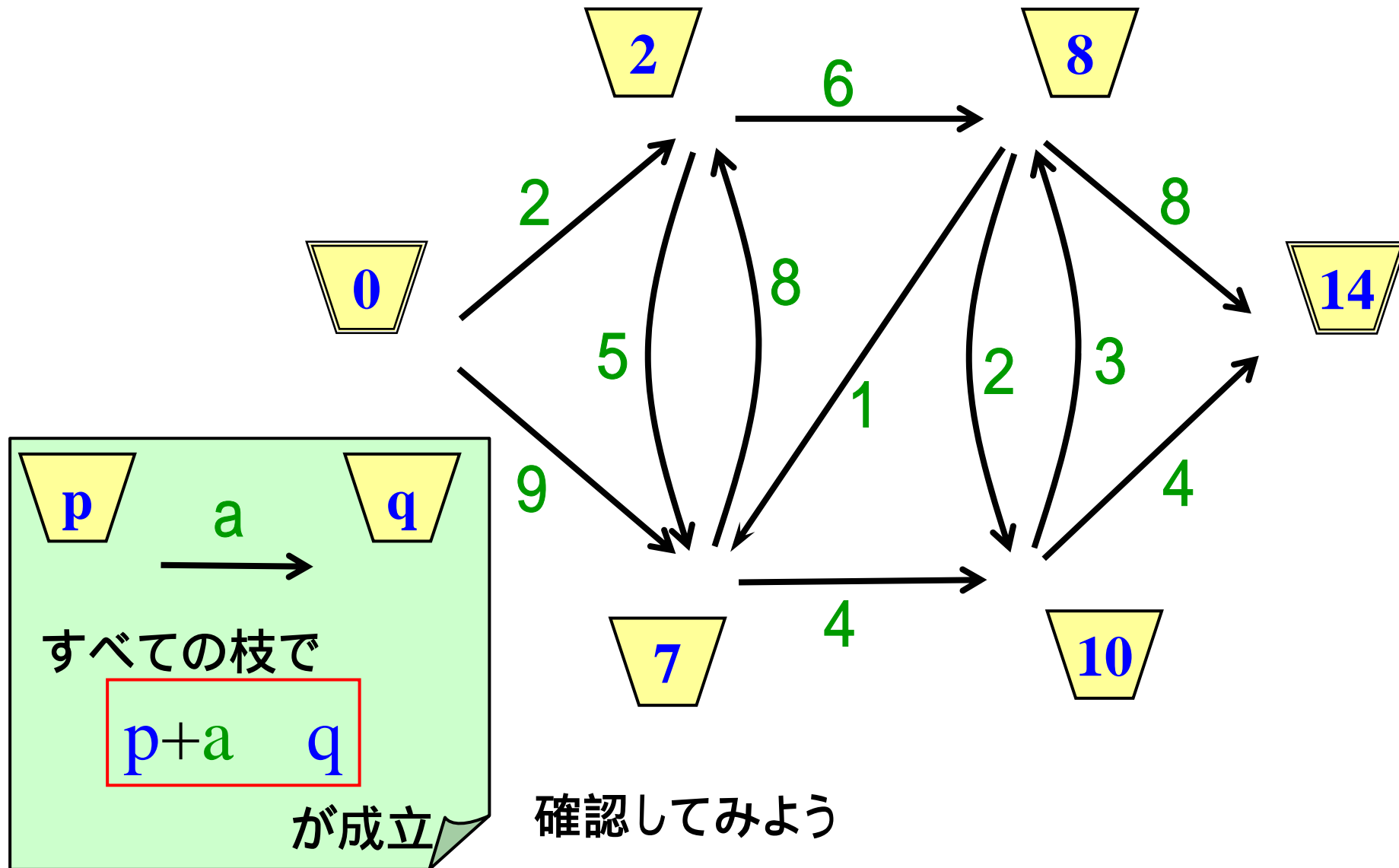
# 最短路とポテンシャル



下の性質を満たす  
ポテンシャルの見  
つければいいんだ。  
どうやって？



# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの例





# 例題1(続) 性質を満たす ポテンシャルの見つけ方(1)

準備:

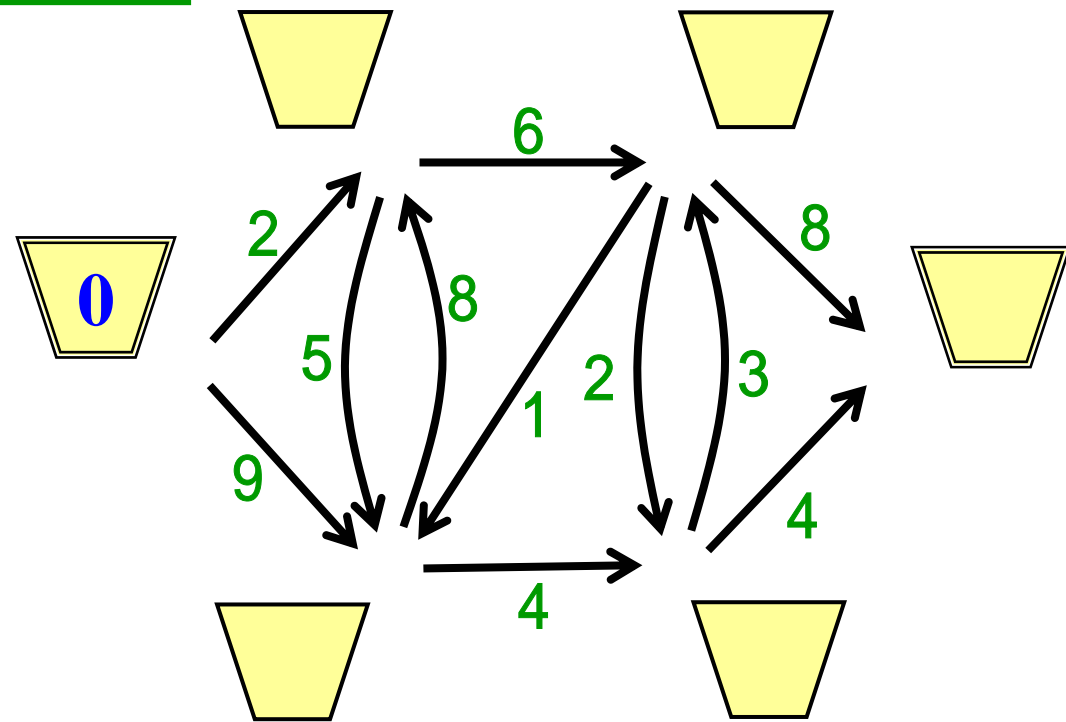
- スタートのポテンシャルを0
- 残りの点のポテンシャルは
- 全点が未確定.

性質を満たすよう  
ポテンシャルを順に更新



**ダイクストラ法**

Dijkstra



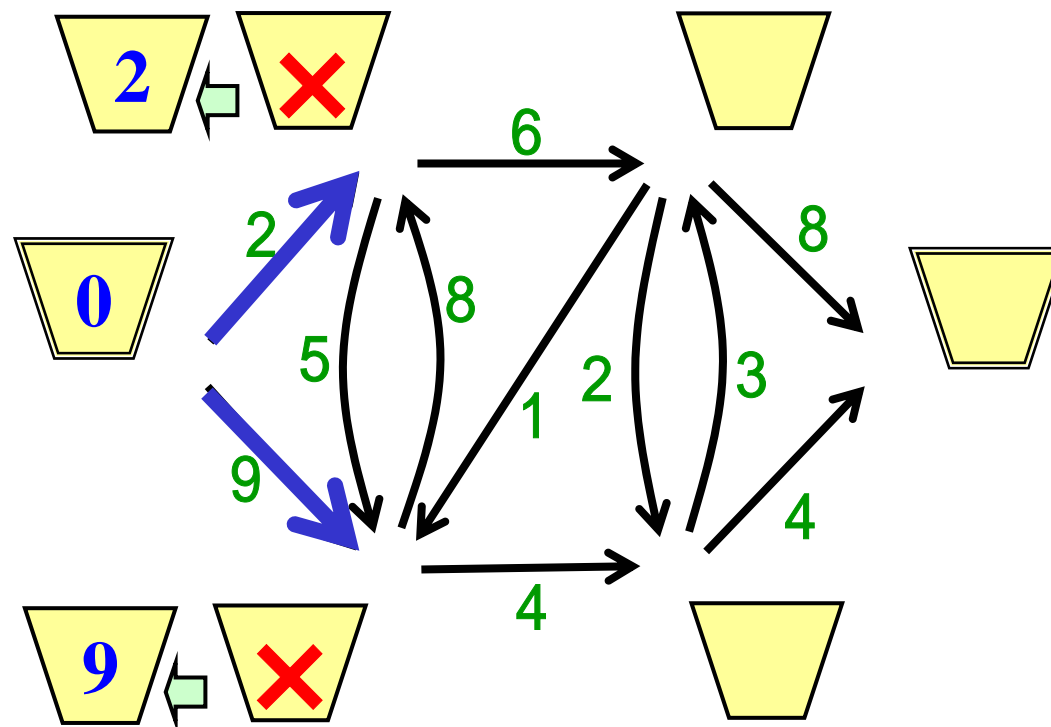
# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(1)

