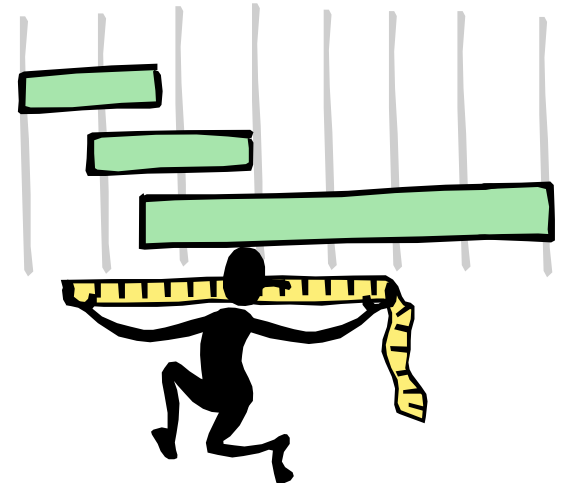


日程計画 (5)

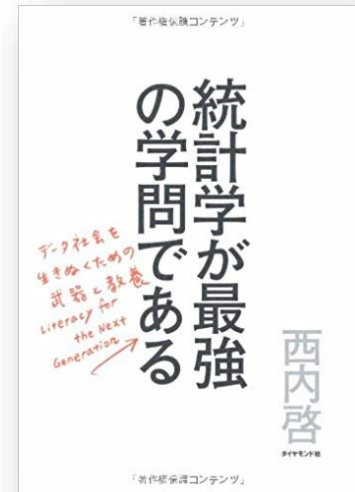
作業時間が不確定な場合の管理法



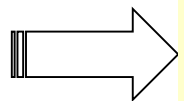
ここで学ぶこと



- 統計学は問題解決の王道
 - ⇒ オペレーションズ・リサーチでも利用
- 簡易的利用例の紹介
 - 作業日数予測: 3点見積もり法
- いい加減 vs 確率の把握
 - 確率認識がリスクの制御の基盤



2013年ベストセラー



オペレーションズ・リサーチの主な手法のひとつ
統計の手法に触れる

作業〇〇は何日かかる？

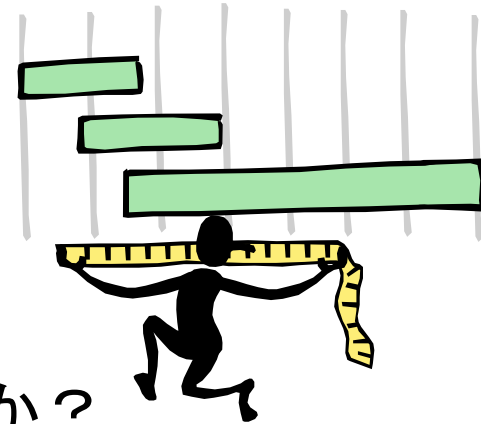


ウーレン



将来の予測

対処法



過去データ(経験・知識・類推)があるか？

有

無(乏しい)

1点見積もり法

3点見積もり法

最も確からしい
作業時間を推定

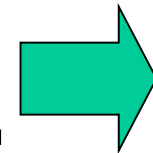
経験的手法
数学的な根拠なし ⇒ 知ると
便利

統計学の知識
がバックアップ

※ 作業時間のばらつきが
大きい時も活用可能

3点見積もり法

- 準備する3つのデータ
 - 楽観値: 順調に進んだ場合の作業時間
 - 最可能値: 通常の場合の作業時間
 - 悲観値: 調子悪く進んだ場合の作業時間
- 準備した3つのデータを用いて
作業時間の
 - 期待値
 - ばらつき(標準偏差) を推定



PERTに利用

例題4-1

3点見積りで使用する3つのデータの例

作業名	先行作業	楽観値	最可能値	悲観値
A	なし	3	5	7
B	A	5	13	15
C	B	4	5	12
D	B	10	11	18
E	A	7	9	11
F	E	5	6	7
G	C,D,F	9	10	17

作業時間の分布を推定する

作業時間分布は以下の特徴を持つ正規分布に従うと**仮定**

- 作業時間の**期待値** μ



復習してみよう

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \times \text{楽観値} + 2 \times \text{最可能値} + \frac{1}{2} \times \text{悲観値} \right)$$
$$= \frac{\text{楽観値} + 4 \times \text{最可能値} + \text{悲観値}}{6}$$

- 作業時間の**分散** σ^2  **標準偏差(ばらつき)** σ

$$= \left(\frac{\text{悲観値} - \text{楽観値}}{6} \right)^2$$

例題4-1

算出しよう

あるプロジェクトの作業リスト

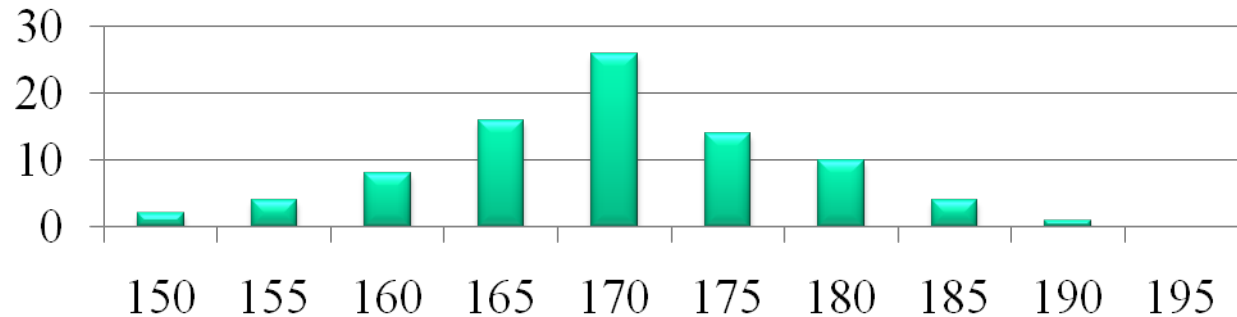
作業名	先行作業	楽観値	最可能値	悲観値	期待値	分散	標準偏差
A	なし	3	5	7			
B	A	5	13	15			
C	B	4	5	12	6	16/9	4/3
D	B	10	11	18	12	16/9	4/3
E	A	7	9	11	9	4/9	2/3
F	E	5	6	7	6	1/9	1/3
G	C,D,F	9	10	17	11	16/9	4/3

