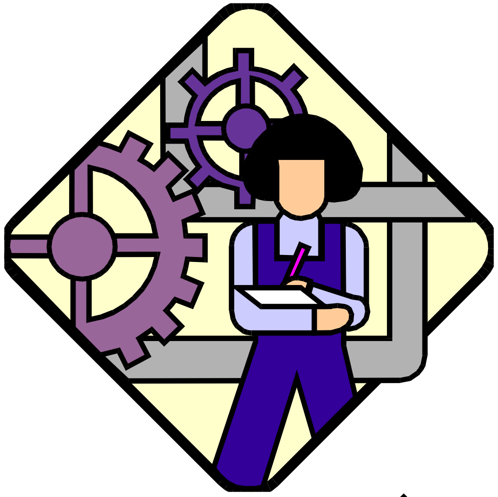


順序を決めるスケジューリング

加工順序問題を題材に

ここで学ぶこと

- 順序を決めるスケジューリング問題の紹介
  - 材料：最適加工順序問題
- 素朴な解法の落とし穴
  - 理論的に解ける vs 実際に解く
- 特殊な問題設定 vs 汎用的な問題設定
  - サイズ大，汎用的問題は手間がかかる

段取り上手

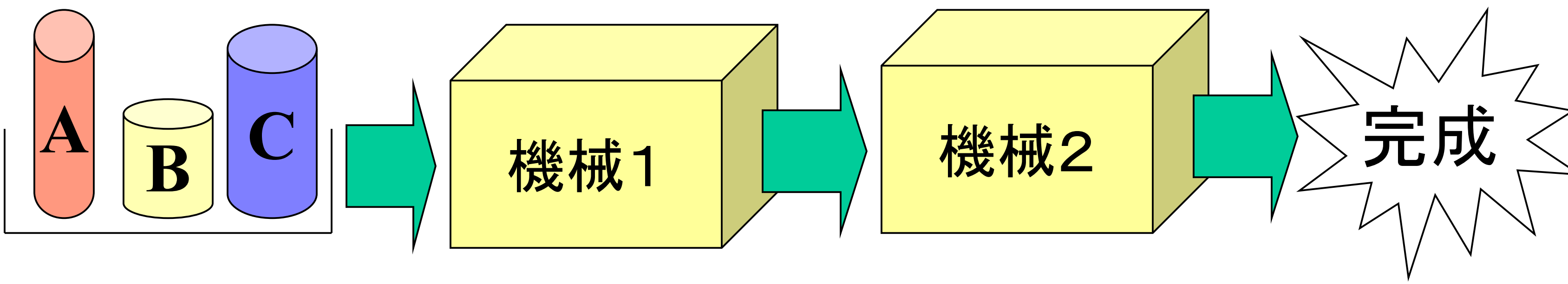
溶く

焼く

どういう順番でつくる？

例題1 処理順を考えよう

製品：先に機械1，次に機械2で加工



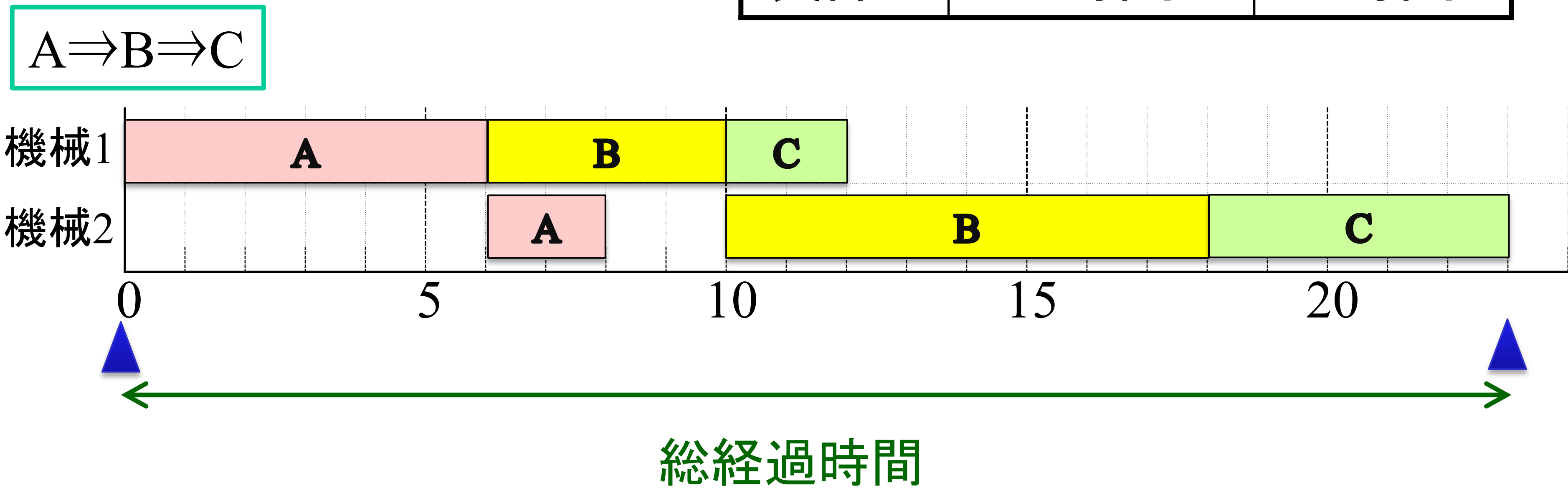