手順: 全点が確定するまで以下を繰り返す

ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定

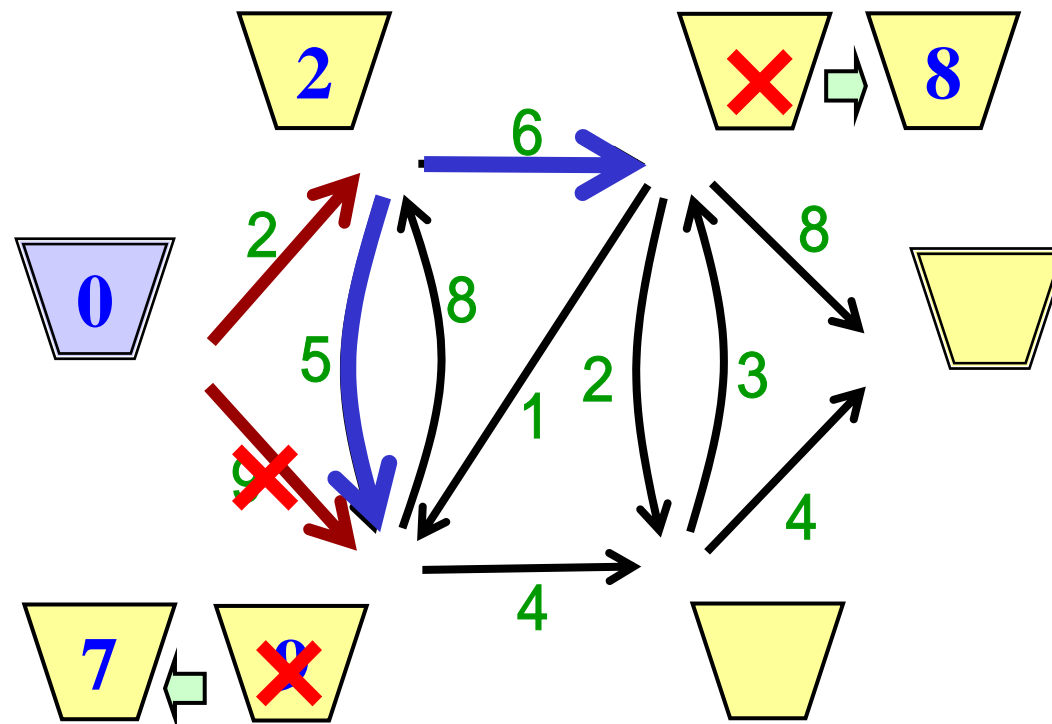


# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(2)

ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定

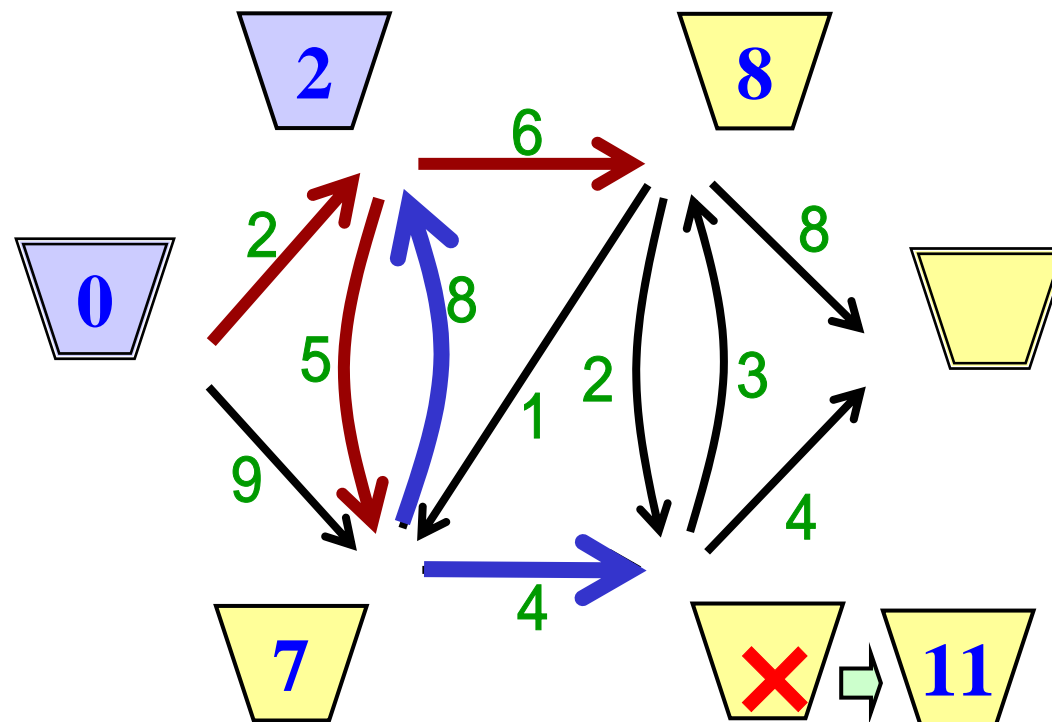


# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(3)

ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定

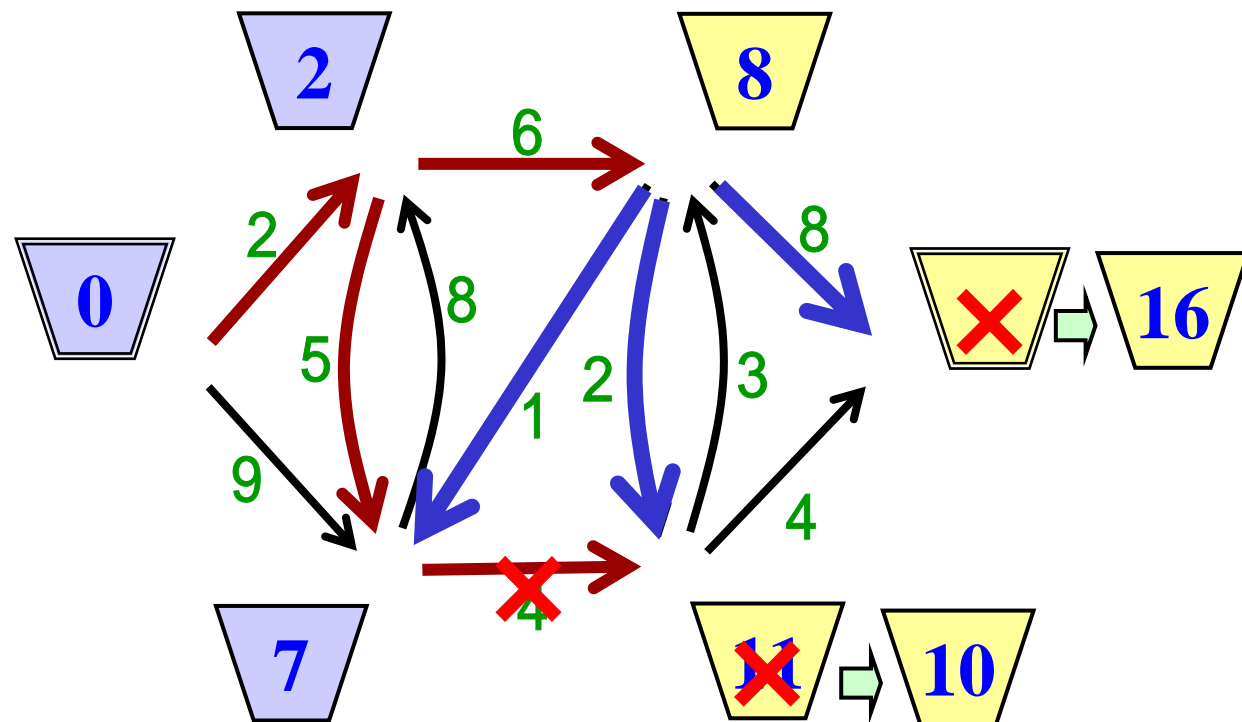


# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(4)

ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定

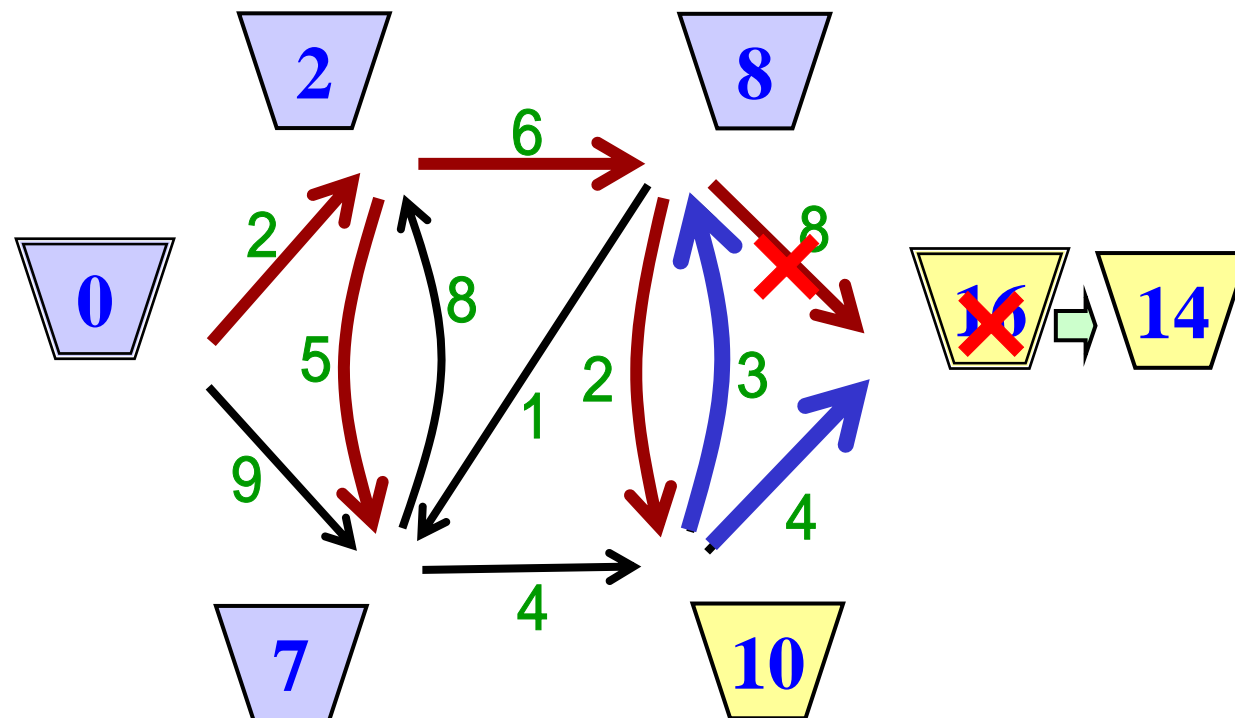


# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(5)

ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定



# 例題1(続) 性質を満たすポテンシャルの見つけ方(6)

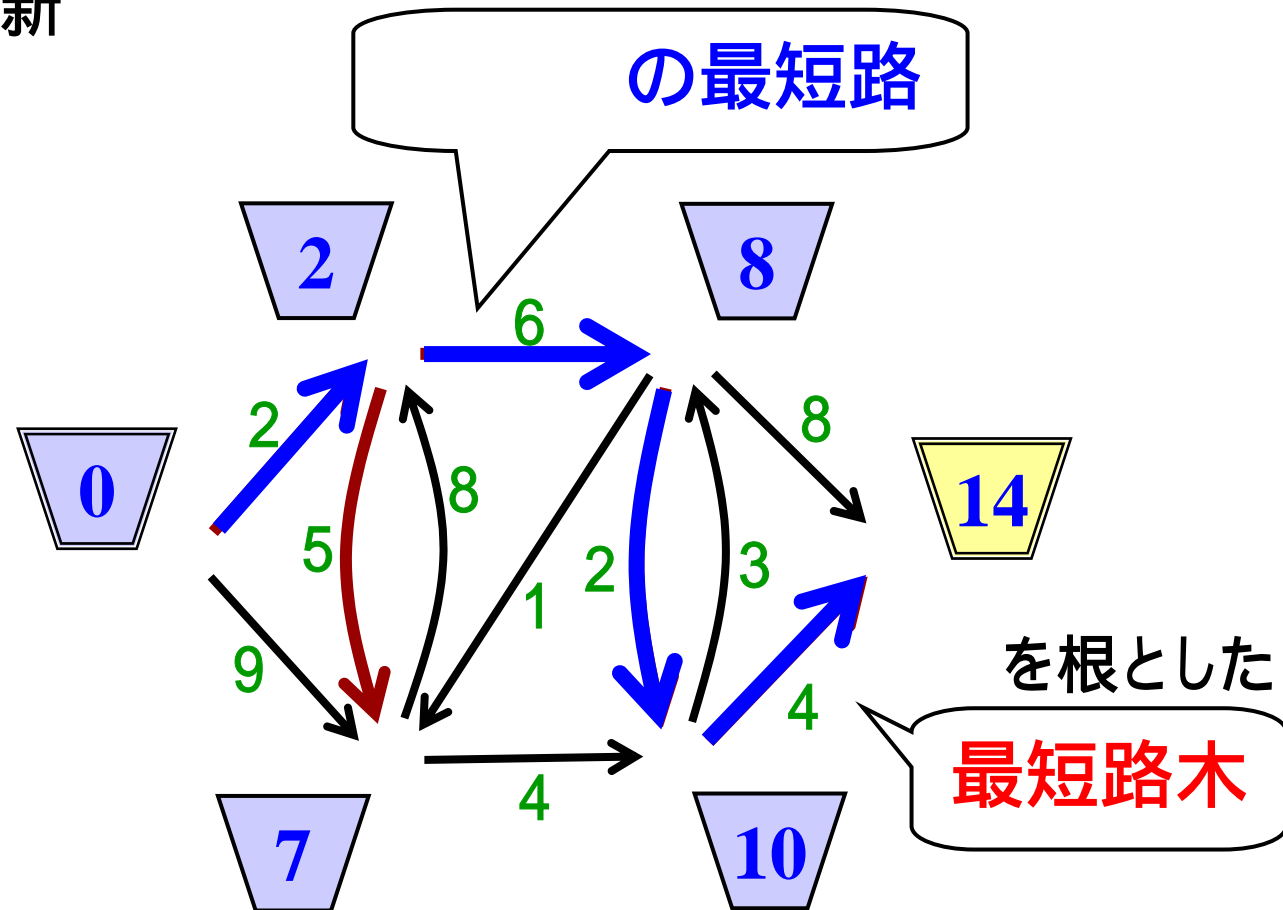
ポテンシャル最小未確定点の選択

ポテンシャル更新

点を確定



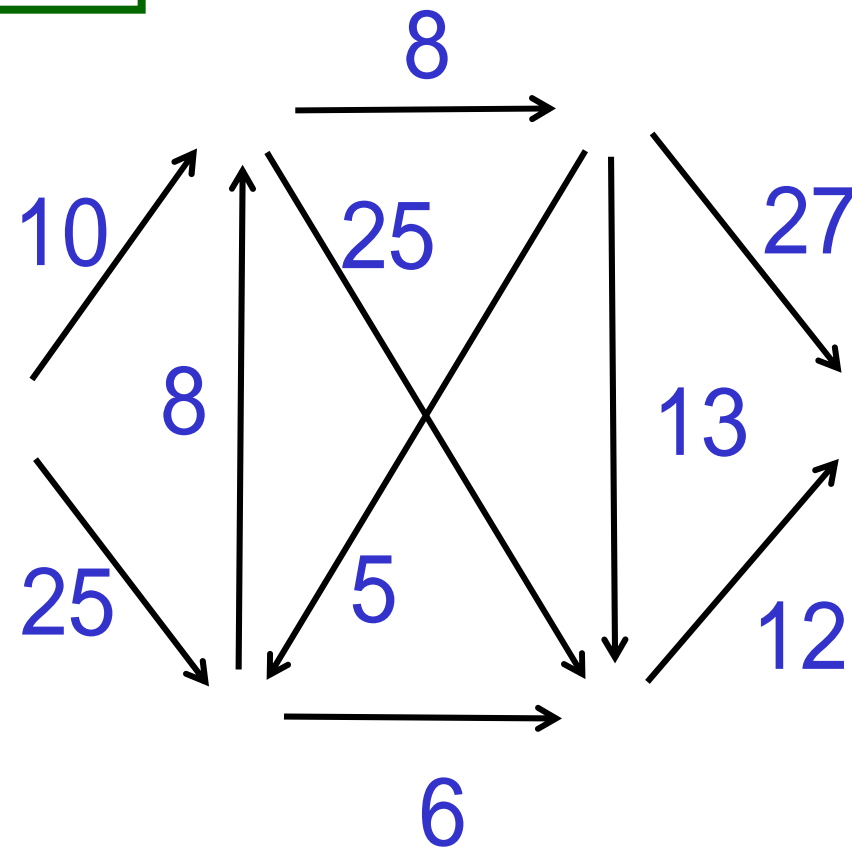
全点が確定し終了



最適なポテンシャルが見つかった ⇒ 最短路も見つかった

# 練習1 ダイクストラ法

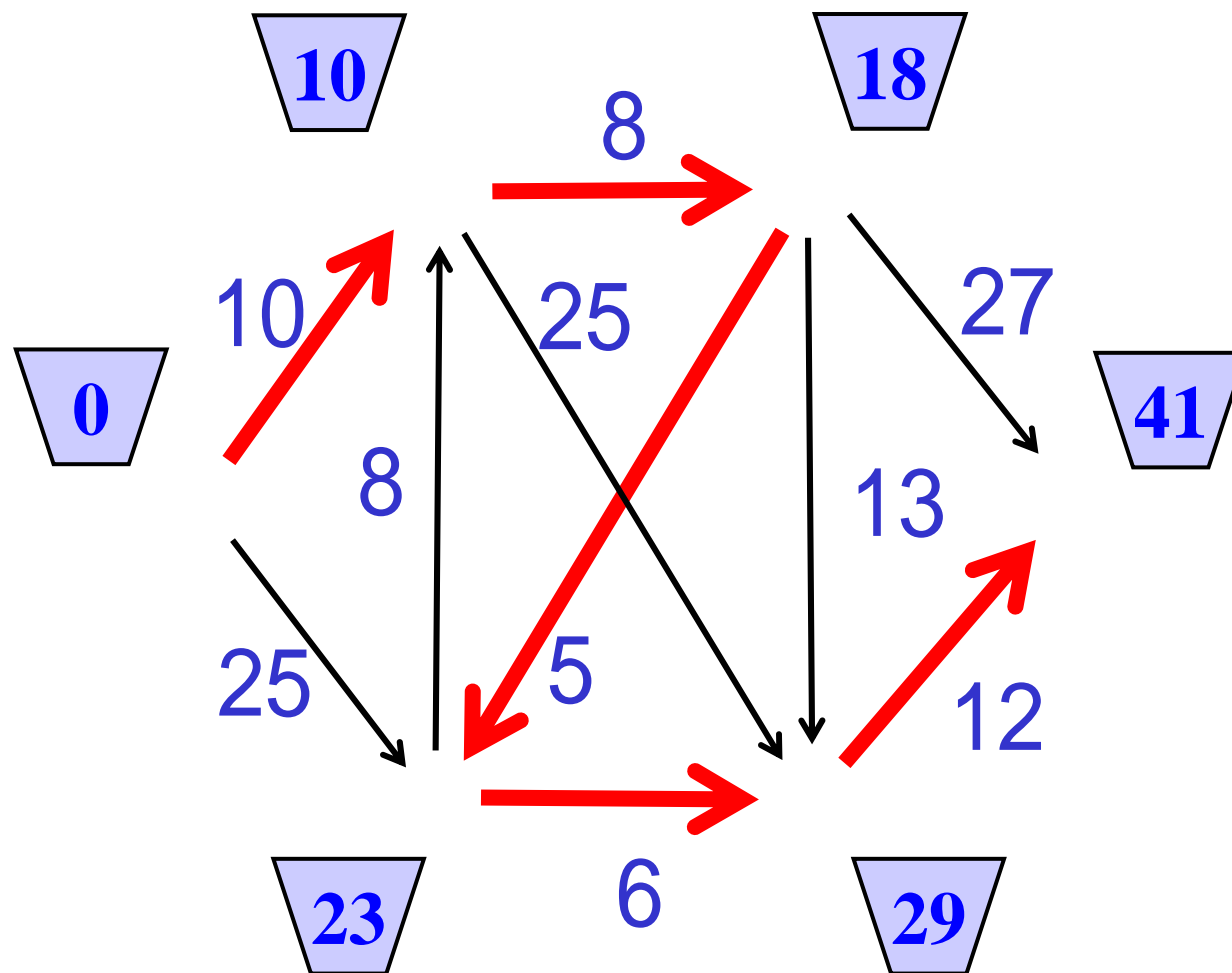
の最短路は?