復習 正規分布(1)

分布とは？ → ある事象の頻度を数値化したモノ

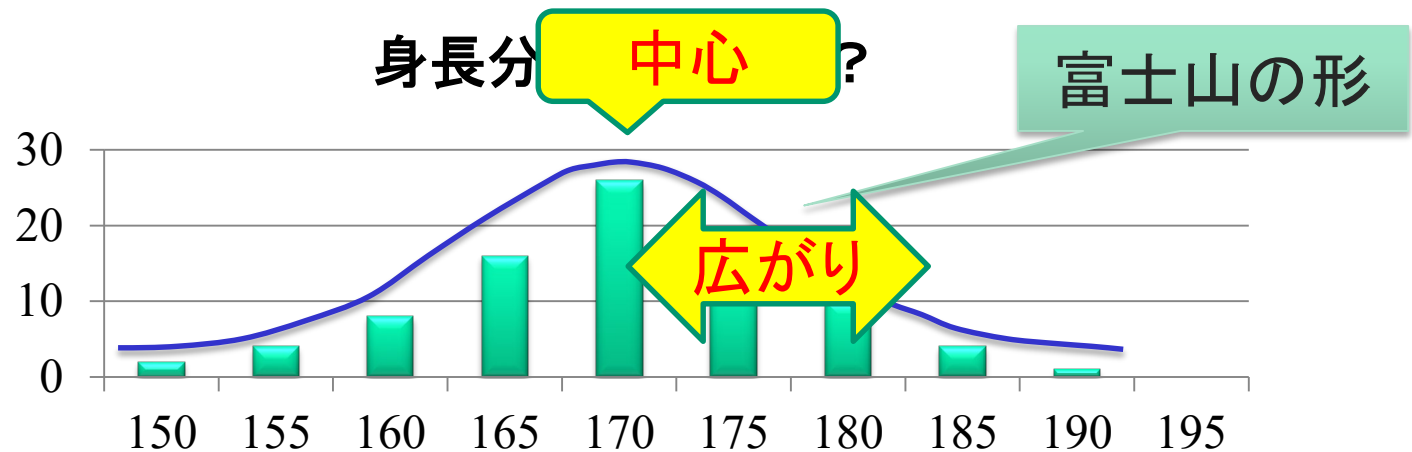
例

受講生の身長分布



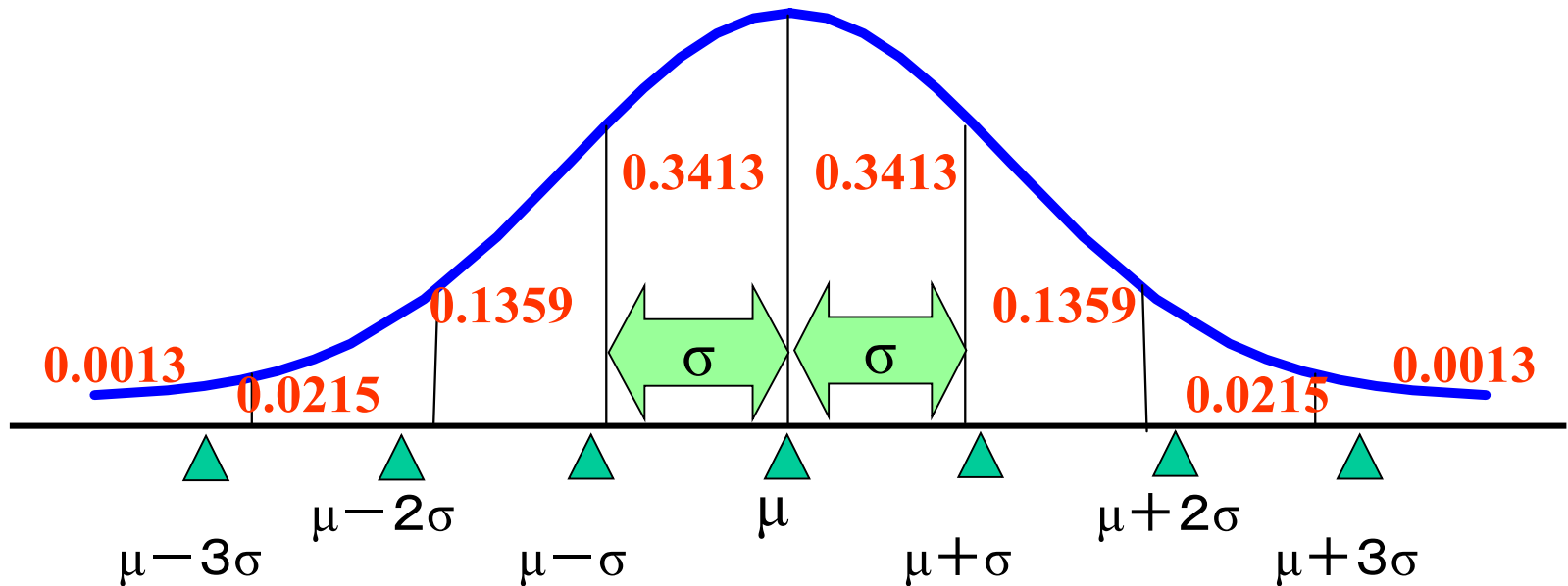
正規分布

平均と
標準偏差で
特徴づけ



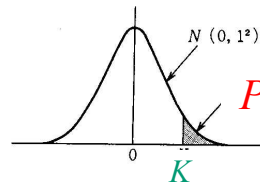
復習 正規分布(2)