各製品の各機械での加工時間

	機械1	機械2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

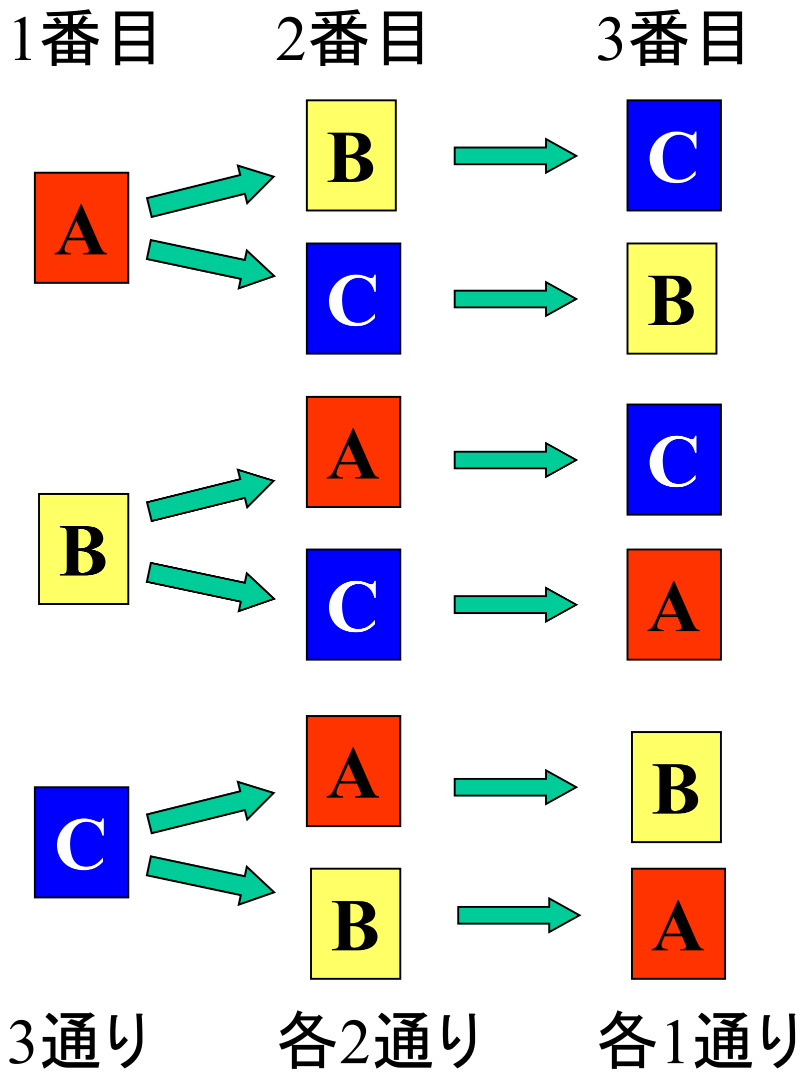
作業を早く終えたい．
加工順序は？

例：A→B→C順で加工

	機械1	機械2
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間



考えられる加工順は？



3×2×1＝6(通り)

演習1

例題1において

- 全加工順でのガントチャートを作成せよ
  - 各加工順での総経過時間は？
- 総経過時間最小の加工順序は？

最適加工順序

ワークシート有

加工順序問題の素朴な解き方
(総当り法)