# 練習1 解答例

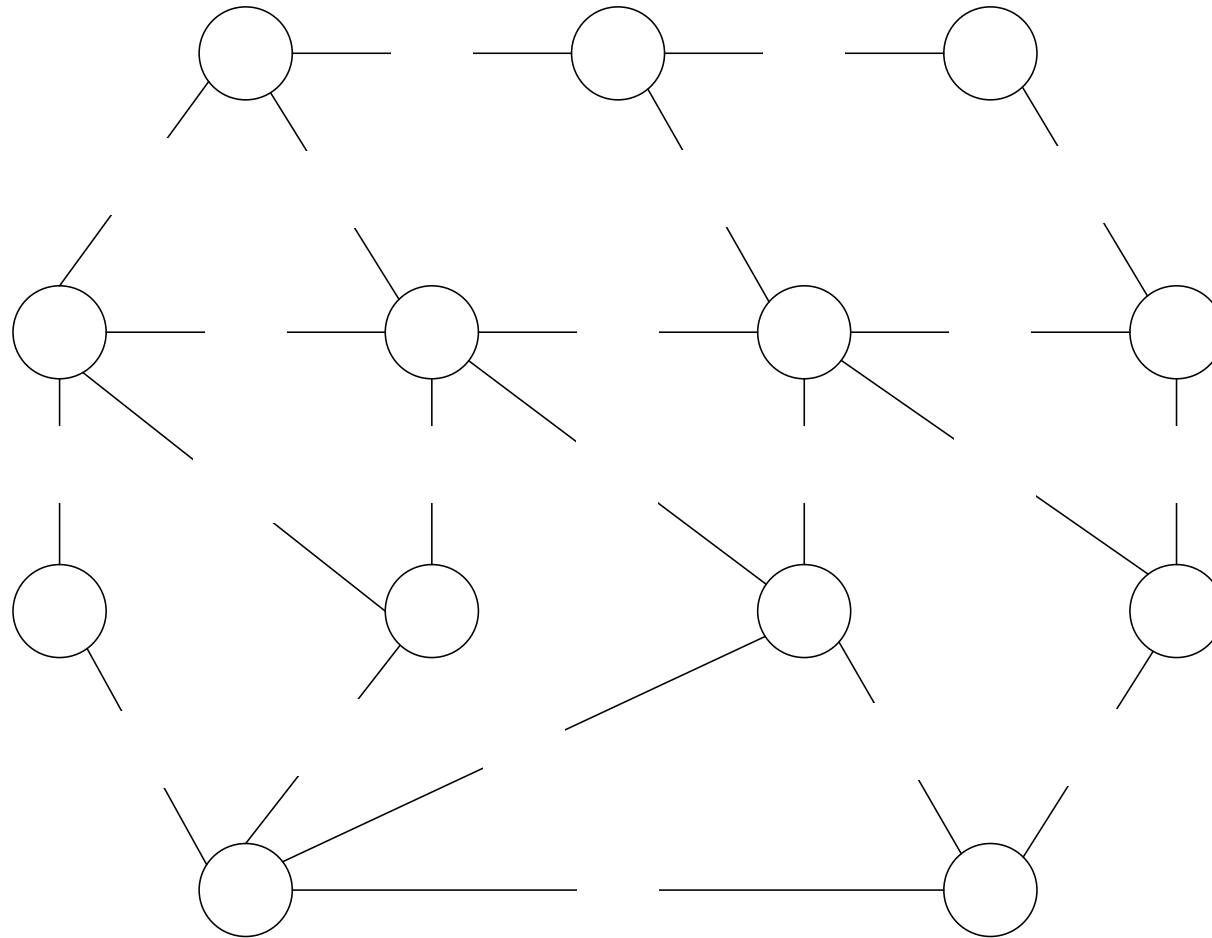
を根とした最短路木



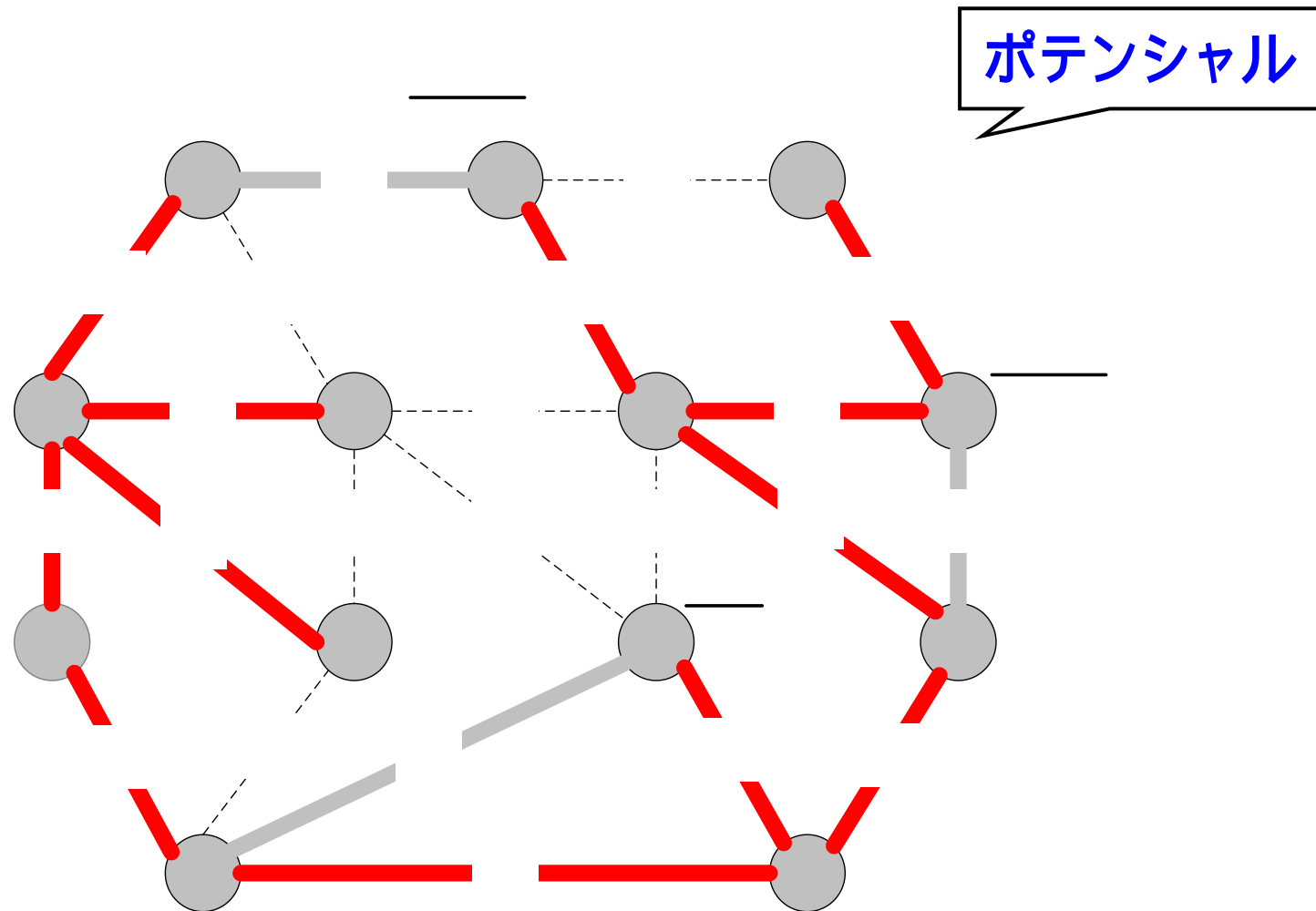
# 練習2 無向グラフの最短路

- Eを根とした最短路木は?
- E Hの最短路は?