「作業日数が、平均 μ 、標準偏差 σ の正規分布に従う」とは？



細かい数字は**正規分布表**から得られる

正規分布表



1 P から K を求める表

P	.10	.05	.025	.010	.005
K	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

2 K から P を求める表

K	*=0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.0*	.500 0	.496 0	.492 0	.488 0	.484 0	.480 1	.476 1	.472 1	.468 1	.464 1
.1*	.460 2	.456 2	.452 2	.448 3	.444 3	.440 4	.436 4	.432 5	.428 6	.424 7
.2*	.420 7	.416 8	.412 9	.409 0	.405 2	.401 3	.397 4	.393 6	.389 7	.385 9
.3*	.382 1	.378 3	.374 5	.370 7	.366 9	.363 2	.359 4	.355 7	.352 0	.348 3
.4*	.344 6	.340 9	.337 2	.333 6	.330 0	.326 4	.322 8	.319 2	.315 6	.312 1
.5*	.308 5	.305 0	.301 5	.298 1	.294 6	.291 2	.287 7	.284 3	.281 0	.277 6
.6*	.274 3	.270 9	.267 6	.264 3	.261 1	.257 8	.254 6	.251 4	.248 3	.245 1
.7*	.242 0	.238 9	.235 8	.232 7	.229 6	.226 6	.223 6	.220 6	.217 7	.214 8
.8*	.211 9	.209 0	.206 1	.203 3	.200 5	.197 7	.194 9	.192 2	.189 4	.186 7
.9*	.184 1	.181 4	.178 8	.176 2	.173 6	.171 1	.168 5	.166 0	.163 5	.161 1
1.0*	.158 7	.156 2	.153 9	.151 5	.149 2	.146 9	.144 6	.142 3	.140 1	.137 9
1.1*	.135 7	.133 5	.131 4	.129 2	.127 1	.125 1	.123 0	.121 0	.119 0	.117 0
1.2*	.115 1	.113 1	.111 2	.109 3	.107 5	.105 6	.103 8	.102 0	.100 3	.098 5
1.3*	.096 8	.095 1	.093 4	.091 8	.090 1	.088 5	.086 9	.085 3	.083 8	.082 3
1.4*	.080 8	.079 3	.077 8	.076 4	.074 9	.073 5	.072 1	.070 8	.069 4	.068 1
1.5*	.066 8	.065 5	.064 3	.063 0	.061 8	.060 6	.059 4	.058 2	.057 1	.055 9
1.6*	.054 8	.053 7	.052 6	.051 6	.050 5	.049 5	.048 5	.047 5	.046 5	.045 5
1.7*	.044 6	.043 6	.042 7	.041 8	.040 9	.040 1	.039 2	.038 4	.037 5	.036 7
1.8*	.035 9	.035 1	.034 4	.033 6	.032 9	.032 2	.031 4	.030 7	.030 1	.029 4
1.9*	.028 7	.028 1	.027 4	.026 8	.026 2	.025 6	.025 0	.024 4	.023 9	.023 3
2.0*	.022 8	.022 2	.021 7	.021 2	.020 7	.020 2	.019 7	.019 2	.018 8	.018 3
2.1*	.017 9	.017 4	.017 0	.016 6	.016 2	.015 8	.015 4	.015 0	.014 6	.014 3
2.2*	.013 9	.013 6	.013 2	.012 9	.012 5	.012 2	.011 9	.011 6	.011 3	.011 0
2.3*	.010 7	.010 4	.010 2	.009 9	.009 6	.009 4	.009 1	.008 9	.008 7	.008 4
2.4*	.008 2	.008 0	.007 8	.007 5	.007 3	.007 1	.006 9	.006 8	.006 6	.006 4
2.5*	.006 2	.006 0	.005 9	.005 7	.005 5	.005 4	.005 2	.005 1	.004 9	.004 8
2.6*	.004 7	.004 5	.004 4	.004 3	.004 1	.004 0	.003 9	.003 8	.003 7	.003 6
2.7*	.003 5	.003 4	.003 3	.003 2	.003 1	.003 0	.002 9	.002 8	.002 7	.002 6
2.8*	.002 6	.002 5	.002 4	.002 3	.002 3	.002 2	.002 1	.002 1	.002 0	.001 9
2.9*	.001 9	.001 8	.001 8	.001 7	.001 6	.001 6	.001 5	.001 5	.001 4	.001 4
3.0*	.001 3	.001 3	.001 3	.001 2	.001 2	.001 1	.001 1	.001 1	.001 0	.001 0

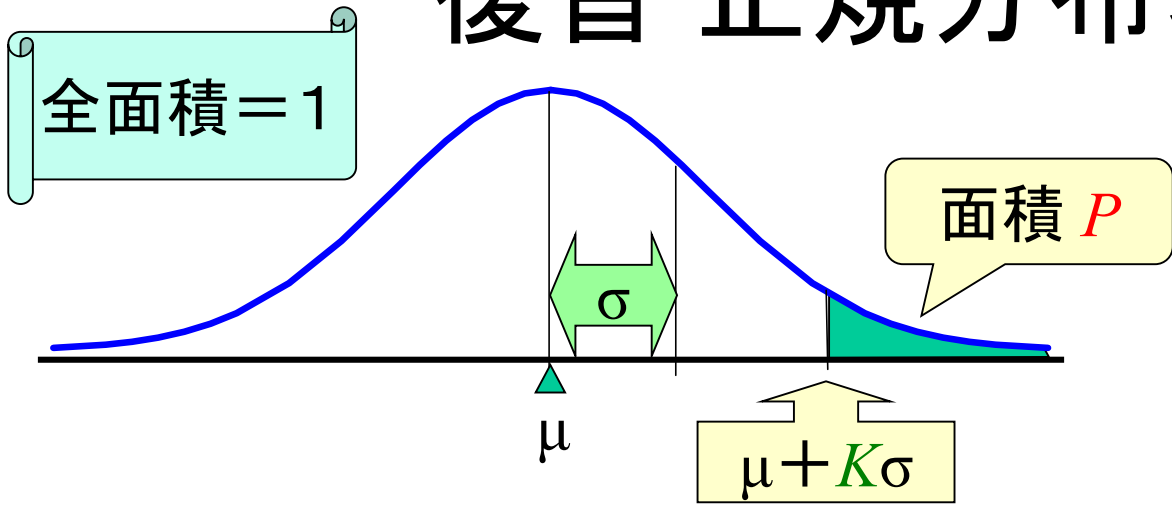
P : 該当部分の面積
(=確率)

K : 中心からの離れ具合
(注目値) = $\mu + K \times \sigma$

例 $K=1.46$ に対する P は, 1.4^* の行と $*=6$ の列の交わるころの値 $.0721$ である.