すべての加工順でのガントチャート作成
⇒総経過時間を算出

ガントチャートの必要枚数

- 製品　3個の時→6枚(=3×2×1)
- 製品　4個の時→24枚(=4× 3×2×1)
- 製品 10個の時→3,628,800枚(=10× … ×1)
- 製品 20個の時→約2,400,000,000,000,000,000枚
=約240京枚
- 製品 50個の時→約3.0×10^{64}枚=約3不可思議

順序の総数

n個のものの並べ方：

$n \times (n-1) \times \cdots \times 1 (=n!)$通り

階乗（かいじょう）

仮定：100万枚/秒でガントチャート作成可能

計算時間

★製品20個の時　約675,806,113時間

＝約28,158,588日

＝約77,146年

★製品50個の時　約9.6×10^{50}年

(約960極年)

組合せ的爆発

コンピュータの限界

2018年11月

- 超高速コンピュータの速度　143,500 TFlops(兆回演算/秒)
  - 製品　20個のとき　約15.9秒
  - 製品　50個のとき　約6.4×10^{39}年（約6400澗(かん)年）

- ひとつの計算機(5mm立方)の限界 約600億回/秒

＋並列化：極小コンピュータを大気圏内に設置
＝2.5×10^{37}回/秒くらい演算可能

⇒製品50個のとき
約3.7×10^{19}年(=約3700京年)

総当り法で最適解を求める困難性

- 高速コンピュータでも**事実上不可能**!!
- 情報技術（IT）の永遠の限界
- 最適化理論がチャレンジすべき課題

限界じゃ
あきらめなさい

ORスタッフ

×素朴な解法
◎工夫

現場

工夫したいくつかの解法

機械2台の場合:

ジョンソン法

最適性保証，効率良い

（機械3台の場合:ある条件下で適用可）

それ以外の場合:

分枝限定法(branch and bound):

実行可能解を「うまく」列挙→最適解をみつける

※最悪の場合:総当たり法とほぼ同じ時間要

発見的解法:高速が基本，最適性保証無

2機械の時 ジョンソン法

準備

表

	先処理 機械1(M1)	後処理 機械2(M2)
製品A	6時間	2時間
製品B	4時間	8時間
製品C	2時間	5時間

複数存在時は,
適当な順序付け

ステップ1

表中で加工時間最小の数字を見つける

ない → 終了

ステップ2

M1側 → その作業を前に処理

M2側 → その作業を後で処理

ステップ3

その作業を表から削除

例題1（続）ジョンソン法の適用

	機械1(M1)	機械2(M2)
~~製品A~~	~~6時間~~	~~2時間~~
~~製品B~~	~~4時間~~	~~8時間~~
~~製品C~~	~~2時間~~	~~5時間~~

最適加工順序 **C** ▶ **B** ▶ **A**

総経過時間は17時間

ガントチャートを描いて求める

繰り返し1回目

ステップ1：最短加工時間2 (M1, C)

ステップ2：Cは加工順1番

ステップ3：Cを表から除く

繰り返し2回目

ステップ1：最短加工時間2 (M2, A)

ステップ2：Aは加工順3番

ステップ3：Aを表から除く

繰り返し3回目

ステップ1：最短加工時間4 (M1, B)

ステップ2：Bは加工順2番

ステップ3：Bを表から除く

（終了）

練習

三つの製品 A, B, C を, 2 台の機械 M1, M2 で加工する。
加工は, M1→M2 の順で行う。
各製品を各機械で加工するのに要する時間は, 表のとおりである。
このとき, 三つの製品をどの順序で加工すれば,
全製品の加工終了までの時間が最短になるか.