両方向の枝があると考える

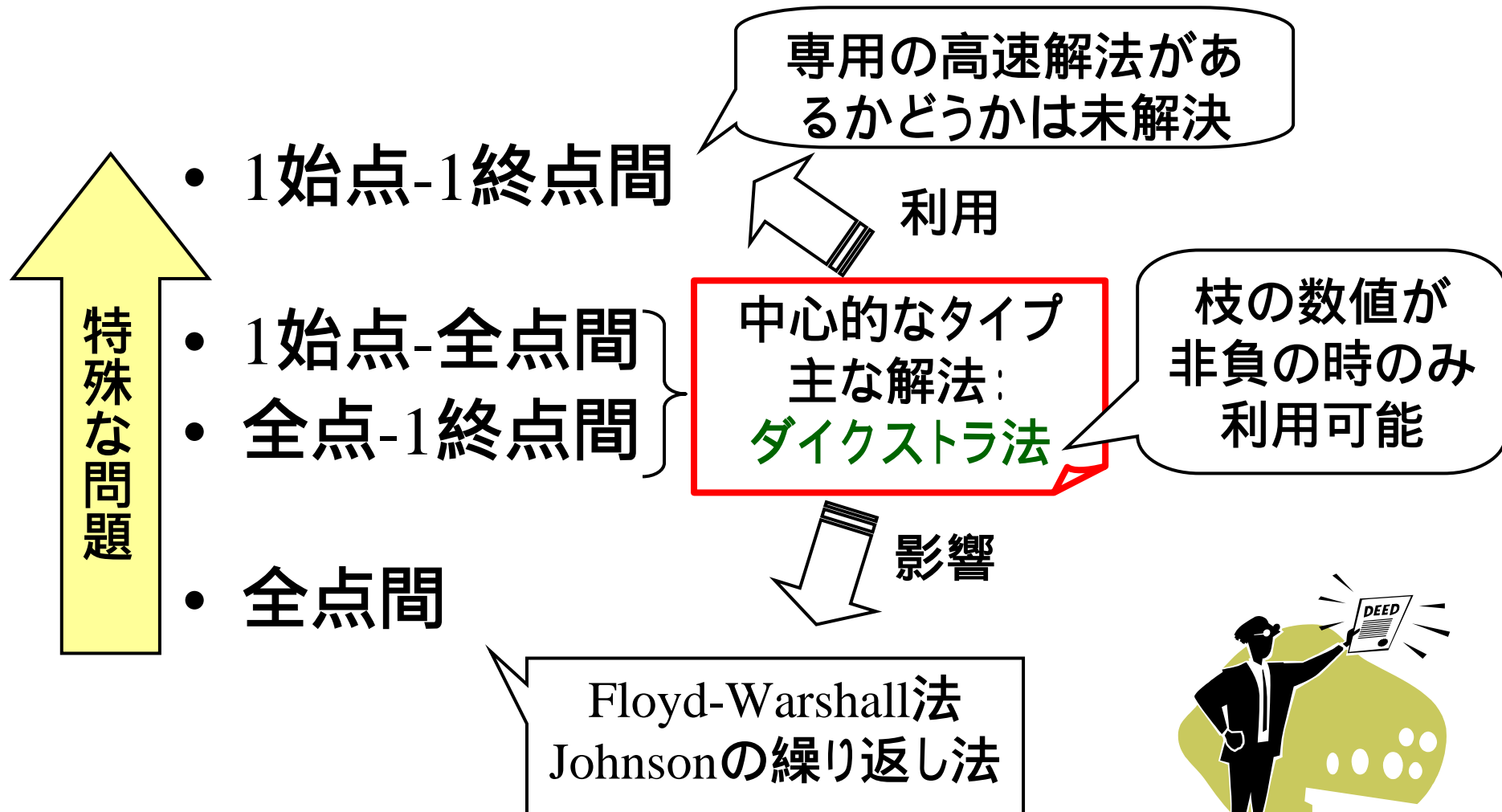


# 練習2 解答例



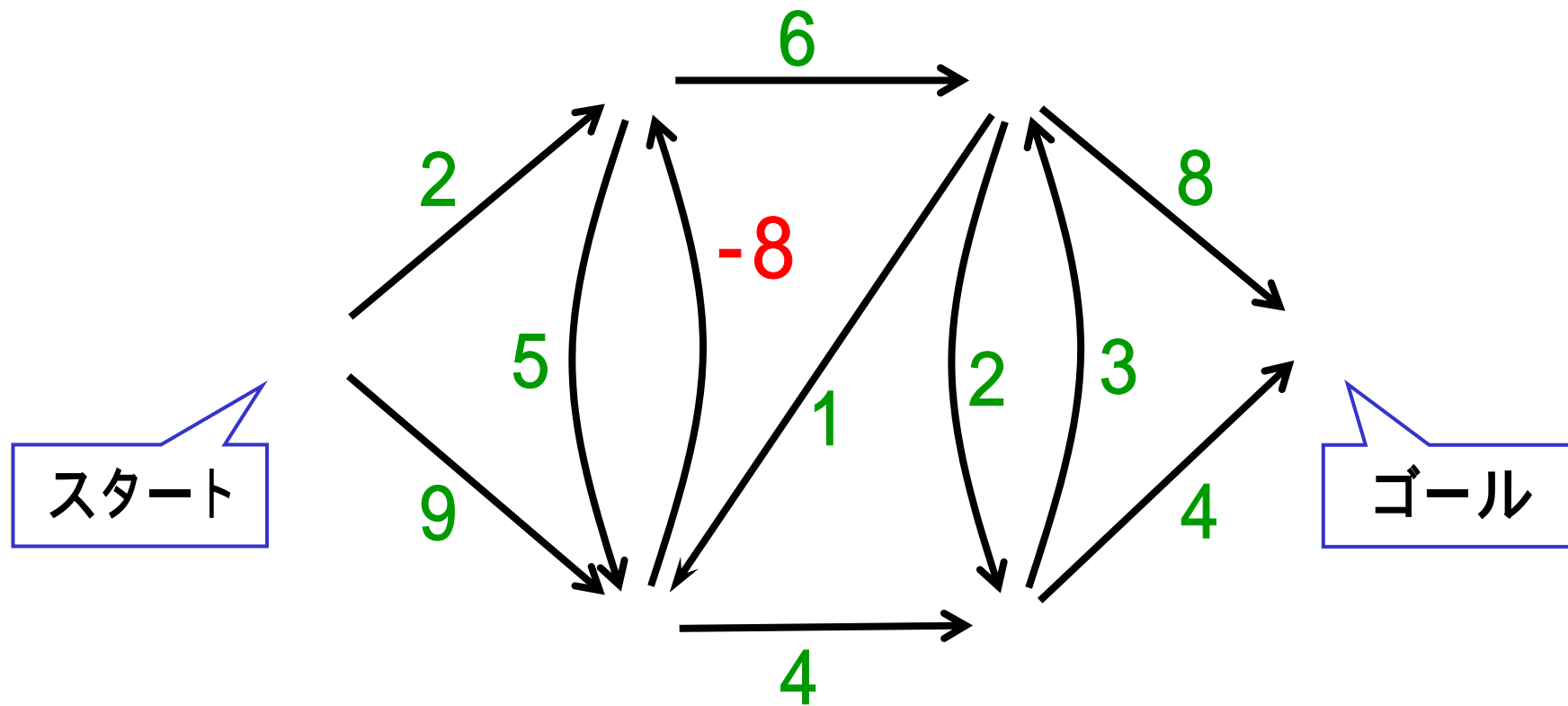
Eを根とした最短路木

# 最短路問題のタイプ



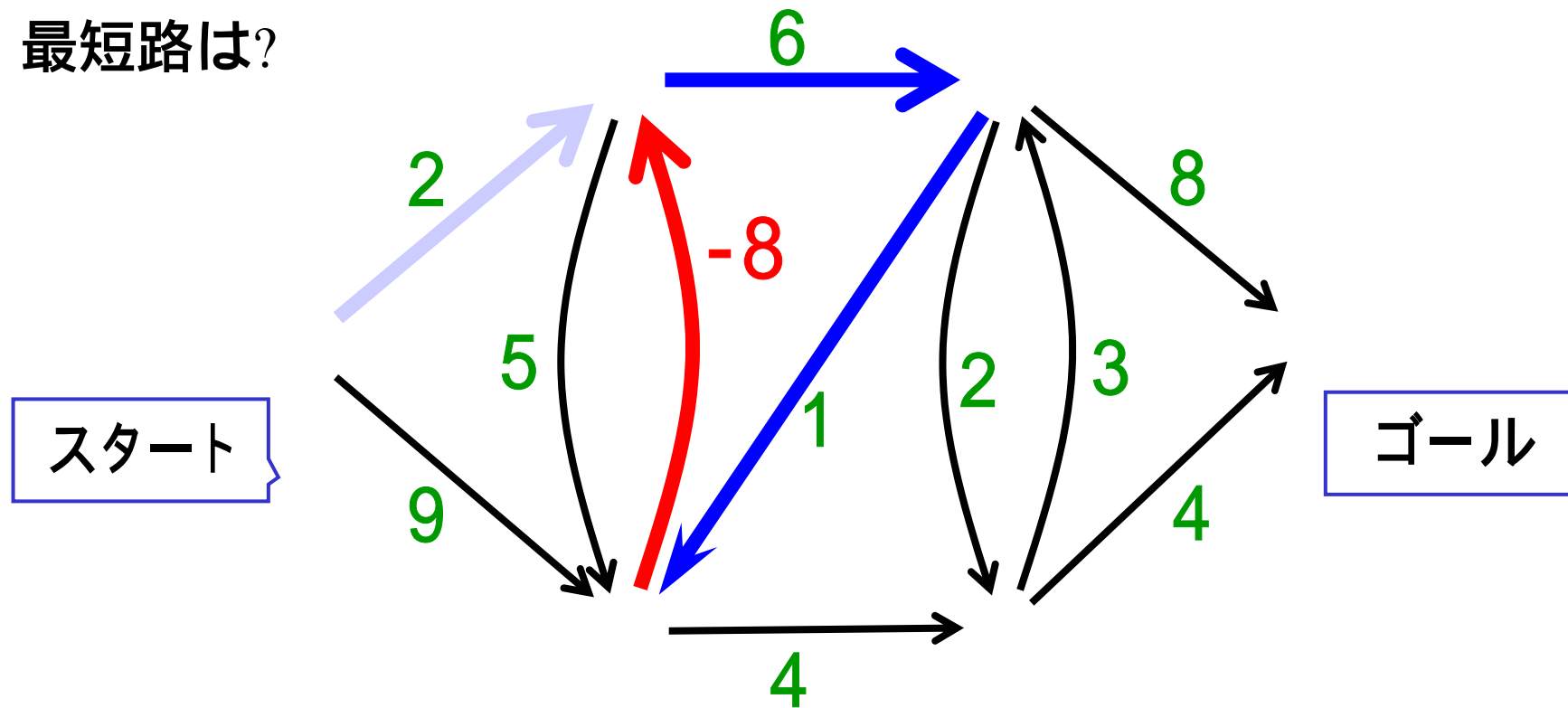
# 例題2 負の長さがある場合

最短路を求めよ



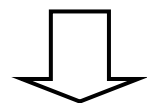
## 例題2(続) 負閉路の存在

最短路は?



ダイクストラ法で実施

確定したはずの点が確定できない  
正しい最短路を導かない



負の値があるときは, 別な解法を適用 (例: **べき乗法**)

# 応用例1 端末取替

5年契約で端末リースを受けたい

費用は、5年分のリース料と維持費の合計

## 端末リース料

## 端末維持費

から

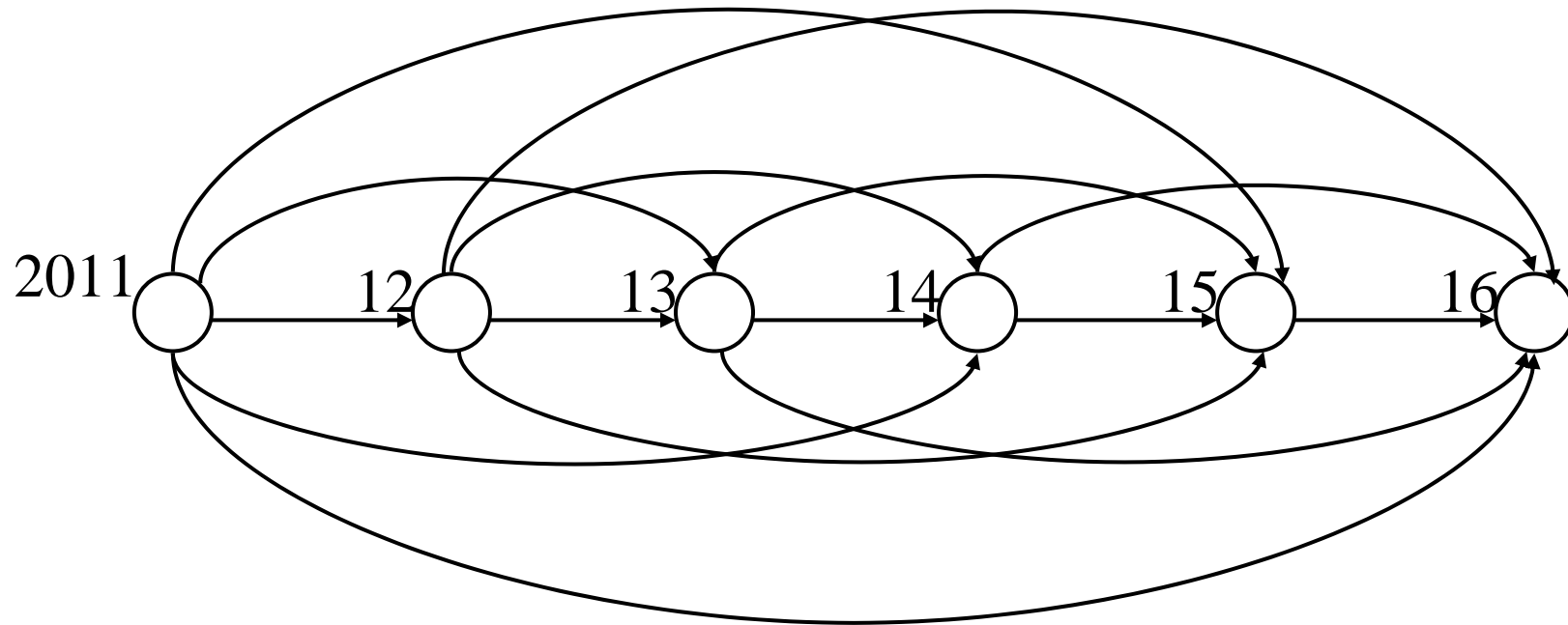
	12年	13年	14年	15年	16年
2011年	5	9	13	15	19
2012年		6	10	17	17
2013年			7	15	15
2014年				9	12
2015年					11
				(百万円)	

まで

1年間	1
2年間	3
3年間	6
4年間	11
5年間	16
	(百万円)

5年間の最も安価な契約内容を提案せよ