復習 正規分布表

期待値 μ より
標準偏差の K
倍離れている



$K=0.13$ の時の
 P の値は0.4483

面積

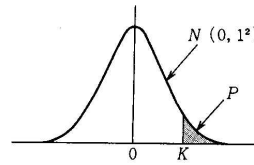
正規分布表: K から P を求める表

下2桁
目

	★=0	1	2	3	4	5	...
.0★	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	...
.1★	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	...
.2★	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	...

下1桁目

練習：正規分布表



1 PからKを求める表

P	.10	.05	.025	.010	.005
K	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

2 KからPを求める表

K	*=0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.0*	.500 0	.496 0	.492 0	.488 0	.484 0	.480 1	.476 1	.472 1	.468 1	.464 1
.1*	.460 2	.456 2	.452 2	.448 3	.444 3	.440 4	.436 4	.432 5	.428 6	.424 7
.2*	.420 7	.416 8	.412 9	.409 0	.405 2	.401 3	.397 4	.393 6	.389 7	.385 9
.3*	.382 1	.378 3	.374 5	.370 7	.366 9	.363 2	.359 4	.355 7	.352 0	.348 3
.4*	.344 6	.340 9	.337 2	.333 6	.330 0	.326 4	.322 8	.319 2	.315 6	.312 1
.5*	.308 5	.305 0	.301 5	.298 1	.294 6	.291 2	.287 7	.284 3	.281 0	.277 6
.6*	.274 3	.270 9	.267 6	.264 3	.261 1	.257 8	.254 6	.251 4	.248 3	.245 1
.7*	.242 0	.238 9	.235 8	.232 7	.229 6	.226 6	.223 6	.220 6	.217 7	.214 8
.8*	.211 9	.209 0	.206 1	.203 3	.200 5	.197 7	.194 9	.192 2	.189 4	.186 7
.9*	.184 1	.181 4	.178 8	.176 2	.173 6	.171 1	.168 5	.166 0	.163 5	.161 1
1.0*	.158 7	.156 2	.153 9	.151 5	.149 2	.146 9	.144 6	.142 3	.140 1	.137 9
1.1*	.135 7	.133 5	.131 4	.129 2	.127 1	.125 1	.123 0	.121 0	.119 0	.117 0
1.2*	.115 1	.113 1	.111 2	.109 3	.107 5	.105 6	.103 8	.102 0	.100 3	.098 5
1.3*	.096 8	.095 1	.093 4	.091 8	.090 1	.088 5	.086 9	.085 3	.083 8	.082 3
1.4*	.080 8	.079 3	.077 8	.076 4	.074 9	.073 5	.072 1	.070 8	.069 4	.068 1
1.5*	.066 8	.065 5	.064 3	.063 0	.061 8	.060 6	.059 4	.058 2	.057 1	.055 9
1.6*	.054 8	.053 7	.052 6	.051 6	.050 5	.049 5	.048 5	.047 5	.046 5	.045 5
1.7*	.044 6	.043 6	.042 7	.041 8	.040 9	.040 1	.039 2	.038 4	.037 5	.036 7
1.8*	.035 9	.035 1	.034 4	.033 6	.032 9	.032 2	.031 4	.030 7	.030 1	.029 4
1.9*	.028 7	.028 1	.027 4	.026 8	.026 2	.025 6	.025 0	.024 4	.023 9	.023 3
2.0*	.022 8	.022 2	.021 7	.021 2	.020 7	.020 2	.019 7	.019 2	.018 8	.018 3
2.1*	.017 9	.017 4	.017 0	.016 6	.016 2	.015 8	.015 4	.015 0	.014 6	.014 3
2.2*	.013 9	.013 6	.013 2	.012 9	.012 5	.012 2	.011 9	.011 6	.011 3	.011 0
2.3*	.010 7	.010 4	.010 2	.009 9	.009 6	.009 4	.009 1	.008 9	.008 7	.008 4
2.4*	.008 2	.008 0	.007 8	.007 5	.007 3	.007 1	.006 9	.006 8	.006 6	.006 4
2.5*	.006 2	.006 0	.005 9	.005 7	.005 5	.005 4	.005 2	.005 1	.004 9	.004 8
2.6*	.004 7	.004 5	.004 4	.004 3	.004 1	.004 0	.003 9	.003 8	.003 7	.003 6
2.7*	.003 5	.003 4	.003 3	.003 2	.003 1	.003 0	.002 9	.002 8	.002 7	.002 6
2.8*	.002 6	.002 5	.002 4	.002 3	.002 3	.002 2	.002 1	.002 1	.002 0	.001 9
2.9*	.001 9	.001 8	.001 8	.001 7	.001 6	.001 6	.001 5	.001 5	.001 4	.001 4
3.0*	.001 3	.001 3	.001 3	.001 2	.001 2	.001 1	.001 1	.001 1	.001 0	.001 0

例 K=1.46に対するPは、1.4*の行と *=6 の列の交わるところの値 .0721 である。

(1) K=0.24の時

⇒ P=

(2) K=1.06の時

⇒ P=

(3) P=0.1711の時

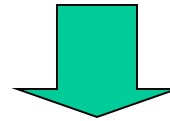
⇒ K=

(4) P=0.05の時

⇒ K=

復習 正規分布の意味

- 作業Dの期待値12(日) 分散16/9(日)