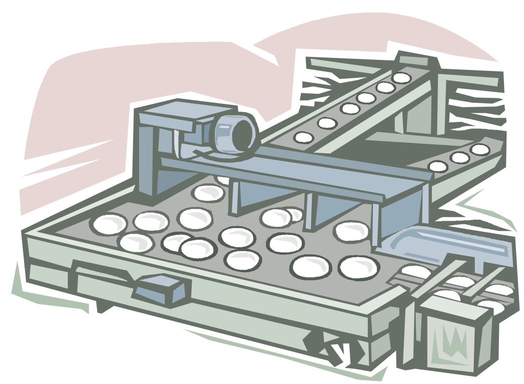
（平成15年秋初級シスアド午前問72）

	機械M1	機械M2
製品A	7	3
製品B	5	6
製品C	4	2

演習2

まず旋盤で削って穴をあけ，次に研削盤で磨いて仕上げる製品が8個ある．

最適加工順序とその総経過時間を求めよ．



各製品の加工必要時間

製品	旋盤	研削盤
A	3	4
B	8	7
C	6	7
D	9	8
E	8	4
F	7	2
G	5	6
H	5	1

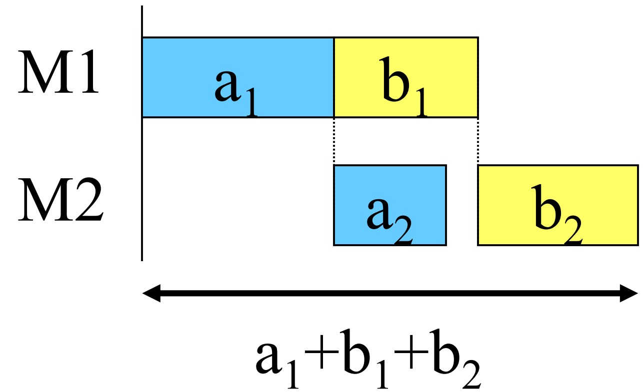
最適性の保証

ジョンソン法は最適加工順を求めているのだろうか?

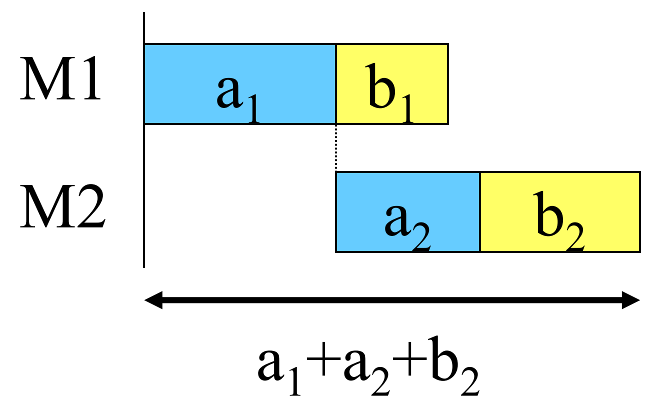
製品	M1	M2
A	a_1	a_2
B	b_1	b_2

A→B順の総経過時間

$b_1 > a_2$の時



$b_1 \leqq a_2$の時



まとめると

(A→B順の総経過時間)

$$= \begin{cases} a_1 + b_1 + b_2 & (b_1 > a_2 \text{の時}) \\ a_1 + a_2 + b_2 & (b_1 \leq a_2 \text{の時}) \end{cases}$$

$$= a_1 + b_2 + \max\{b_1, a_2\}$$

最適性の保証(続)

- (A→B順の総経過時間)=$a_1+b_2+\max\{a_2,b_1\}$
- (B→A順の総経過時間)=$b_1+a_2+\max\{b_2,a_1\}$

A→B順が良い

$$\Leftrightarrow a_1+b_2+\max\{a_2, b_1\} \leqq b_1+a_2+\max\{b_2, a_1\}$$

$$\max\{-b_1,-a_2\} \leqq \max\{-b_2,-a_1\}$$

$$-\min\{b_1,a_2\} \leqq -\min\{b_2,a_1\}$$

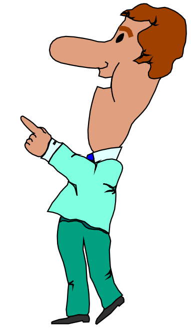
$$\min\{b_1,a_2\} \geqq \min\{b_2,a_1\}$$

$\Leftrightarrow$ a_1 又は b_2 が表中で最小の加工時間

問題設定の拡張

- 2機械n製品の時：ジョンソン法
- 3機械n製品の時は？
  - ジョンソン法の正当性から拡張可能？
    - ある条件下でのみ拡張可
      ⇔条件を満たさない時は未解明

機械が3台の場合



- ジョンソン法が適用できる条件:

  $\max\{$M2の加工時間$\} \leqq \min\{$M1及びM3での加工時間$\}$

- 適用方法

  2台の合成機械の問題に変形しジョンソン法を適用

	機械 M1	機械 M2	機械 M3
製品A	a1	a2	a3
製品B	b1	b2	b3

変形

	機械 M1+M2	機械 M2+M3
製品A	a1+a2	a2+a3
製品B	b1+b2	b2+b3

ジョンソン法

最適加工順序を導出

最適加工順序

演習3

8種類の資料(A～H)の整理・点検・製本の作業を順に行いたい．整理・点検・製本の作業は専門班(各1班)が行い，混乱を避けるため，異なる資料の作業を同時に行ってはならない．