## 応用例1 (続き) ネットワークで表現しよう



- 費用最小な取替計画を見つけよう
- 最短路問題との関連は?



# ダイクストラ法的高速実現法

ポテンシャル最小の点を高速に発見する

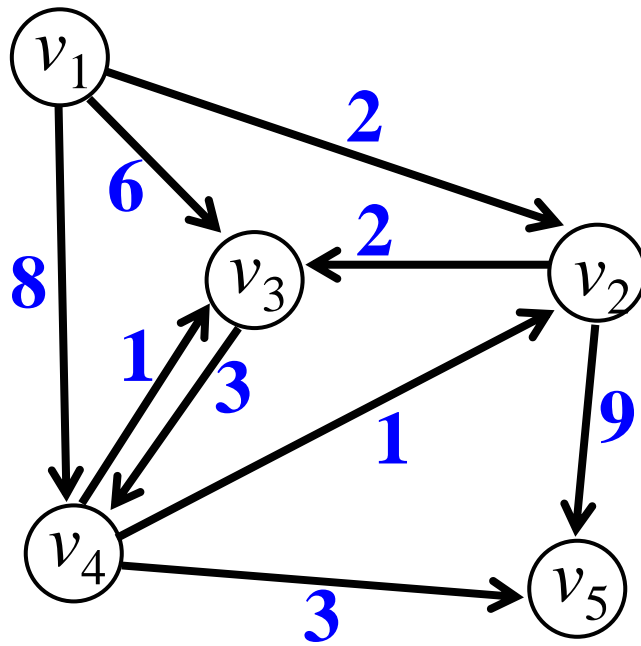
- 未確定点を配列でなくリスト構造で保持  
(走査する点数を減らす)
- 未確定点をポテンシャルの値順に整列  
整列アルゴリズムの知識が必要

効率的実装に

基本的なアルゴリズム+  
データ構造の知識は  
不可欠



## 演習6-1



- (1) 点 $v_1$ を根とした最短路木と、各点までの最短距離を求めよ。
- (2) 有向グラフの枝の向きを無視した無向グラフを考える。最小木とその重さを求めよ。

## 演習6-2

文教警備では9時から17時までの警備を契約社員でまかなう。  
警備には常時一人いれば十分である(複数人いても問題はない)。  
契約社員の中で候補者をリストアップした。

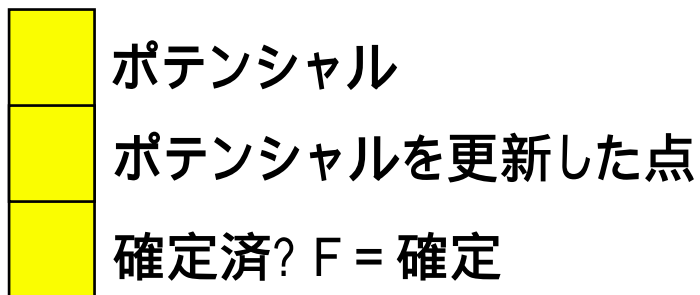
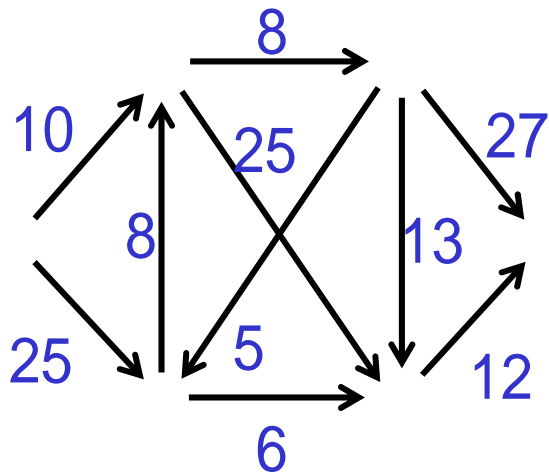
社員ID	A	B	C	D	E	F	G	H
労働 時間帯	9-12	9-11	11-13	12-15	12-17	14-17	13-16	16-17
給料	31	14	16	22	38	20	26	9