標準偏差は (日)

Q1. 作業Dが12日以内で終了する確率は？

Q2. 作業Dが14日以上かかって終了する確率は？

復習

「期待値が12日，分散が16/9の正規分布に従う」とは？

標準偏差 $\sigma = 4/3$ (日)

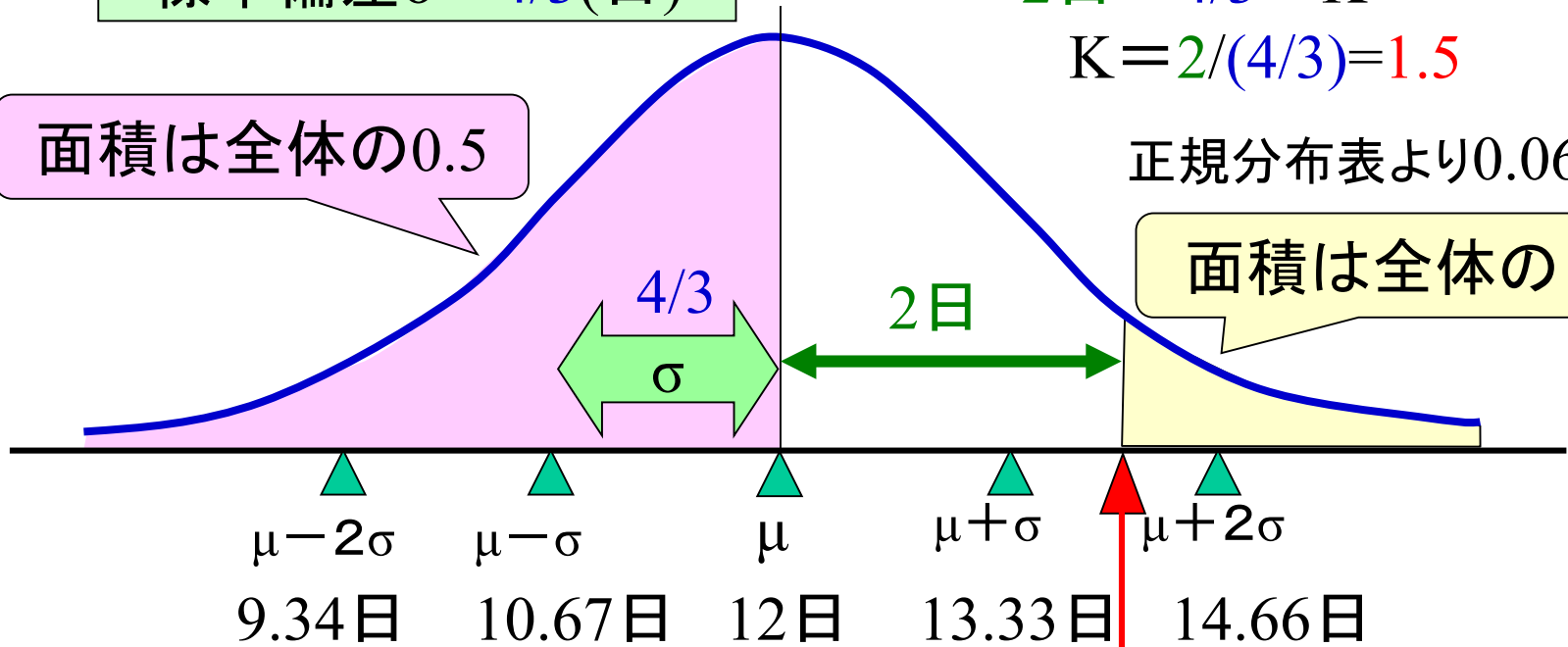
$$2 \text{日} = 4/3 \times K$$

$$K = 2 / (4/3) = 1.5$$

面積は全体の0.5

正規分布表より0.0668