① 総作業日数を最小にする作業順を求めよ．
② そのときの総作業日数を求めよ．

資料毎の作業日数

資料	整理	点検	製本
A	7	3	5
B	3	2	5
C	6	2	4
D	9	3	6
E	3	3	7
F	4	1	3
G	7	2	5
H	5	2	6

単位：日

工夫したいくつかの解法

機械2台の場合:

ジョンソン法

最適性保証，効率良い

（機械3台の場合:ある条件下で適用可）

それ以外の場合:

分枝限定法(branch and bound):

実行可能解を「うまく」列挙→最適解をみつける

※最悪の場合:総当たり法とほぼ同じ時間要

発見的解法:高速が基本，最適性保証無

3機械以上の場合

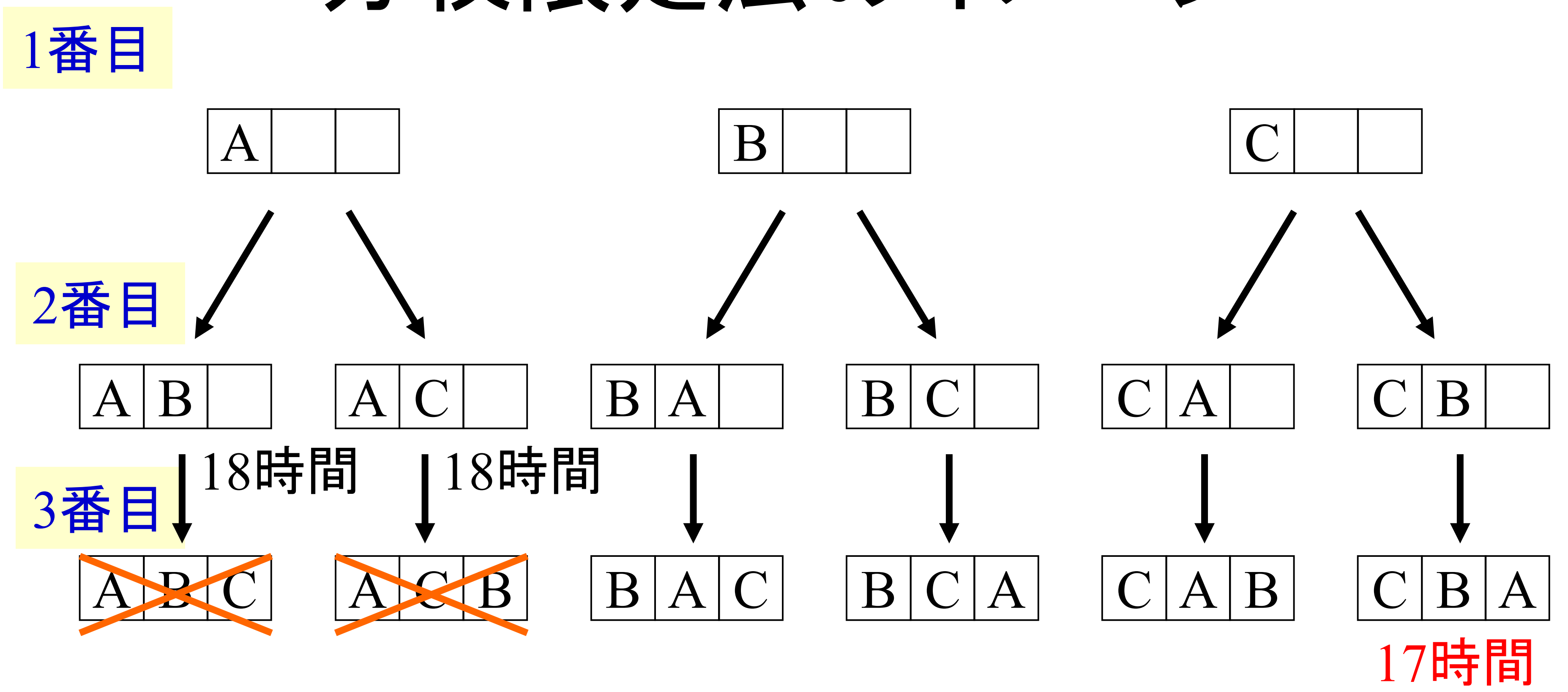
- 厳密性優先 **分枝限定法**(Branch and Bound)
  - 加工順パターンを工夫しながら探索する