契約上、各社員の労働時間帯も給料も変更はできない。  
1日当たりの総給与を最小にしたい。  
誰にいつで働いてもらうかの雇用計画を提案せよ。

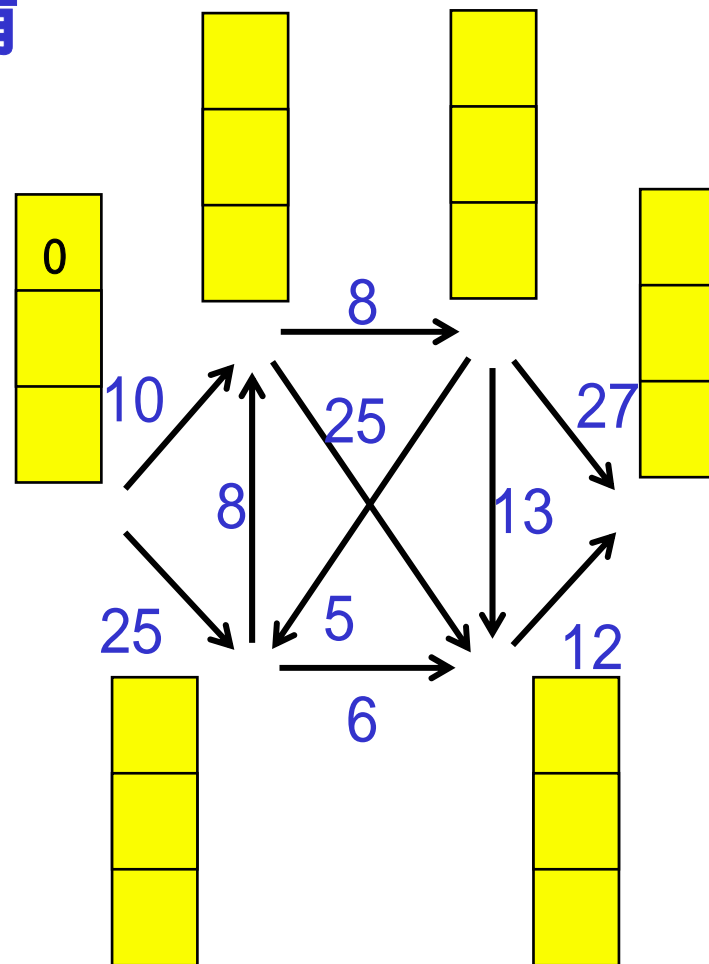


# 練習1 解答例詳細

の最短路は?