面積は全体の？



① 12日以内

② 14日以上

確率は0.5

確率は0.0668

演習 作業Eが10日以上かかる確率は？

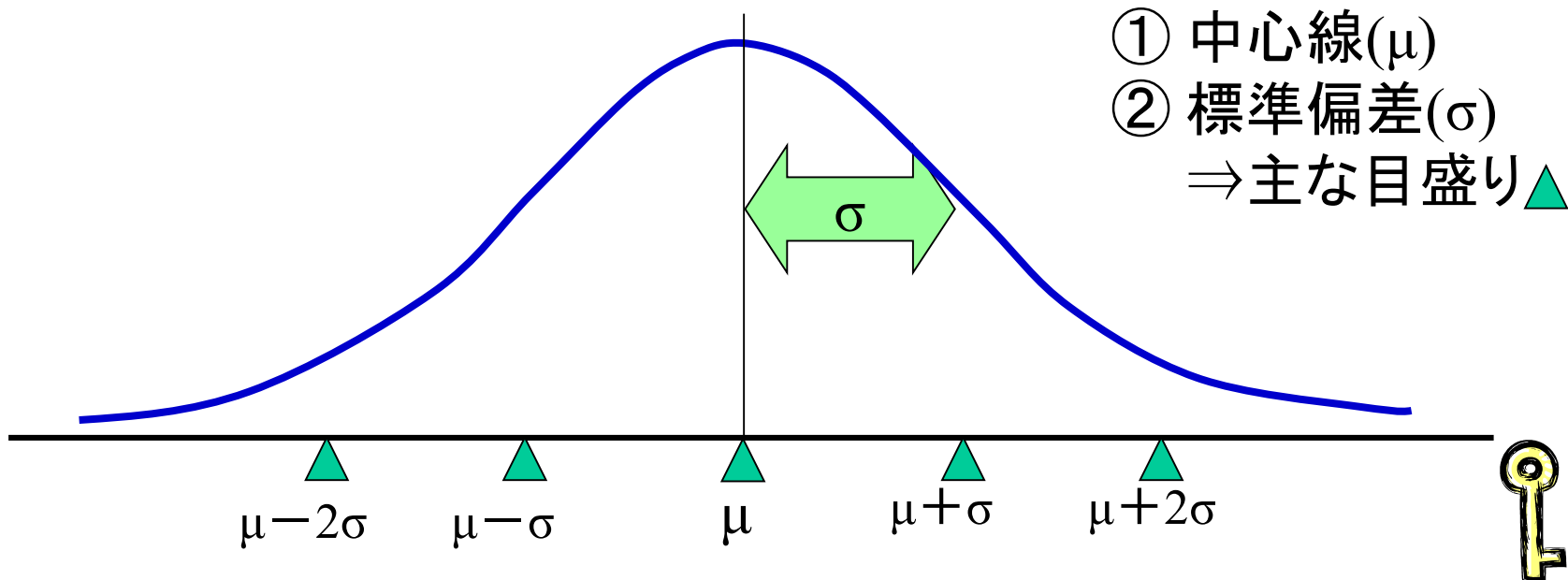
ヒアリング等で把握



3点見積もり法で推定

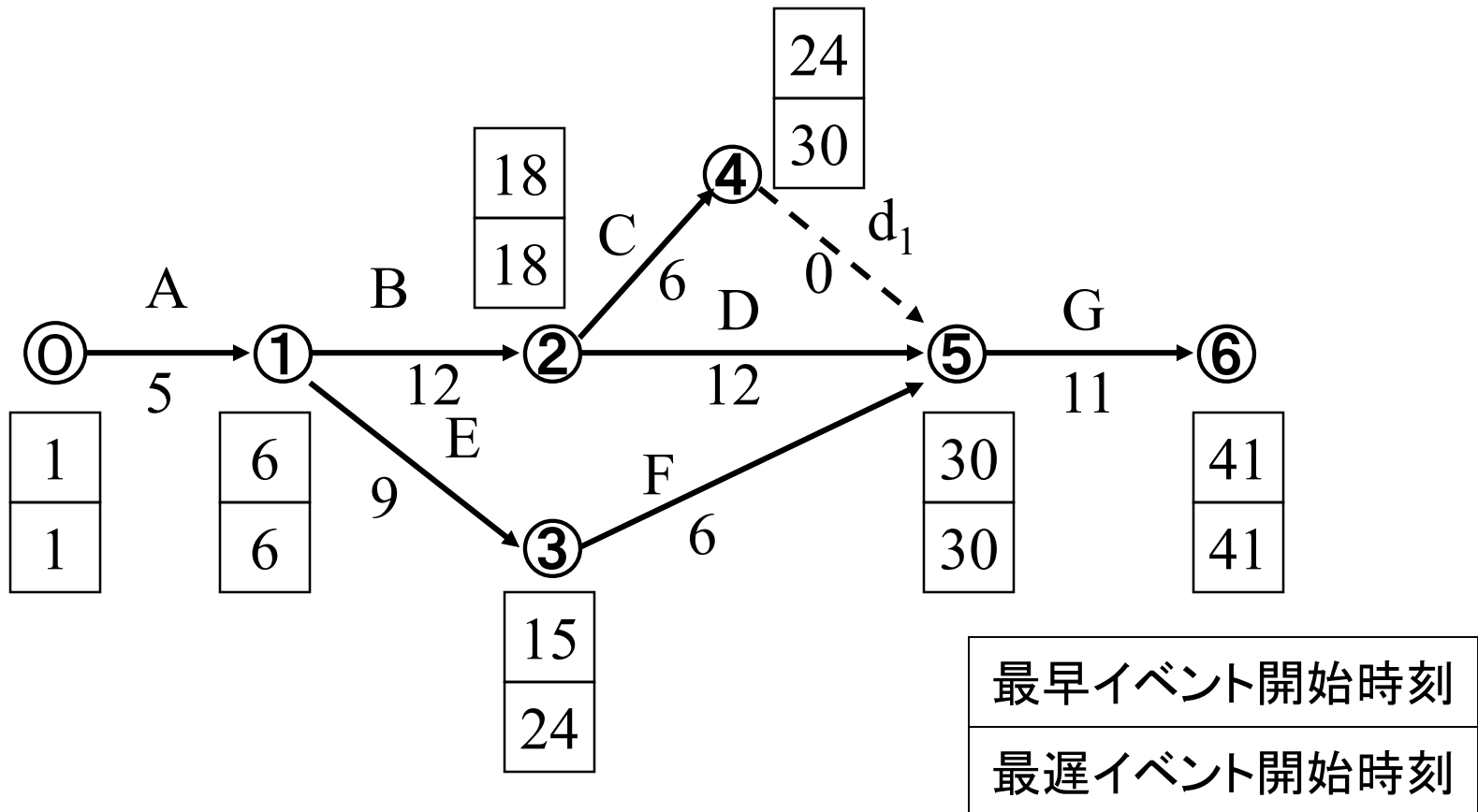
作業名	楽観値	最可能値	悲観値	期待値	分散	標準偏差
E	7	9	11	9	4/9	2/3

↓ 正規分布をイメージ



例題4-1(続)