- 時間優先 **発見的解法**（ヒューリスティックス）
  - 経験・実験で良い解を出すと知られている方法
  - 最適性の保証無

厳密な
高速解法は
知られていない

最先端研究者の挑戦テーマ

分枝限定法のイメージ


1番目
A
B
C
2番目
A B
A C
B A
B C
C A
C B
3番目
18時間
18時間
A B C
A C B
B A C
B C A
C A B
C B A
17時間

発見的解法のひとつの例

- 字引式順序法
  - 先機械の加工時間が短い製品を優先

	M1	M2	M3	M4
A	4	2	3	5
B	6	4	2	5
C	6	4	2	5
D	7	2	4	4
E	5	3	1	6
F	5	1	3	5

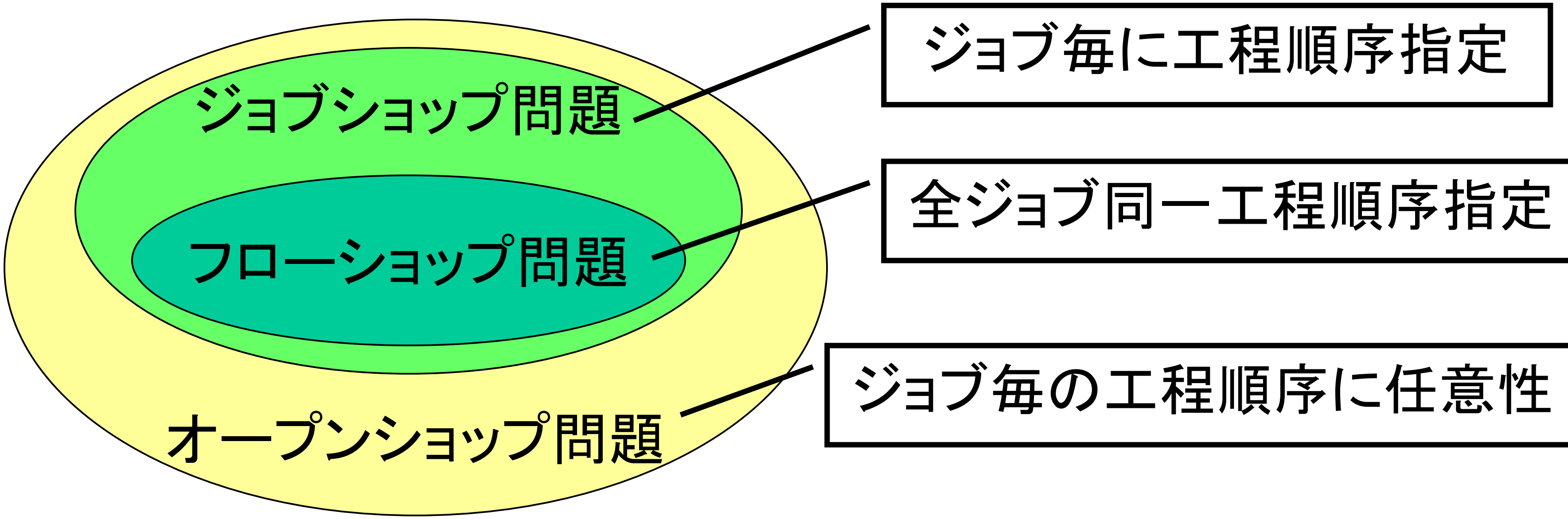
A→F→E→B→C→Dがひとつの加工順として導かれる.