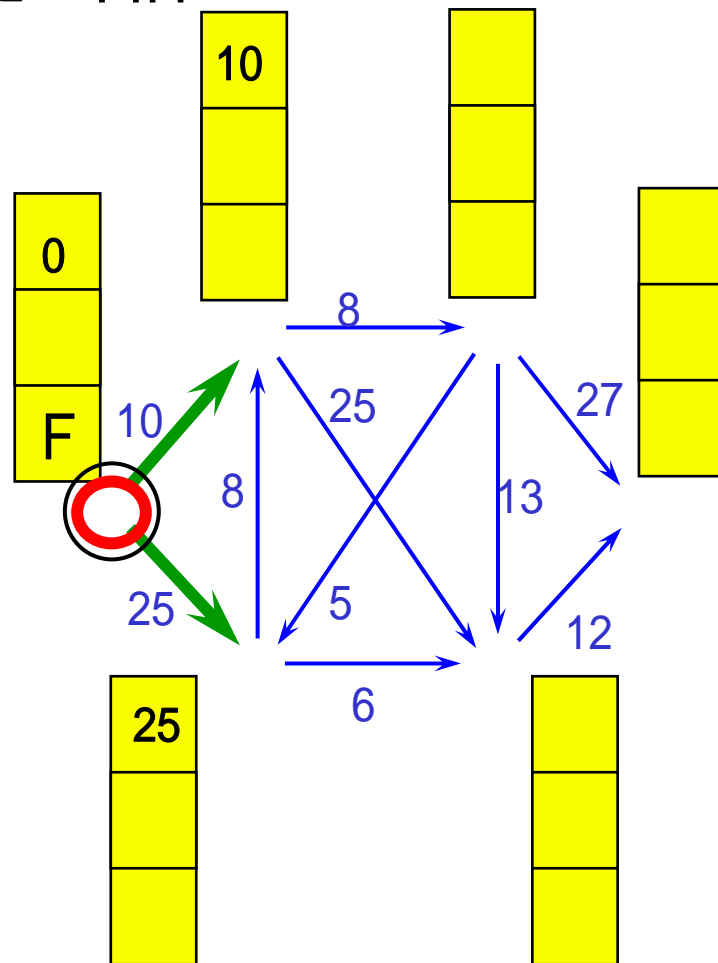


準備

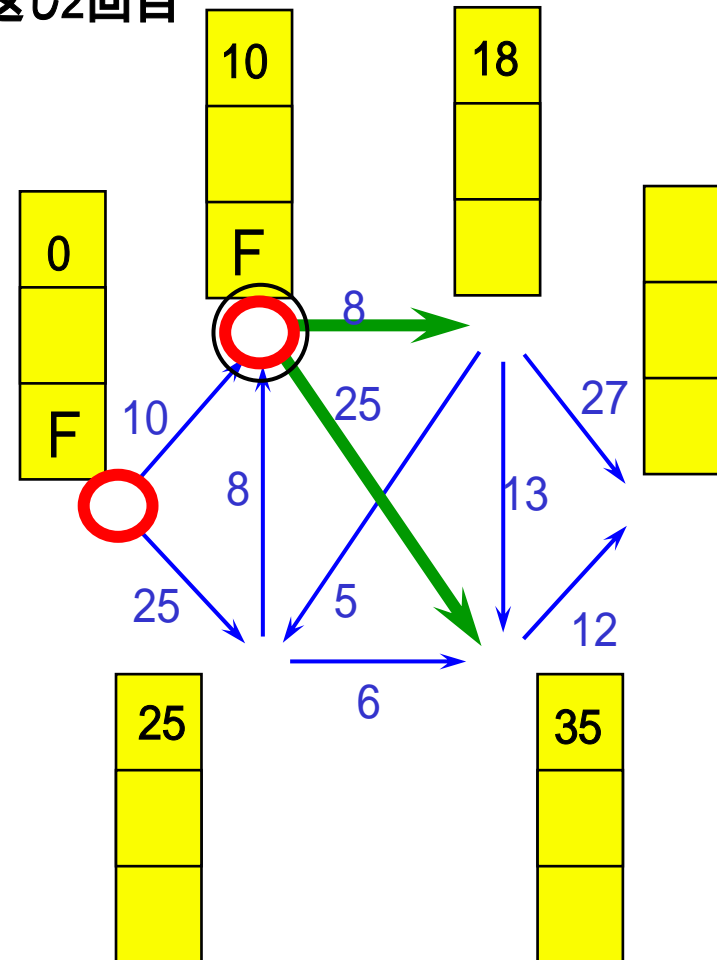


# 練習1 ポテンシャルの更新

繰り返し1回目

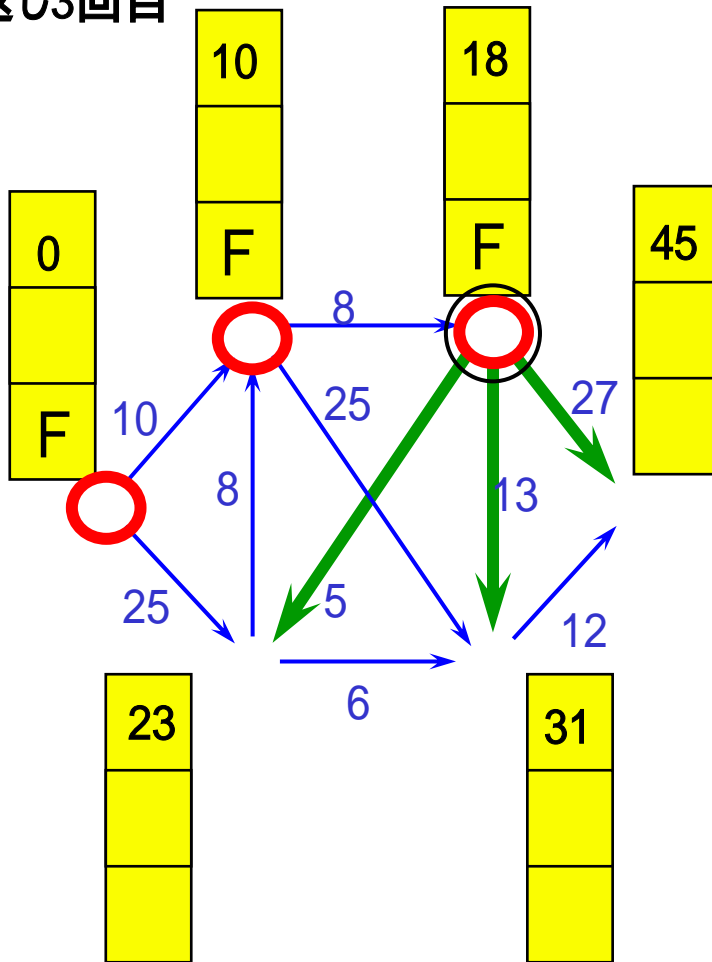


繰り返し2回目

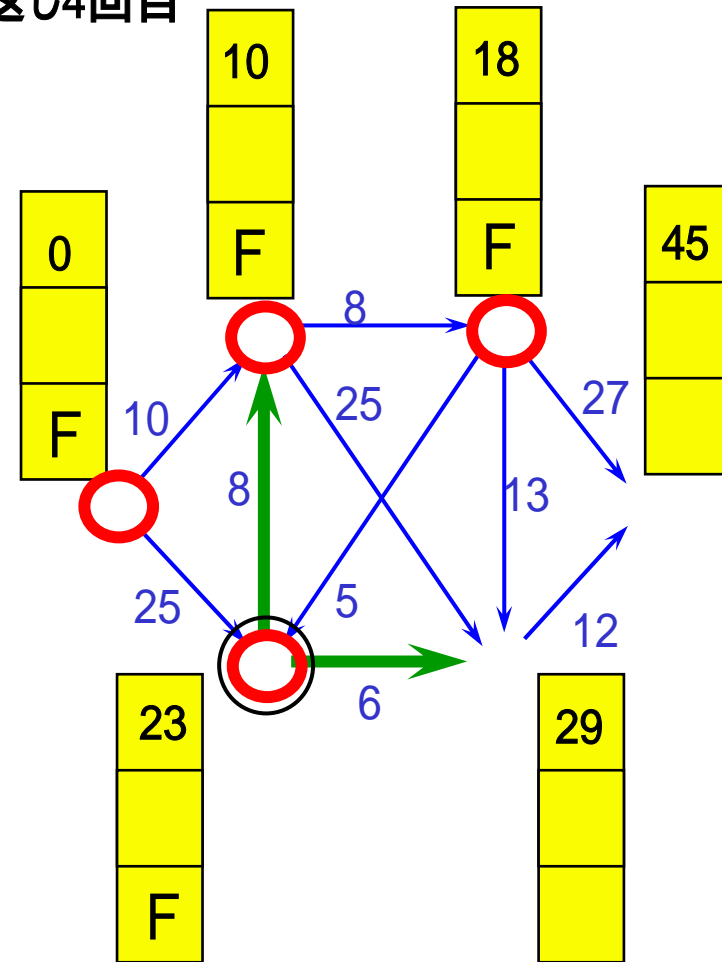


# 練習1 ポテンシャルの更新(2)

繰り返し3回目

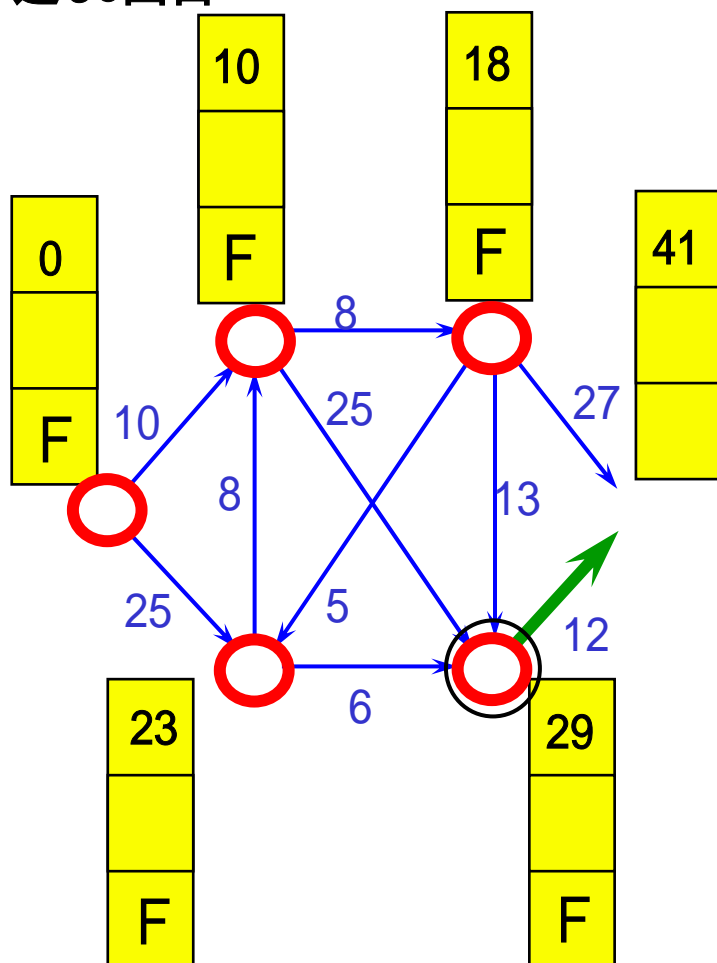


繰り返し4回目

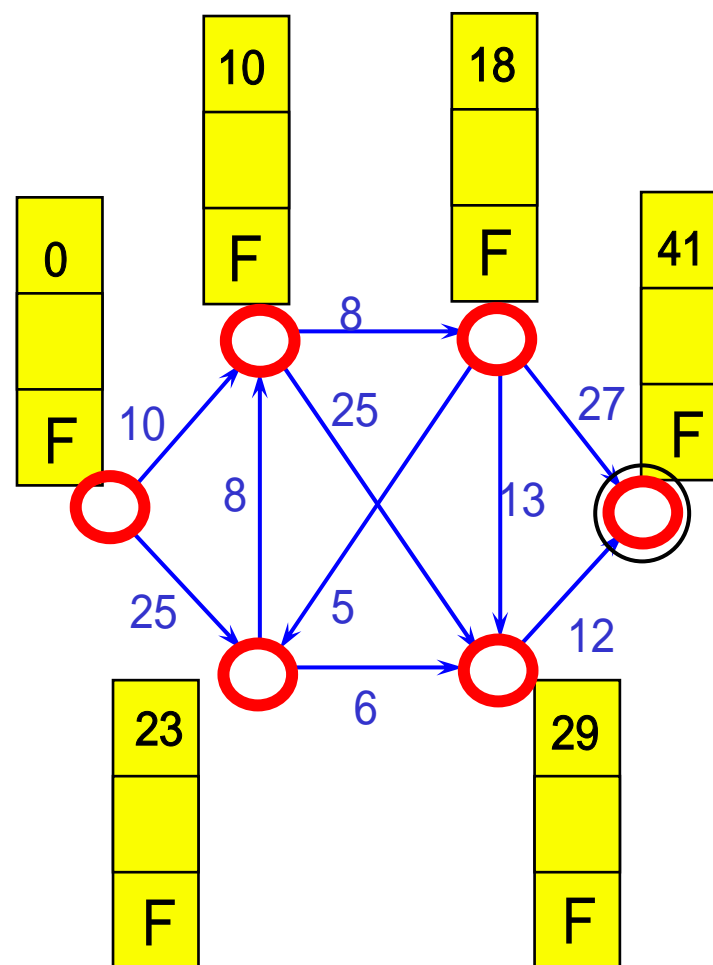


# 練習1 ポテンシャルの更新(3)

繰り返し5回目

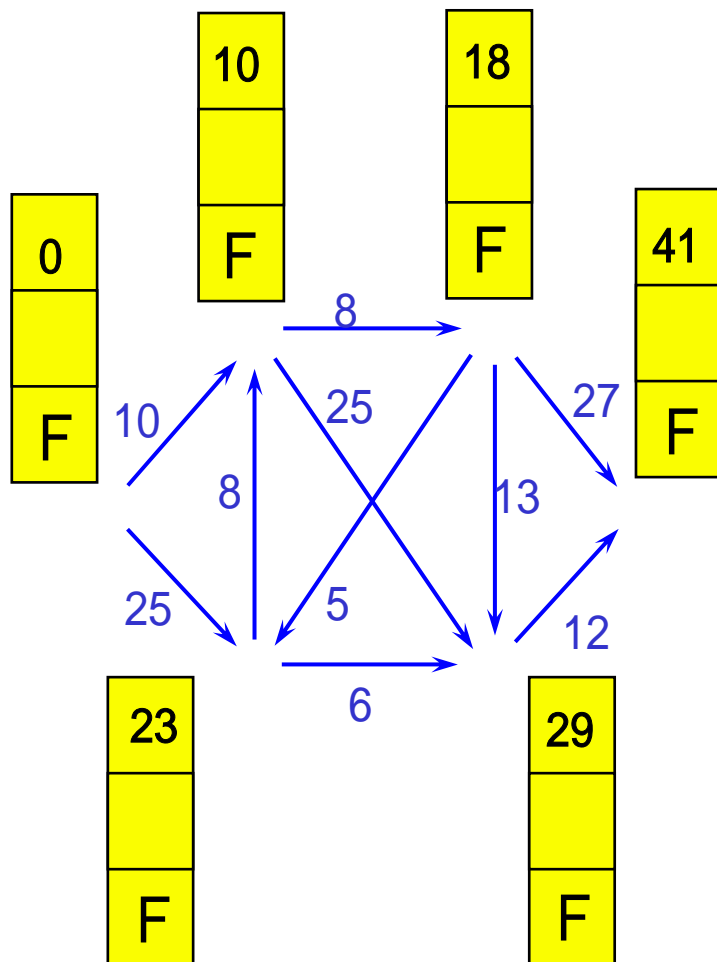


繰り返し6回目



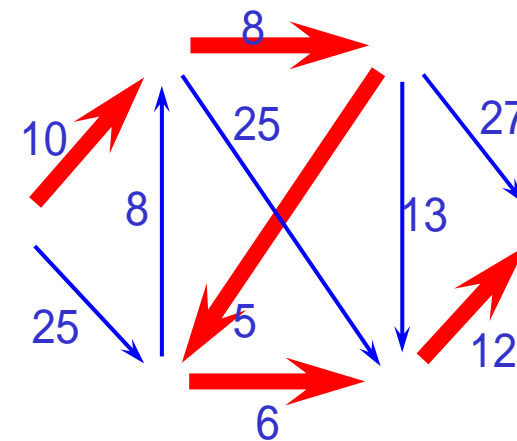
# 練習1 解答例 まとめ

繰り返し6回目



終了

を根とした最短路木



最短路の長さは41