推定した期待値を用いてアローダイアグラムを作成



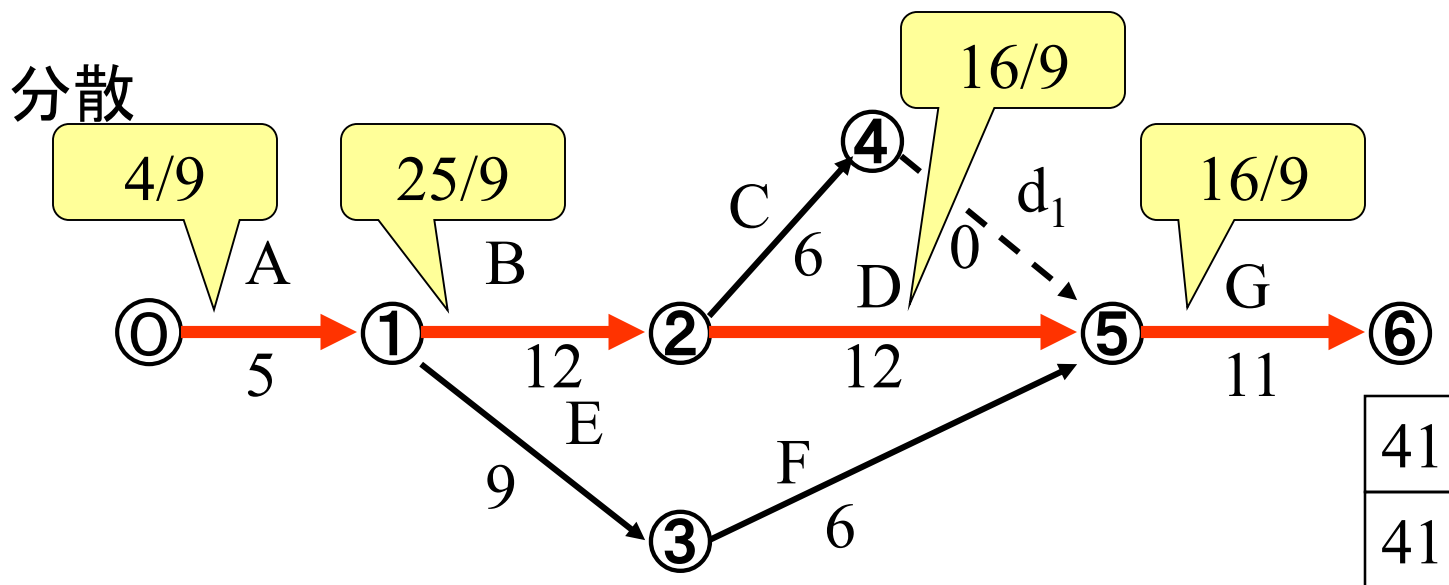
例題4-1(続) PERT計算表

作業	作業時間	要員数	作業時刻				余裕時間			クリティカルパス
			最早		最遅		全	自由	従属	
			開始	終了	開始	終了				
A	5	8	1	6	1	6	0	0	0	☆
B	12	7	6	18	6	18	0	0	0	☆
C	6	8	18	24	24	30	6	0	6	
D	12	5	18	30	18	30	0	0	0	☆
E	9	6	6	15	15	24	9	0	9	
F	6	8	15	21	24	30	9	9	0	
d ₁	0	0	24	24	30	30	6	6	0	
G	11	9	30	41	30	41	0	0	0	☆

プロジェクト完了時刻の分布の推定

期待値 = プロジェクト完了時刻

分散 = クリティカルパス上の作業の作業時間の分散の総和



期待値 = 40

分散 = $(4+25+16+16)/9 = 61/9$

の正規分布に従うと推定する

標準偏差 = 約2.6

※ ダミー作業の分散は0

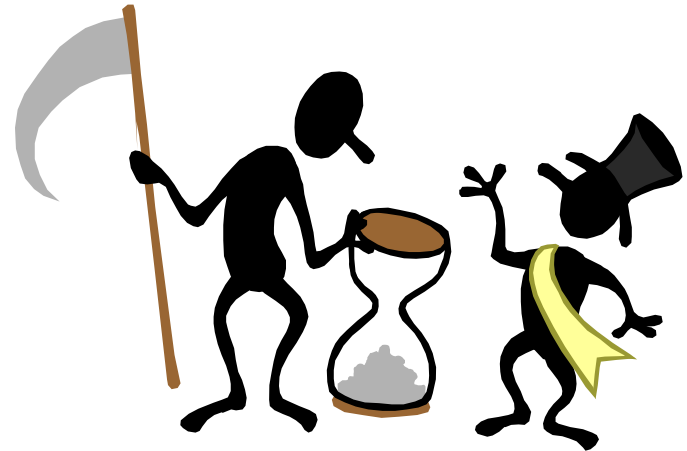
例題4-1(続) 得られたデータの利用

- ① プロジェクトが40日以内に完了する確率は？
- ② プロジェクト完了までに45日以上費やす確率は？
- ③ プロジェクト完了時刻を95%以上の確率で当てるにはプロジェクト完了予定日を最短でいつに設定すればよいか.

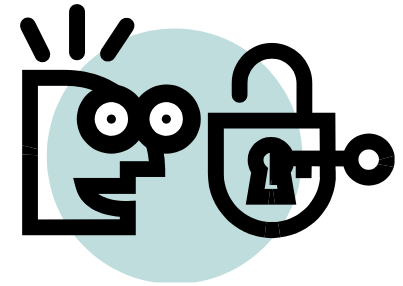


まとめ:「3点見積もり」の手順

1. 3つのデータから各作業の作業時間の分布を推定する.
2. 期待値を使用しクリティカルパスを求める
3. クリティカルパス上の作業のデータからプロジェクト完了時刻の分布を推定する