最適性の保証はない

近傍解での吟味が必要

さらに現実的なモデルへ

基本的(古典的)なスケジューリング問題



より利用効果の高い問題の解決へ

- FMS スケジューリング
  (flexible manufacturing system)
- 資源制約付きスケジューリング
- グループスケジューリング

等

様々な評価基準

- 終了時間の最小化

他にも

・ 滞留時間和の最小化

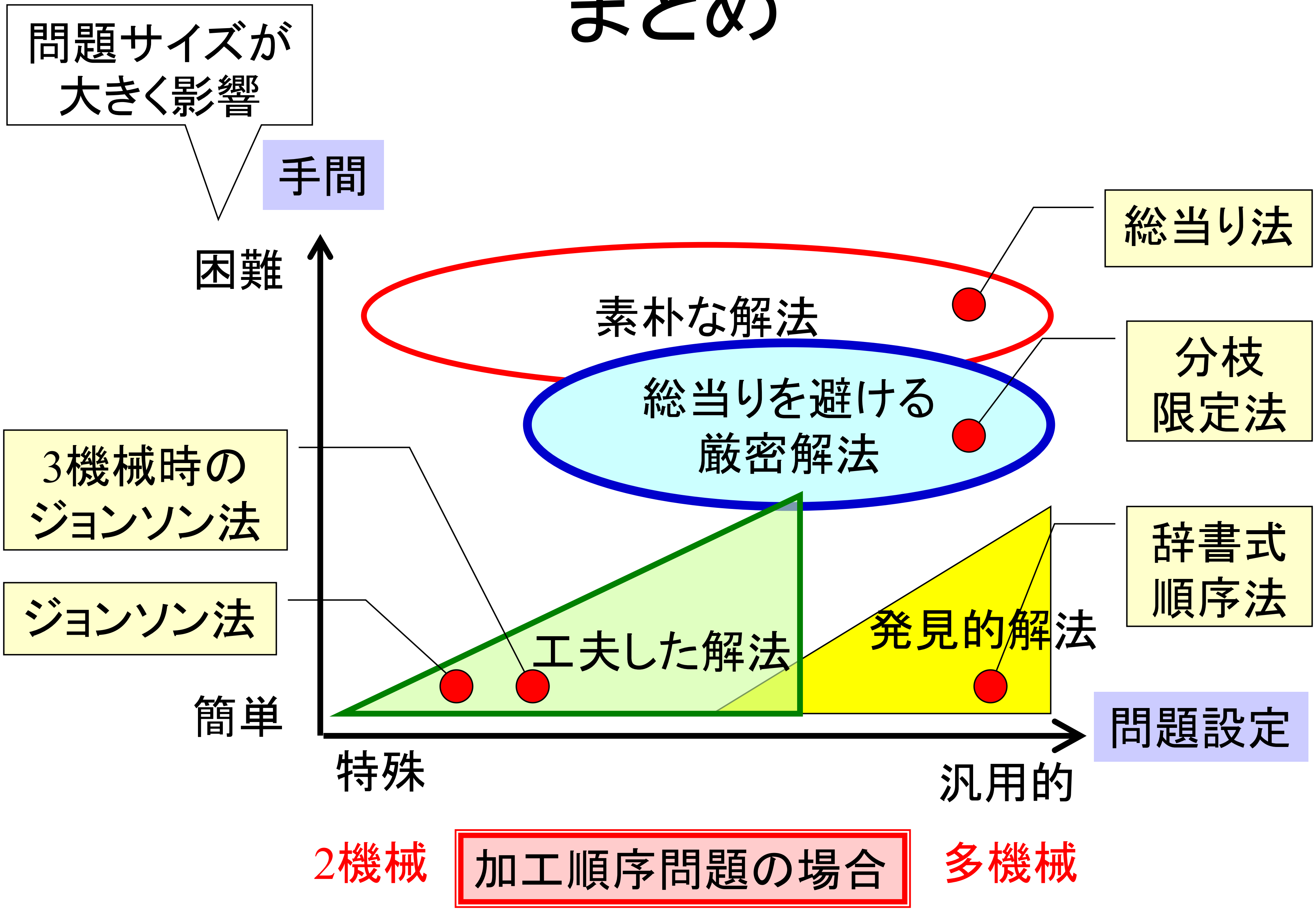
・ 最大納期遅れの最小化

・ 納期遅れ和の最小化　　等

様々なモデル ＋ 様々な評価基準

⇒ 多くのスケジューリング問題が存在する

まとめ


問題サイズが
大きく影響
手間
困難
簡単
素朴な解法
総当り法
総当りを避ける
厳密解法
分枝
限定法
3機械時の
ジョンソン法
ジョンソン法
工夫した解法
発見的解法
辞書式
順序法
問題設定
特殊
汎用的
2機械
加工順序問題の場合
多機械

ここで学んだこと

- 順序を決めるスケジューリング問題の紹介
  - 材料：最適加工順序問題
- 素朴な解法の落とし穴
  - 理論的に解ける vs 実際に解く
- 特殊な問題設定 vs 汎用的な問題設定
  - サイズ大，汎用的問題は手間がかかる