練習4-1



以下のプロジェクトに要する日数が

- ① 32日以上である確率
- ② 29日以内である確率

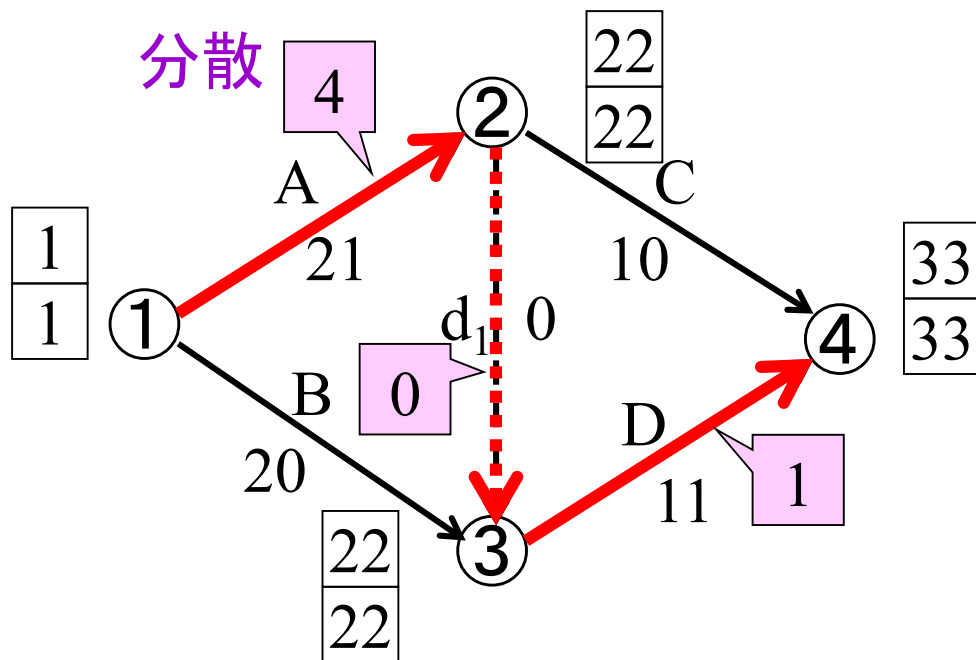
を求めよ.

作業名	先行作業	楽観値	最可能値	悲観値
A	なし	13	22	25
B	なし	17	20	23
C	A	10	10	10
D	A,B	10	10	16

練習4-1 解答例

必要な情報の準備

作業名	先行作業	楽観値	最可能値	悲観値	推定期待値	推定分散
A	なし	13	22	25	21	4
B	なし	17	20	23	20	1
C	A	10	10	10	10	0
D	A,B	10	10	16	11	1



プロジェクト完了時刻
期待値: 32
分散: 4+1=5

練習4-1 解答例(続)

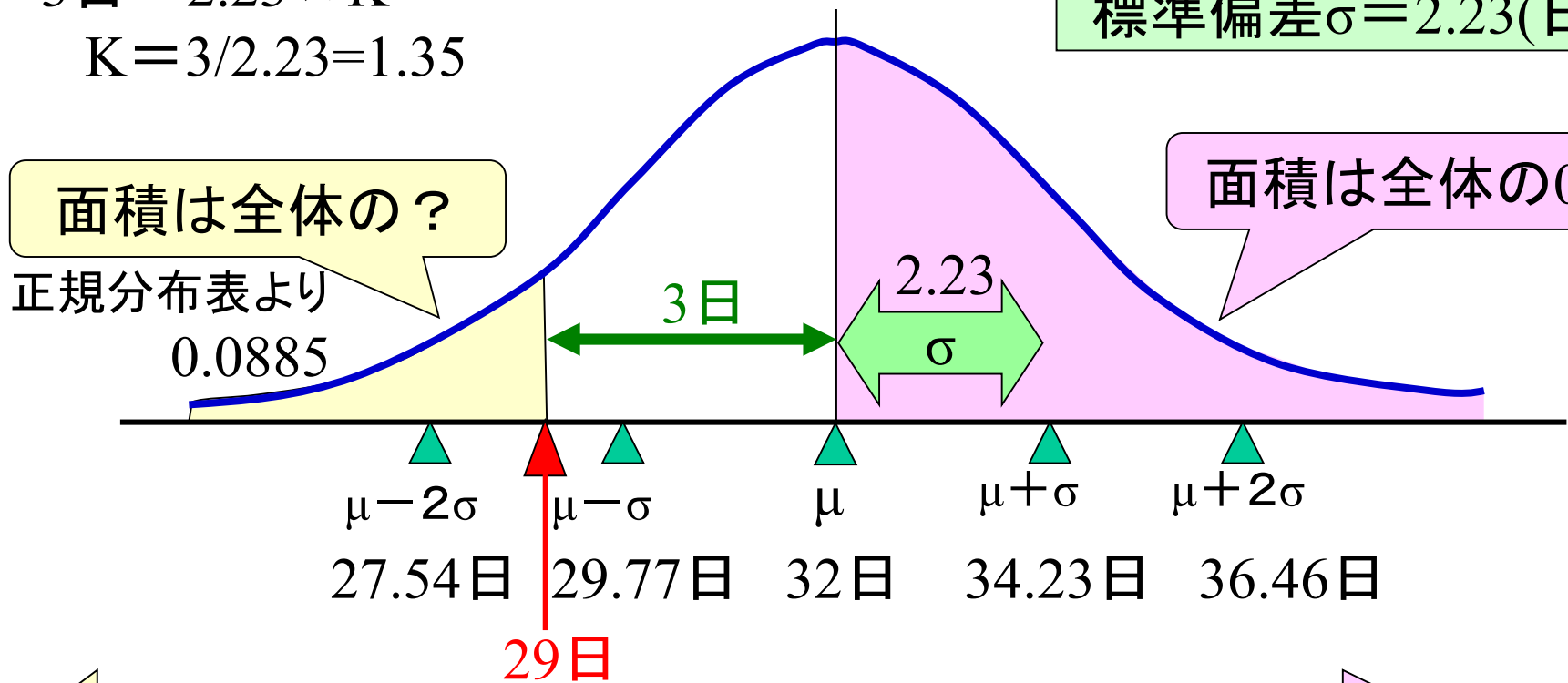
「プロジェクト完了時刻の期待値が32日、分散が5の正規分布に従う」とは?

$$3 \text{日} = 2.23 \times K$$
$$K = 3 / 2.23 = 1.35$$

標準偏差 $\sigma = 2.23$ (日)

面積は全体の?
正規分布表より
0.0885

面積は全体の0.5



② 29日以内で終わる
確率は0.0885

① 32日以上かかる
確率は0.5

ここで学んだこと

- 作業時間等の情報が不確実な時の対応

- 1点見積もり法
- 3点見積もり法

応用イメージ

普段1000個の荷物.
今日, 1200個. 異常?

期待値 μ
標準偏差 σ
の把握が鍵

不確実 = \times いい加減

不確実でもより精度の高い状況把握が
適切な意思決定の鍵



正しく
理解を!



研究者



ORスタッフ



忙しい

現場